113

~~Hl V. 10.~~

Arith.

Ma.

6. 113.

COMPENDII
ARITHMETICI
THEORETICO-PRACTICI,

Oder:

Anweisung
Zur
Rechen-Kunst.
Erster Theil.

Facultatis Philosophicæ
Bambergæ
1752

ГЕОМЕТРИЯ
ЛОБАЧЕВСКАГО
ТЕОРЕМА
ПИѳАГОРА

ARITHMETICA THEORETICO-PRACTICA,

Das ist:

Anweisung

Zu der

ARITHMETIQUE,

Für diejenigen, so in derselben den rechten Grund legen wollen.

Darin nicht allein

Die Gründe, der in gemeinen Leben vorkommenden Rechnungen, sondern auch die zur Ausarbeitung der Exempel dienliche Reguln dermassen vorgeleget worden daß man die bekannten mancherley Arten, wornach dieselben zu berechnen, nicht allein erkennen, sondern auch sich in vorkommenden Fällen darnach richten kann,

Dargestellet

durch

Christian Stephan Remer, Philo-Mathem. bestallten Arithmeticum, Buchhalter und Schreibmeister allhie in der alten Stadt, auch Mit-Glied der Arithmetischen Societät in Hamburg.

Braunschweig,
Verlegts Ludolph Schröders seel. Wittwe. 1737.

Dem

Durchlauchtigsten Herzog und Herrn,

HERRN

CARL,

Regierenden Herzog zu Braunschweig und Lüneburg ꝛc.

Meinem gnädigsten Herzog und Herrn.

Durchlauchtigster Herzog

Gnädigst Regierender Herzog und Herr.

EW. Herzoglichen Durchl. gegenwärtiges Werck zu Dero Füssen zu legen verbindet mich nicht allein die gemeine Pflicht der Unterthänigkeit, womit Ew. Herzogl. Durchl. in demüthigsten Gehorsam verbunden bin, sondern auch die sonderbahre Gnade, so bishero unter Dero Schutz in Erhaltung derer

derer denen hiesigen beyden Schreib- und Rechē-Schulen ertheileten gnädigsten Privilegien genossen, und die unterthänigste Schuldigkeit Ew. Herzogl. Durchl. auf was Weise ich der mir anvertrautē Jugend bey Erlernung der in Bürgerlichen Leben so nöthigē Rechen-Kunst vorgehe, in geziemender Unterthänigkeit vorzulegen. Und wie nicht mehr wünsche, als daß Dieselbe dieses Unternehmen Ihnen gnädigst gefallen lassen, und solches durch Dero gnädigste Aufnahme billigen mögen, also habe hiedurch mich, und die, zu Beforderung der Arithmetischen Wissenschafften, allhie gemachte Anstalten Dero gnä-

gnädigsten Vorsorge anzubefehlen, mir die unterthänigste Freyheit nehmen sollen, in der festen und demüthigstē Zuversicht, Ew. Herzogl. Durchl. wollen gnädigst geruhen, mich und die hiesigen Rechen-Schulen gegen alle Störer bey den von Dero Durchlauchtigsten Vorfahren Gottseeligen Andenckens uns ertheilten Freyheiten gnädigst zu schützen, und Dero Herzogl. Gnade mir und den Meinen zum Beystand und Zuflucht geniessen zu lassen, damit so wol bey der hiesigen, als auch von fremden und weit entlegenen Oerter mir anvertrauten und zugeschickten Jugend meine Ar-

Arbeit ferner in Seegen fortse-
tzen könne. Mein unterthänigster
Wunsch hiebey zu den lieben Gott
ist, daß dessen Allerhöchste und
gnädigste Vorsorge Ew. Her-
tzogl. Durchl. nebst Dero
Theuresten Frau Gemahl
Hoheit, des Herrn Erb-
Printzens Durchl. und gan-
tze Hertzogl. Hauß in ihre
mächtigste Beschirmung neh-
men, Dero preis-würdiges Re-
giment unterstützen, Dero wei-
se Anschläge gesegnen, und
bey einer beständigen Gesund-
heit, Dieselbe dem gantzen Lan-
de zum Troste, Dero Durch-
lauch-

lauchtigsten hohen Hause
zur Aufnahme mit langen Leben
und stetenHochergehen beseeligen
möge, und wie mich Dero gnä-
digsten Befehlen in tieffster Un-
terthänigkeit unterwerffe, al-
so werde mich glücklch achten,
wenn ich beweisen kann, mit was
Ehrfurcht ich ersterbe

Durchlauchtigster Hertzog

Gnädigst Regierender Hertzog und
Herr.

Ew. Hertzogl. Durchl.

Braunschweig den 9. Octo-
ber Anno 1736.

unterthänigster Diener.
Christian Stephan Remer.

Geneigter Leser.

Weil die Nothwendigkeit der Arithmetischen Wissenschafften einem jeden in gemeinen Leben klärlich vor Augen lieget: so würde vergeblich seyn, davon viele Worte zu machen. Ich bin also nicht Willens selber eine Lobrede zu schreiben, sondern meine Meinung gehet eintzig dahin, den geneigten Leser von den Zweck, so ich mir bey Ausarbeitung dieses Wercks vorgesetzt, einige Nachricht

richt zu geben. Da ich nemlich befunden, daß einige die Rechen-Kunst nicht weiter gebrauchen, als sie etwann zur Haushaltung dienlich ist; andere aber dieselbe in Handel und Wandel, und zwar nicht allein an diesem, sondern auch auswärtigen Orten nöthig haben; noch andere aber auch dieselbe zu gelehrten Untersuchungen anwenden müssen, so habe getrachtet, diese Anweisung zur Arithmetique nach diesen diversen Absichten einzurichten, und desfalls die gantze Abhandlung derselben in drey Theilen vorzustellen. In den ersten Theil habe dasjenige, was die Anfänger zu wissen nöthig haben, abgehandelt. In dem andern Theil, so gleich folgen soll, auch schon fertig lieget, habe dasjenige was zur Handlung, sowol hier, als

als andern fremden Orten erfordert wird, vorgetragen. Dann in den dritten Theil, so GOTT ferner Gnade, Gesundheit und Leben verleihet, und meine übrige Geschäffte es verstatten wollen, bin gesonnen von denjenigen Arithmetischen Wissenschafften eine Abbildung vorzustellen, die den Gelehrten zu gute kommen können. Es wird im übrigen in gegenwärtigen Theile der geneigte Leser diejenige Anweisung zur Arithmetique antreffen, so einem jeden in seiner Haushaltung dienlich seyn mag, worin mir nicht allein angelegen seyn lassen, sowol die alten als neuen Methoden aus den allegirten Autoribus, die nicht allein in unser, sondern auch in fremden Sprachen habhafft werden können,

nen, anzuführen, und zwar darum eins theils, weil mancher Einfältiger und Unverständiger, der, wen er nur siehet, daß ein Exempel ander Orten auf eine andere Methode, so ihm nicht bekannt, gemachet wird, auch wol gar auf die Gedancken geräth, als ob sie viel profitabler und kürtzer, als die hiesigen, da es doch in der That und Wahrheit nicht also sich verhält: andern theils auch wol gefunden, daß nicht alle Arten zu jedweden Exempel sich also schicken, daß die Arbeit dadurch erleichtert werde, und man also durch die Ubung die leichteste Art die sich am besten schicket, bey den vorkommenden Fall zu gebrauchen, geschickt werden muß. Dan so habe ferner die Grund-Sätze dieser Wissenschafft vorzulegen, und

die

die besondere Weise zu zeigen, wie man die vorkommende Exempel ausarbeiten kann, durch deutliche Reguln mit ihren richtigen Demonstrationen, oder: Beweisthümern beyzufügen. Endlich habe nöthig erachtet, auch einen jeden vorkomenden Fall mit vielen ausgearbeitetē Exempeln zu versehen, daß ein jeder nicht nur sowol in theorie als auch praxi seine vollkomene Satisfaction finden, und sowol in Lehren, als Lernen, seinen hoffentlichen Nutzen haben kann. Wan auch eine Sache zu begreiffen die Deutlichkeit das Fürnehmste mit ist, und demjenigen, dem eine Sache bekannt, selbe offtmals deutlich scheinet, da sie doch andern sehr obscur, so habe dem Herrn Correctorem, weil wegen meiner Schul-Arbeit und übri-

übrigen Geschäffte bey dem Druck die Correctur nicht selber übernehmen können, ersuchet, seiner guten Experience und Wissenschafft nach dasselbe deutlicher zu setzen vermogt; wie dann auch dieserwegen noch die Register annectiret sind, damit nicht sowol dieses Theils kurtzer Inhalt daraus deutlich zu ersehen, sondern man auch der unbekanten Wörter, so darinn vorkomen, ihre Erklärung so gleich finden könne. Daß aber diese Arbeit der günstige Leser mit Nutzen gebrauchen möge, dazu wünsche ihm GOttes Seegen und Beystand, und wie ich mich dessen Geneigtheit empfehle, also beharre ich

Desselben

Dienst-ergebenster

I. N. I. A.

Vorbericht

Von der Arithmetic, der Zahlen Natur und Eigenschafften, wie auch der daher entstehenden Eintheilung der Arithmetic und den von den 5 Speciebus insgemein.

Des Worts Bedeutung und der Sache Beschreibung.

§. 1.) Wenn man die Arithmetic nach ihres Nahmens Ursprung betrachtet, so ist ihr solcher aus der Griechischen Sprache beygelegt, und heist so viel, als eine Kunst zu zählen; soll man sie aber beschreiben, und anzeigen, was sie ihrem Wesen nach sey, in so fern sie soll gelehret und gelernet werden, so ist sie eine Anweisung, wie man mit der Zahl der uns vorkommenden Dinge umgehen soll, daß man derselben Geltung wisse, und aus den bekandten Zahlen andere finde, die mit den gegebenen Zahlen in einer sonderbahren Vergleichung stehen, e. g. 5 ist die gefundene Zahl von 2 und 3, und stehet mit denselben in Vergleichung einer Summa, gegen ihre Posten, oder die summirende Zahlen.

Nutzen der Arithmetic.

§. 2. Es ist zwar nicht zu leugnen, daß einem jeden die Natur zählen lehre, doch ist die Arithmetic deswegen zur Anweisung nöthig, weil sie zeiget, wie man fertig, leichter und ordentlicher mit Zahlen umgehen möge.

Von den Zahlen insgemein und der Eins und Einheit insonderheit.

§. 3. Die Zahlen sind es, womit die Arithmetica umgehet, was aber etwas ist, das hat seine Zahl; wie offt, viel und mancherley, lang, weit, groß und breit etwas ist, das ist seine Zahl. Dasjenige, so etwas ungetheiletes und von allen andern abgesondertes ist, nennet man eins; und was eben das, was das andere, ist, nennet man einerley; ist es in allen Stücken eben das, was das andere ist, oder hat eben die Zähler und Nenner, so nennet man diese Einheit, unitatem eandem, homonymam oder homogeneam, als: wenn zwey Braunschw. Ellen gleich lang sind, so sind sie in dieser Betrachtung einerley, unitate homonyma oder homogenea, wenn aber etwas eben das, was das andere, auf die Weise ist, daß es doch auf gewisse Weise nicht eben das, was das andere ist, so nennet man diese Einheit, unitatem heteronymam oder heterogeneam oder diversam, z. E. eine Brabander Elle ist der Länge nach nicht eben das, was eine Braunschw. Elle, sind also zwar einerley daß sie Ellen sind; weil sie aber nicht eben das der Länge nach, so heissen sie einerley, unitate heteronyma & heterogenea oder diversa.

Beschreibung der Zahl.

§. 4. Wenn man dieser Einheiten viel zusammen genommen, oder etwas auf etliche Theile der Einhei-

ten

ten geschätzet wird, so entstehet daher eines Dinges Zahl oder Grösse, welche nichts anders ist, als die Antwort auf die Frage: wie viel, wie offt, wie lang, wie breit etwas ist, und dasjenige, von dem eine gewisse Zahl gebrauchet wird, heisset viel, und die Vielheit eines Dinges ist, wodurch demselben eine Zahl beygeleget wird. Und so die gantze Grösse angezeiget wird, ist solche des Dinges Zahl; die Zeichen aber, wodurch dessen Zahl angezeiget wird, nennet man Zieffern und Figuren der Zahl, z.E. 24 ist die Zahl, 4. und 2 aber die Ziefern oder Figuren der Zahl.

Der erste Unterschied zwischen gantzen und gebrochenen Zahlen.

§. 5. So lange man die unitatem zusammen nimt, entstehet daher eine gantze Zahl; wird aber die unität in etlichen Theilen derselben vorgestellet, so verursachet solches eine gebrochene Zahl; nimmt man aber eine gantze und gebrochene Zahl zusammen, so entstehet daher eine vermischte Zahl, z. Exempel: so lange man die Länge von einem Stücke Tuch nach dem Maaße einer Ell. 5 mal gleich zusammen leget, findet man in dessen Länge 5 unitæten; wenn man aber das Maaß einer Ellen nimmt in 4 Theile, und davon einem jeglichen sein Theil geben will, so bestehet die Zahl der Länge des Tuchs, in einem jeglichen Theil, in einem Bruche, und wenn noch eine oder etliche gantze Ellen zu diesem Bruche hinzugethan werden, so ist die Zahl der Länge des Tuches eine gemischtete Zahl, und heisset eine Elle, oder eins ein Viertel Theil Elle. Und daher kommt der erste Unterscheid in der Arithmetic, daß man sie in eine Rechnung, welche mit gantzen oder gebrochenen Zahlen vollbracht wird, theilet.

Der andere Unterschied zwischen benahmten und unbenahmten Zahlen.

§. 6. Wenn man die beyderley Zahlen ohne etwas betrachtet, davon sie benennet sind, heissen sie unbenahmte Zahlen, zu Latein: numeri abstracti, formales, activi oder puri als z. E. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 20. ꝛc. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ ꝛc. wenn aber der Nahme einer Sache ihren beyfüget, so heissen sie benahmte Zahlen, zu Latein: numeri numerati, materiales, concreti, passivi als 1 Thlr. 2 Pf. 5 Ell. 20 Centner. Und daher entstehet der ander Unterschied in der Arithmetic, daß sie in eine Rechnung mit unbenahmten Zahlen, so man sonst auch Theoreticam; und mit benahmten Zahlen, so man sonst practicam nennet, unterschieden ist.

Der dritte Unterscheid zwischen dem numero determinato und indeterminato.

§. 7. Ferner sind die Zahlen entweder schon determiniret, und das sind die, deren Wehrt uns bekandt ist, wie die gemeinen Zahlen; oder sie sind noch zu keiner gewissen Grösse determiniret, sondern an statt ihrer Grösse gebraucht man gewisse Buchstaben oder andere Zeichen. Daher entstehet abermahl eine Eintheilung der Arithmetic, deren erste eine Rechnung ist, so mit gewissen und determinirten Zahlen geschiehet, und numerosa heisset; die andere, so mit Buchstaben oder undeterminirten Zeichen vollbracht wird, und literalis oder specioſa, cossica, auch algebraica heisset.

Der vierdte Unterscheid zwischen Rational- und Surd Zahlen.

§. 8. So kan man auch entweder durch Zahlen die eigentliche Menge einer Sache deutlich benennen, welche man Rational Zahlen heisset, oder man kan dieselbe weder völlig in Unitæten, noch auch in derselben gleichen

chen Theilen angeben, solche nennet man irrational oder surdische Zahlen; und ist die Arithmetic desfalls in Arithmeticam rationalium & surdorum unterschieden.

Der fünffte Unterschied zwischen den numero vulgari und figurato.

§. 9. Endlich können die Zahlen angesehen werden, als eine Anzeige der Menge vieler, ohne Ordnung unter einander liegender Dinge, und das heissen gemeine Zahlen, vulgares und absoluti; oder eine Anzeige solcher Dinge, die in einer gewissen Ordnung eine sonderliche Figur vorstellig machen sollen; daher den die Zahl, in welchen solche Dinge eine sonderbahre Figur vorstellen, den Nahmen eines Numeri figurati bekommen. Und dadurch ist die Arithmetique in vulgarem und figuratam unterschieden.

Die erste Art der Zahlen, daß sie auf unendliche Weise anwachsen können.

§. 10. Ehe wir Anweisung thun, wie die Arithmetica mit diesen Zahlen umgehe, wird nöthig seyn, einige gemeine Arten oder Eigenschafften der Zahlen anzuzeigen. Als erstlich, weilen jede Zahlen aus vielen unitæten bestehen, und keine Zahl so groß ist, da nicht noch eins hinzugethan werden kann, so ist die erste Eigenschafft der Zahlen, daß sie auf eine unendliche Weise vermehret werden können.

Die andere Art oder Eigenschafft: daß nemlich keine unendliche Zahl sey.

§. 11. Doch folget hieraus nicht, daß deswegen eine Zahl zu finden, die in der That unendlich sey, und keinen Zuwachs leide; sondern eine jedwede Zahl hat zum andern diese Art oder Eigenschafft: daß sie in der That endlich, und ihre gewisse und gemäßene quan-

tät hat, sintemahl sie eben in der That dadurch endlich ist, weil sie auf unendliche Weise vermehret werden können, da, was unendlich, sich nicht vermehren lässet.

Die 3te Art oder Eigenschafft: daß etliche Zahlen gleich, etliche kleiner oder grösser als die andern.

§. 12. So viel unitæten demnach in einer Zahl zu finden, so groß ist dieselbe, und diese ihre Grösse nennet man die quantitæt der Zahl. Die eben so viel Einheiten in sich begreiffen, nennet man gleiche Zahlen. Das Zeichen wodurch man ihre Gleichheit anzeiget ist = oder ∞. Die mehr oder weniger Einheiten von einerley Art enthalten, nennet man ungleiche Zahlen; und die weniger Einheiten von gleicher Art in sich enthalten, als die andern, oder die einem Theile einer andern Zahl gleich sind, nennet man kleinere; da man die anderen, so mehrere Einheiten von eben der Art enthalten, oder deren Theil einer andern Zahl gantzen gleich ist, grössere Zahlen heisset. Man bezeichnet die kleinere Zahl mit < und die grössere derselben mit >. e. gr. 4 < 5, Vier ist kleiner als 5, 6 > 4 6 ist grösser als 4.

Woran gleiche und ungleiche Zahlen zu erkennen.

§. 13. Ob die Grösse der Zahlen gleich oder ungleich, ist daraus leichtlich zu ersehen, wenn gleiche Zahlen mit gleichen, ungleiche Zahlen aber mit ungleichen Ziefern geschrieben werden. Und weil die Zahlen wachsen, wenn die Ziefern aus einer Reihe in die andere gerücket werden, so folget, daß die Zahlen, so aus mehr Ziefern bestehen, grösser sind, als die mit wenigern Ziefern geschrieben werden. Wenn aber eine Zahl gleich viel Ziefern hat, so ist dieselbe die grösse, welche

in

in eben dem Fache, von der lincken Hand an zu rechnen, eine grössere Figur hat; sintemahl der Figuren Grösse wächset, nachdem man sie von einer Stelle zu der andern fortrücket. Deswegen ist z. E. 523. gröſſer als 423. weil in dem dritten Fache eine grössere Figur in 523. als in in 423 angetroffen wird; und 478 ist gröſſer als 458, weil in dem andern Fache eine gröſsere Figur stehet. Wie denn endlich 458 gröſſer ist als 452. weil in dem ersten Fache die gröſßte Ziefer in 458 anzutreffen. 458 aber und 458 sind gleiche Zahlen, weil sie mit gleichen Ziefern geschrieben sind. Endlich ist 10 mehr als 9, weil 10 aus mehr Ziefern als die 9 bestehet.

Die 4te Art, daß sie numeri similes und dissimiles.

§. 14. Wenn etliche gröſßen gleich, so muß eine so viel als die andere seyn; wenn aber auch gröſßen gefunden werden, die zwar nicht von einerley Vielheit, aber doch so beschaffen, daß sie nicht von einander unterschieden werden können, es sey denn, daß sie mit einander aufgestellet werden, welches geschiehet, wenn mann unmittelbahrer Weise eins gegen das andere, oder alle beede gegen das dritte leget, so werden solche similes, oder ähnliche Gröſßen genennet. Wenn sie aber so beschaffen, daß sie unterschieden werden können, wenn sie schon nicht gegen einander gehalten werden, so heist man sie dissimiles oder unähnliche Gröſßen. z. E. 2 quadrat Felder können von einander nicht unterschieden werden, wenn man nicht alles beobachtet, was in dem ersten und andern zu bemercken ist; ein dreyeckigtes und quadrat Feld aber ist von einander unterschieden, wenn man schon nicht beobachtet, was auf einem jedweden zu bemercken ist, darum sind 2 qnadrat, 2 similia oder ähnliche Gröſsen; aber 1 quadrat, und ein dreyeckigtes Feld sind

2 dissimilia, oder nnähnliche Grössen. Das Zeichen wodurch die numeri similes angezeiget werden, ist ∽.

Daß in den similibus alles eben in dem einem, was in dem andern ist.

§. 15. Dannenhero wird in einen der similium nichts angetroffen, was nicht auf eben die Weise in dem andern angetroffen wird, das ist wenn man von einem quadrat Felde alles eben bemercket, was von einander unterschieden, und ohne, daß man was anders dazu nimmt, erkannt werden kan, desgleichen mit dem andern quadrat thut, und ein quadrat dem andern ähnlich, so ist alles, in dem einem quadrat anzutreffen, was in dem andern quadrat anzutreffen ist.

Daß der similium einiger Unterschied derselben Vielheit sey.

§. 16. Da aber eine Vielheit zwar wohl seyn, aber nicht verstanden werden kan, wo man nicht was anders dazu nimmt, so dieselbe determiniret; so können die similia der Vielheit nach unterschieden, und doch Similia seyn, und weil in den similibus nichts gefunden wird, worin sie unterschieden, als die Vielheit, so ist die Vielheit oder Grösse der similium eintziger Unterschied.

Die 5te Art der Zahlen, daß sie in einander theil- oder untheilbahr.

§. 17. Da alle Grössen nicht gleich, sondern bald grösser bald kleiner als die andern sind, (§. 12.) und die kleinern entweder in der grössern eben begriffen oder nicht begriffen, so ist die 5te Art der Zahlen, daß sie in ein andern theil- oder untheilbahr.

Was theil- und untheibahre Zahlen sind.

§. 18. Diejenige Grösse, so aus einer Zahl bestehet, der eine andere Zahl gleich wird, wenn man der andern Ein-

Einheiten noch ein oder mehr mahl nimmt, nennet man theilbar in dieselbe andere Zahl und spricht von solcher Zahl, daß sie eine andere eben in sich begreiffe oder enthalte. Diejenige aber, die über solcher Zahl noch eine andere in sich enthält, die also beschaffen, daß sie überdem noch einige Einheiten in sich fasset, die mit der andern Zahl nicht gleich sind, nennet man untheilbar in dieselbe Zahl und spricht von solcher Zahl: daß sie die andere nicht eben in sich begreiffe oder fasse, z. E. die Grösse a a = 4 begreiffet eben in sich a = 2, darum ist a a = 4 theilbar in a = 2 wenn a a + b = 5 in sich begreiffet a a = 4 und über dem b = 1 so ist a a + b = 5 in a = 2 untheilbahr.

Woran zu erkennen, wie offt eine Zahl in der grössern begriffen.

§. 19. Wenn wir aber erforschen wollen, wie offt eine kleinere Zahl in der grössern begriffen, so wird solches erkandt, wenn man die kleinere Zahl gegen die grössere hält, und die kleinere so offt nimmt, biß sie der grössern gleich ist; denn jegliche Grösse ist in einer Zahl theilbar, wann solche noch ein oder etliche mahl zusammen genommen, der gantzen Grösse gleich wird (§. 10.) Nun aber soll die grössere in die kleinere theilbahr seyn, darum muß sie so offt zusammen genommen werden, biß sie der grössern gleich wird, wenn man wissen will, wie offt eine kleinere in der grössern enthalten.

Wie eine Zahl der andern Maaß oder Aufheber sey.

§. 20. Wenn die kleinere so beschaffen, daß sie, ein oder etliche mahl genommen, der grössern gleich ist, so heisset sie der grössern Mensur, Maaß, Aufheber, und man saget, die gemessene Zahl gehet in ihrem Maaß auf, oder das Maaß hebet die zu messende Zahl auf; z. E. 4, 2 mahl genommen, ist gleich 8, darum ist 4

das Maaß, der Aufheber von 8, und man saget: 8 gehet in 4 auf, oder 4 hebet 8 auf.

Von dem Denominatore des Maaßes einer Zahl.

§. 21. Man kan aber das Maas einer Grösse nicht kundt machen, wie groß dieselbe sey, es sey den, daß solches durch eine andere Zahl geschehe, und darum hebet eine kleinere Zahl die grössere allzeit auf durch eine 3te Zahl, so des Maasses Denominator deswegen genennet wird; weil sie benennet, wie offt die Grösse ihr Maaß in sich fasset, z. E. a=2 ist das Maaß von aa=4 durch a=2 darum ist a=2 der denominator von dem Maaße a=2 in aa=4.

Daß 1. oder eine andere Zahl das Maaß einer Grösse sey.

§. 22. Weil das Maaß einer Grösse ist die kleinere Zahl, ein oder etliche mahl genommen (§. 20) so ist das Maaß einer Zahl entweder 1, oder eine andere Zahl.

Wie die Eins der Zahlen Maaß sey.

§. 23. Weil alle Zahlen aus der Einheit ihren Uhrsprung haben, und die Einheit so offt in einer andern Zahl enthalten, bis sie ihr selbst gleich ist, so folget, daß die Einheit alle Zahlen durch sich selbst aufhebe.

Wie alle Zahlen unter sich commensurable.

§. 24. Weil alle Zahlen von der Eins ihren Uhrsprung haben, so folget; daß alle Zahlen in eins aufgehen, und also alle Zahlen unter sich commensurabel sind.

Von dem Verhältniß der commensurablen Zahlen.

§. 25. Alle commensurable Grössen haben unter sich eben das Verhältniß, welches eine Zahl gegen die andere hat. Sintemahl die commensurablen Zahlen so offt ein ander gleich, als jegliche Zahl gleich ist. (§. 24)

§. 26

Wie die Grösse beschaffen seyn müsse, so der andern Maaß seyn soll.

§. 26. Weil eine grössere Zahl die kleinere nicht aufheben kann (§. 20) so folget; daß das Maas einer gewissen Grösse entweder derselben gleich, oder kleiner als dieselbe seyn müsse.

Wie gleiche Zahlen sich selbst aufheben.

§. 27. Weil jegliche gleiche Zahlen gleich viel Einheiten haben; so folget, daß gleiche Zahlen sich selbst durch eins aufheben; z. E. a = 3 ist gleich a = 3 so folget, daß a = 3 sich selbst durch 1 aufhebe.

Wie eine kleinere Zahl die grössere aufhebe.

§. 28. Wenn eine kleinere Zahl eine grössere aufhebet, so geschiehet solches durch eine solche Zahl, die so offt Eins in sich hält, als das Maaß in der Zahl begriffen, so darin aufgehet. z. E. wenn a a = 4 das Maaß von a a a = 8, so soll a = 2 so offt 1 in sich enthalten, als aaa = 8 in sich enthält a a = 4. Denn da aa das Maas von aaa, so soll es anzeigen, wie offt aa in aaa enthalten, das ist wie vielmahl aa in aaa begriffen (§. 21) Darum muß a so viel Einheiten in sich begreiffen, als aa in aaa begriffen ist.

Daß eine Zahl, so jede Grösse aufhebet, auch deren Summa aufhebe.

§. 29. So eine Zahl 4 etliche andere 8. 12. 16. 20. aufhebet, so hebet sie auch die summa dieser Zahlen 56 auf: denn da 56 = 8 † 12 † 16 † 20. so muß sie so offt in 56, enthalten seyn, als sie in den entzeln Theilen 8 † 12 † 16 † 20, woraus die summa 56 bestehet, enthalten gewesen, und also folglich auch diese summa aufheben. (§. 12)

Daß eine Zahl so 2 Zahlen aufhebet, auch dereu Rest aufhebe.

§. 30. Wenn 2 Zahlen 9 und 24 in einer dritten 3

auf-

aufgehet, so gehet der Rest 15, da die eine von der andern abgenommen, auch in derselben auf. Denn der Rest 15, und die abgenommene Zahl 9 zusammen genommen, sind gleich der andern Zahl 24, davon die Zahl 9 genommen; da nun nach der Aufgabe 24 in 3 aufgehet, so muß auch die erste Zahl 9 und der Rest 15 in 3 aufgehen. (§. 24)

Daß eine Zahl, so eine Zahl aufhebet, auch die von solcher gemachten Zahl facta aufhebe.

§. 31. Eine Zahl 3 so eine andere 6 aufhebet, hebet auch alle die Zahlen auf, so aus 6 entstehen, als: 12, 18, 24, 30, 36. denn eine kleinere Zahl 3, ist das Maaß der grössern 6, so sie ein oder etliche mahl genommen wird, und ist also entweder der gemessenen Zahl gleich, oder machet dieselbe, so sie etliche mahl zusammen genommen wird, drum ist im erstern Falle 6=3 und 3, in 3 theilbar, und im andern Falle 6. 2=3 und 3 und 3 und 3 ꝛc. auch in 3 theilbahr, folglich ist auch 6 mal 2 theilbahr in 3 (§. 29)

Daß eine Zahl, so einer Grösse Maaß, und deren denominatorem aufhebet, auch die Grösse selbst aufhebe.

§. 32. Jegliche Zahl z.E. 3 so einer Grösse 54 Maaß 9 und dessen denominatorem oder andern Theil 6 aufhebet, hebet auch die Grösse 54 selber auf. Denn 54: 9=6; drum nehmen wir hier vor bekandt an, daß 6. 9=54. da nun 6 in 3, so ist auch 54 in 3 theilbahr. (§. 31)

Daß eine Zahl so eine gantze Größe, und einen Theil von derselben aufhebet, auch den andern aufhebe.

§. 33. Eine Zahl 8 so eine Grösse 64 und eine Zahl woraus dieselbe zusammen gesetzt, 40, aufhebet, hebet auch die Summa der übrigen Zahlen 3 † 7 † 6 † 8 oder 24 auf. Denn 8 genommen 5mahl ist gleich der ersten Zahl 40, woraus die gantze Grösse zusammen gesetzt,

und

und von 40 ihr Maaß (§. 20) Nun aber hebet eben diese 8 nach der Aufgabe auch die gantze Grösse auf, und da 64–40=24, die summa der andern Zahl, woraus 64 zusammen gesetzt, so folget, daß auch 24 in 8 aufgehe. (§. 30)

Wenn von den Zahlen gesagt werden kann, daß sie etliche Zahlen auf gleiche Weiß aufheben.

§. 34. Wenn etliche Zahlen so viel andere Zahlen durch eben die Zahl aufheben, so spricht man: daß ihre Maaße sie auf gleiche Weise aufhebe; z. E. 6 und 9 gehen in 2 und 3 auf, durch eine Zahl 3, darum sind 6 und 9 von 2 und 3 æquimultiplices, und man spricht: daß 2 und 3 die Zahlen 6 und 9 auf gleiche Weise aufheben.

Daß die summa gewisser Maaßen die summa unterschiedlicher Grössen aufhebe.

§. 35. Wenn etlicher Zahlen 6. 9. 15. Maassen, 2. 3. 5 dieselbe durch eben die Zahl 3 aufheben, so hebet derselben Maassen Summa, 10, derselben Zahlen Summa 30, auch durch 3 auf. Denn wie sich verhält 2 gegen 6, so verhält sich 3 gegen 9, und 5 gegen 15, darum wan 2 † 3 † 5 = 10, und 6 † 9 † 15 = 30, so nehmen wir vor bekant an, daß die summa unterschiedlicher Zahlen, gleich sey allen ihren Posten zusammen genommen, und daß man gleiche Zahlen allezeit vor gleiche substituiren könne, und daß folglich 6 † 9 † 15 : 2 † 3 † 5 = 3.

Daß die denomination des Maasses einer Grösse dieselbe durch ihr Maaß wieder aufhebe.

§. 36. Wenn eine Zahl eine gewisse Grösse 54 aufhebet, durch eine andere Zahl 9, so hebet die denomination 9 auch die gegebene 54 durch ihr Maaß 6 wieder auf. Denn 54 : 6 = 9 da nun vor bekandt angenommen wird, daß 6. 9 = 54 so enthält 9 so offt 1 als 54 die 6. (§. 28) folglich ist 9 : 1 = 54 : 6.

§. 37.

Daß alle Zahlen biß auf 1 theilbahr sind.

§. 37. Jegliche Zahl kann getheilet werden, aber nicht aufs unendliche. Denn weil alle Zahlen aus vielen Einheiten zusammen gesetzt, so folget, daß jede derselben in unterschiedliche Einheiten kan getheilet werden. Da aber auf die Weise die Einheit ein Theil aller Zahlen, so können sie in gantzen Zahlen nicht weiter getheilet werden, als auf 1, sintemahl 1 in gantzen Zahlen untheilbahr ist, indem in gantzen Zahlen keine geringere als 1 zu finden.

Was ein Totum sey.

§. 38. Weil aber jede Grösse aus vielen Einheiten bestehet, so sind alle die Zahlen ein Gantzes, so aus vielen Einheiten zusammen gesetzet, z. E. 12 ist ein gantzes, weil sie aus 3 † 4 † 5 Einheiten zusammen gesetzet.

Was ein Pars sey,

§. 39. Die Einheiten, woraus eine gewisse Grösse entstehet, heissen deren Theile, z. E. 3 † 4 † 5 = 12, und also Theile von dem gantzen 12.

Daß alle Theile zusammen genommen, dem gantzen gleich seyn.

§. 40. Alle Theile einer Grösse zusammen genommen sind der gantzen Grösse gleich, oder die gantze Grosse ist gleich allen ihren Theilen zusammen genommen; denn alle Theile des gantzen sind mit dem gantzen einerley (§. 38) wenn wir nun als bekandt annehmen, daß einerley sich allezeit selbst gleich, so folget, daß das gantze seinen Theilen zusammen genommen gleich sey.

Daß das gantze grösser als ein tegliches Theil desselben.

§. 41. Ein jegliches gantze ist grösser als ein jeglicher Theil desselben; z. E. 12 ist das gantze, und 4 † 8

dessen

dessen Theile, darum soll 12 grösser seyn, als 4 und auch als 8. Denn dessen Theil einem andern gantzen gleich ist, das ist selber grösser als das andere (§. 12) Nun aber nehmen wir als bekant an, daß jeglicher Theil eines gantzen, einem Theil des gantzen, das ist: sich selbst, gleich sey, folglich ist das gantze grösser als jegliches seiner Theile.

Von Complemente des gantzen.

§. 42. Kein Theil von einem gantzen ist dem gantzen gleich, es sey denn, daß noch ein oder mehr andere Theile dazu genommen werde, welcher deswegen des gantzen Complement genennet wird, weil er zu dem andern Theile genommen, das gantze voll machet, was an der gantzen Grösse fehlet, z. E. 40 ist ein Theil von 64 darum kan 40 nicht gleich seyn 64, es sey denn, daß noch ein 24 oder mehr andere Theile 6 † 7 † 11 dazu genommen werden, und 24 oder 6 † 7 † 11 ist das complement zu 40=64. denn ein jegliches gantze ist grösser, als ein jeglicher seiner Theile (§. 41) und das gantze bestehet darin, daß aller Theile Einheiten darinn begriffen (§. 42) Nun aber sind in 40 nicht aller Theile Einheiten begriffen, so in 64, darum kan 40 nicht gleich seyn 64, es sey denn, daß die an 64 fehlende Einheiten dazu genommen werden.

Eintheilung der Theile des gantzen.

§. 43. Weil die Einheiten einer andern Zahl entweder etliche mahl, oder nach einer gewissen Anzahl in einer andern begriffen, so sind deswegen zweyerley Arten der Theile einer gantzen Grösse, deren erste man partes aliquotas, die andern partes aliquantas nennet.

Beschreibung des Partis aliquotæ.

§. 44. Ein pars aliquota, so auch sonst multiplicans, oder ein geschickter Theil genandt wird, ist nichts anders,

anders, als eine Zahl, so in einer andern etliche mahl enthalten, oder die so viel Einheiten in sich enthält, als sie im gantzen begriffen, oder endlich eine andere Zahl, so ihr Gantzes völlig aufhebet, z. E. 24: 12 oder 8 oder 6, oder 4 oder 3. oder 2 gehet auf; darum sind 12, 8, 6, 4, 3, und 2, die partes aliquotæ von 24.

Der Unterschied zwischen dem parte aliquota und Maasse einer Zahl.

§. 45. Ein pars aliquota ist darin von dem Maasse einer Zahl unterschieden, daß die Zahl selbst auch ihr Maaß, aber ein pars aliquota allezeit kleiner als das gantze ist. Alle geschickte Theile der Zahl sind also auch derselben Maaß, aber nicht alles Maaß ist derselben geschickter Theil.

Des Partis aliquotæ unterschiedliche Nahmen.

§. 46. Ein pars aliquota wird so genandt, weil er in dem gantzen eben etliche mahl enthalten; oder ein geschickter Theil, weil er sich das gantze aufzuheben eben schicket; endlich Multiplicans, weil er das gantze durch die Multiplication machet.

Von der Denomination der Theile.

§. 47. Ein jeglicher pars aliquota empfähet seine denomination von der Zahl, wodurch das gantze in denselben aufgehet. Denn 24:6 = 4 darum ist 4 der Denominator von 24: 6, und man spricht: 6 ist von 24 der 4te Theil, und vice versa. Da 4. 6 = 24, so spricht man 24 ist 4 mahl so viel als 6; denn da die Theile einer Zahl derselben Maaß sind, (§. 45) so ist der quotient von 24: 6 des Theils denominator. (§. 21)

Wie Eins das Theil einer Zahl sey.

§. 48. Eine Eins ist einer jeden Zahl Theil durch dieselbe Zahl selbst: denn weil Eins eine Zahl durch sich selbst

selbst aufhebet, (§. 23), so folget, daß 1 durch die Zahl selbst derselben geschickter Theil sey.

Welches der größte, und kleineste pars aliquota einer gantzen Grösse sey.

§. 49. Derjenige pars aliquota einer Grösse ist der größte, so den kleinesten denominatorem hat, und der der kleineste, so den größten denominatorem hat. z. E. 4 und 3 sind partes aliquotæ von 24, wenn nun 24: 4 = 6, und 24: 3 = 8, so soll 4 ein grösser Theil von 24 als 3 seyn, weil der denominator 24: 4 = 6 kleiner, als 8 der denominator von 24: 3. Denn ein pars aliquota enthält so viel Einen in sich, als derselbe in den gantzen enthalten, (§. 44) und ein grösser pars aliquota enthält mehr Einheiten als ein kleiner, (§. 17) folglich kann ein grosser pars aliquota nicht so offt in dem gantzen enthalten seyn, und das ist der größte Theil des gantzen, so die kleineste, und das der kleineste Theil des gantzen, so die größte denomination hat.

Daß eine 4te Zahl in der andern theilbar, wenn die 3te in der ersten theilbar ist.

§. 50. Wen eine Zahl 6 ein geschickter Theil von einer andern Zahl 24 durch eine dritte Zahl 4, so ist die 3te Zahl 4 der andern 24 geschickter Theil durch die erste 6. Denn ein jeder geschickter Theil ist das Maaß des gantzen, (§. 45) folglich hebet die denomination des Theils eben die Zahl wieder durch deren geschickten Theil auf. (§. 36)

Was ein numerus multiplex sey.

§. 51. Einem jeglichen geschickten Theile wird eine, in eine andere eingeführte Zahl, als sein gantzes entgegen gesetzt, und eine jegliche Zahl so gemachet wird, wenn ein pars aliquota des gantzen, in einen andern eingeführet wird, heisset numerus multiplex.

Was æque multiplices ihrer Theile sind.

§. 52. Wenn 2 oder mehr Zahlen e. g. 6 und 15 durch so viel andere, 2 und 5 in eben die Zahl, 3, aufgehen, so heissen sie æque multiplices ihrer Theile, und man spricht: 2 ist eben so viel von 6, als 5 von 15.

Was partes cognomines sind.

§. 53. Wenn hingegen 2 oder mehr Zahlen so viel andere durch eben die Zahl aufheben, so heissen sie partes cognomines z. E. wenn 3, 5, und 7 durch 2 aufheben: 6, 10, und 14; so sind 3, 5, und 7 partes cognomines von 6, 10, und 14, und man spricht, 3 ist so offt enthalten in 6, als 5 in 10, und 7 in 14.

Wie unterschiedliche æque multiplices einander gleich.

§. 54. Alle Zahlen, so derselben oder gleicher Zahlen æque multiplices sind, die sind unter sich selbst gleich, z. E. 9 und 6 † 3 sind æque multiplices von 3=2 † 1 darum ist 9=6 † 3. denn æque multiplices gehen in eben die Zahlen durch eine andere auf. Nun aber setzen wir vorher aus, daß alle Zahlen, die in eben die Zahl auf gleiche Weise aufgehen, unter sich selbst gleich seyn, darum sind diese Zahlen, so von denselben oder gleichen Zahlen æque multiplices, auch unter sich selbst gleich.

Wie unterschiedliche partes cognomines einander gleich.

§. 55. Wenn etliche Zahlen, 3 und 2 † 1 von derselben 9 oder gleichen Zahlen 9=6 † 3 partes cognomines sind, so sind sie unter sich gleich; denn durch welche Zahlen eine andere die 3te aufheben, die heissen partes cognomines. Nun aber sind die partes cognomines nach der Aufgabe gleicher Multiplicium Theile, und jeglicher enthält so vielmahl 1 als sie in ihren Multiplici enthalten, darum sind sie unter sich gleich.

Wie

Wie die Summa von unterschiedlichen Zahlen so wohl æque multiplex, als die Posten derselben.

§. 56. Wenn unterschiedliche Zahlen 6, 9 und 12 æque multipiices von ihren Theilen 2, 3, und 4, so ist die Summa der Zahlen 27 zu der Theile Summa 9 eben auf die Weise æque multiplex, wie ein jeglicher Post zu seinen Theile; denn jedwede æque multiplices gehen durch eine Zahl in ihren Theilen auf (§. 52) Nun aber sind nach der Aufgabe alle Posten æque multiplices zu ihren Theilen, und ein jeglicher geschickter Theil ist des gantzen Mensur (§. 45) darum hebet die Summa der Theile, die Summam der æque multiplicium durch eben die Zahl auf, wie ein jeglicher Theil der Posten seinen Multiplicem aufhebet (§. 29)

Wie die Summa unterschiedlicher Zahlen der Summa ihrer partium cognominum gleich.

§. 57. Wenn etliche Zahlen 2, 3, und 4 eben so vieler Zahlen 6, 9 und 12 partes cognomines, so ist die Summa von diesen Zahlen 9 auf eben die Weise ein pars zu der Summa der æque multiplicium 27 wie ein jeglicher Theil zu seinem multiplici. Denn die partes cognomines heben unterschiedliche Zahlen auf gleiche Weise auf. (§. 53) Nun aber heben die Zahlen 2, 3, und 4 die Zahlen 6, 9, und 12 auf gleiche Weise auf: darum hebet die Summa jener Zahlen, auch die Summa dieser auf gleiche Weise auf, wie ein jeglicher Theil seinen Multiplicem aufhebet.

Was ein pars aliquanta sey.

§. 58. Ein pars aliquanta, so auch sonst aggregativa genandt wird, ist die Zahl, so nur eine gewisse Anzahl der Einheiten in sich enthält, die mit den Einheiten der andern zusammen genommen, dem gantzen gleich, ohne darauf zu sehen, ob er in gantzen Zahlen in dem gantzen aufgehe oder nicht. z. E. 9 ist ein pars

aliquanta von 12, weil 9 der 12 nicht gleich werden kan, es sey denn daß noch eine andere Zahl 3 dazu genommen werde, und fräget man nicht, ob 9 in 12 aufgehe oder nicht.

Die Ursachen solcher Benennungen.

§. 59. Es wird aber ein Theil deswegen aliquanta genannt, weil er nur einige Einheiten zur Grösse beyträget, aggregativa aber; weil er durch die addition mit einer andern Zahl das Gantze ausmachet.

Wie ein pars aliquota von gantzen, als ein pars aliquanta zu regardiren.

§. 60. Es kan aber auch ein pars aliquota als ein pars aliquanta eines gantzen betrachtet werden, wenn er zu einer andern Zahl addiret wird, so in dem gantzen nicht theilbar. z. E, wenn 9 nicht theilbahr in 12, so ist der übrige Theil 3 in 12 theilbar, und also ein pars aliquota, weil er aber hier betrachtet wird, als eine solche Zahl die zu 9 addiret, das gantze ausmachet, so wird sie regardiret als ein pars aliquanta von 12.

Daß eine gantze in einer Zahl untheilbahre Größe einen in dieselbe theil- und einen untheilbahren Theil in dieselbe begreiffe.

§. 61. Jegliche in eine gantze Grösse untheilbahre Zahl bestehet aus einem in dieselbe Zahl theil- und einem in dieselbe untheilbahren Theile, und dieser Theil ist der Rest, so man die theilbahre Zahl von der untheilbahren abnimmt. z. E. 8 ist in 3 untheilbahr, daher bestehet 8 aus einen in 3 theilbahren 6, und in einen in 3 untheilbahren Theile, das ist 2, denn wenn die gantze Grösse in die dazu gegebene Zahl eben enthalten wäre, so würde sie theilbahr seyn; (§. 28) nun aber soll sie nach der Aufgabe in dieselbe untheilbahr seyn, darum muß sie ausser dem Theile, so in die da-

zu

zu gegebene Zahl aufgehet, noch einen Theil in sich enthalten, der in dieselbe untheilbahr, und da solcher diejenige Zahl, so über dem theilbahren Theile darin enthalten, so ist er dasselbe, so bleibet, wenn man den theilbahren Theil von der dazu gegebenen Zahl abziehet.

Daß die partes aliquantæ auch partes aliquotæ des Gantzen sind.

§. 62. Ein jedweder pars aliquanta einer gantzen Grösse, enthält der gantzen Grösse partem aliquotam etliche mahl z. E. 5 † 9 sind partes aliquantæ von einen gantzen 14, darum enthält 5 den partem aliquotam etliche mahl, und 9 etliche mahl, denn alle Zahlen sind unter sich selbst commensurable (§. 24) da nun die partes aliquantæ, und das Totum unterschiedlicht Zahlen, so folget, daß die partes aliquantæ 5 † 9 und das Totum 14 commensurable durch 1, so beyder pars aliquota ist, und also jeglicher pars aliquanta so offt in dem gantzen begriffen, als die gemeine Mensur der partium aliquantarum, und des Totius in jeglichen parte aliquanta begriffen, und also begreiffet das Totum seine partes aliquantas etliche mahl.

Zu finden, wie offt ein pars aliquanta von einer gantzen Grösse ein pars aliquota sey.

§. 63. Wie vielmahl ein pars aliquanta, der gantzen Grösse pars aliquota sey, lässet sich auf die Weise finden. Man suchet nemlich die Mensur, wodurch die partes und das Totum theilbahr, und so offt dieselbe theilbahr in die partes aliquantas, so offt ist der pars aliquanta des Totius pars aliquota: z. E. zu finden was 6 † 9 vor partes aliquotæ vom Toto 15 sind, so ist die gemeine Mensur 3 zu 6 † 9 = 15, und 6 : 3 = 2 und 9 : 3 = 3, in 15 : 3 = 5. Darum ist 6 aus 15

15 der 2mahl 5te, und 9 aus 15 der 3mahl 5te Theil und 2 fünff Theile multipliciret, mit 3, und 3 fünff Theile multipliciret mit 3 = 15 den gantzen. Oder so 6 + 7 = 13 so ist die gemeine Mensur davon 1, und 6: 1 = 6 und 7: 1 = 7 von 13: 1 = 13 und also ist 6 der 6 mahl 13te Theil, und 7 der 7 mahl 13te Theil von 13, und 6. 1 und 7. 1 = 13.

Was partes similes sind.

§. 64. Wenn 2 oder mehr partes aliquantæ, und jeglicher seines gantzen partis cognomines aliqotas in jeglicher Zahl hat, oder wenn 2 oder mehr partes aliquantæ jeglicher zu seinem Gantzen, eben das oder einerley Verhältniß hat, so heissen sie partes similes oder ähnliche Theile z. E. 6 und 8 sind partes aliquantæ von 9 und 12, und 6 hat eben das Verhältniß zu 9, welches 8 hat zu 12, darum sind 6 und 8 partes similes: denn wenn sie ein ander Verhältniß gegen ein ander hätten, so könten sie ohne Gegeneinanderhaltung erkandt werden, wären also unähnliche Theile. (§. 14) Nun aber sind es partes similes, darum müssen sie einerley Verhältniß zu ihren gantzen haben.

Wenn die partes similes sind.

§. 65. Wenn unterschiedliche gantze Grössen zu ihren partibus aliquantis einerley Verhältniß haben, so sind die Theile einander ähnlich. z. E. 9 und 12 sind 2 Tota, so zu 6 und 8 eben das Verhältniß haben, darum sind 6 und 8 partes similes. Denn wir nehmen vor bekannt an, daß 12: 9 = 8: 6; darum sind 8 und 6 partes similes. (§. 64)

Jegliches Totum getheilet in partes similes ist gleich den andern Totis auf gleiche Weise getheilet.

§. 66. Daher folget, daß ein Totum getheilet in seinen partem similem gleich sey den andern Totis getheilet, jegliches in seinen partem. z. E. 9: 6 = 12: 8.

sin-

sintemahl jegliches Totum, getheilet in seinen partem similem, eben den partem aliquotam hat.

Daß die ähnlichen Theile unter sich selbst gleich.

§. 67. Die ähnlichen Theile von unterschiedlichen Gantzen sind unter sich selbst gleich. z. E. 6 und 8 sind ähnliche Theile von 9 und 12, oder: der wie vielleste Theil ist 9 aus 12. der so vieleste Theil ist 6 aus 8. Denn das gantze ist eben das was alle seine Theile zusamen genomen, (§. 40) wenn demnach 6 muß anderthalb genommen werden, wenn es 9 gleich seyn soll, so muß auch 8 anderthalb genommen werden, biß es 12 gleich ist; darum enthält 9 so oft 6, als 12 enthält 8. und also sind die Theile unter sich gleich, wie die Tota.

Die Summa der partium similium ist æque similis der Summa der von den Totis

§. 68. Die Summa von unterschiedlichen partibus similibus ist auf eben die Weise ein pars similis von der Summa der Totorum, als die partes similes unter einander sind. z. E. 6 und 8 sind partes similes von 9 und 12 und $6 + 8 = 14$, wie $9 + 12 = 21$, darum soll 14 von 21 æque similis pars seyn, wie 6 von 8. denn 6 und 8 haben eben das Verhältniß wie 9 und 12 (§. 64) Nun aber ist 6 gegen 8 wie 9 gegen 12, darum wie $6 + 8$ so $9 + 12$, wiederum ist 6 gegen 3 was 8 gegen 4, darum wie $3 + 4$ so $6 + 8$, (§. 56.) darum ist $4 : 3$ oder $8 : 6 = 8 + 6 : 4 + 3$. da nun wie $3 + 4$ und $9 + 12$, wie 3 zu 9 und 4 zu 12, so ist $9 + 12 : 6 + 8 = 9 : 6$ oder $12 : 8$ und ist $6 + 8$ zu $9 + 12$ wie 6 zu 8 und 9 zu 12. (§. 64)

Die kleinere Zahl ist der größern Theil.

§. 69. Eine jegliche kleinere Zahl ist der grössern ihr pars aliquota oder aliquanta; denn jegliche kleinere Zahl hebet die grössere auf oder nicht: (§. 17) hebet sie solche nicht auf, so ist sie ihr pars aliquanta.

Die grössere ist der kleinern ihr Totum.

§. 70. Jegliche grössere Zahl ist aus vielen kleinern Zahlen zusammen gesetzt, darum ist jegliche grössere Zahl, der kleinern ihr Totum.

Von den quantitatibus homogeneis & heterogeneis.

§. 71. Weil auch die zählbaren Dinge also beschaffen, daß sie von andern übertroffen werden können, oder nicht, so nennet man diejenige Vielheit, so eine andere übertrifft, oder dieselbe aufhebet, so sie etliche mahl dazu, oder davon genommen wird, quantitatem homogeneam, diejenige aber, so dieselbe nicht übertreffen kann, sie möge so offt genommen werden, als sie wolle, nennet man heterogeneam. z. E. 10000 Sonnen Stäubgen mögen eine Summa von 10000 Tonnen Goldes am Wehrte nicht übertreffen, darum sind diese beyde quantitates heterogeneæ; hingegen mag eine Summa von 1000 Rthlr. eine Summa von 10000 Tonnen übertreffen, oder dieselbe aufheben, wenn sie etliche mal zu einander oder davon genommen werden, darum sind diese beyde homogeneæ.

Von Numeris homo - und heterogeneis.

§. 72. Woraus folget, daß ein numerus homogeneus; der zu eben derselben unität; hingegen ein heterogeneus; der nicht zu eben derselben Unität kan gezählet werden, z. E. 10 Sonnen Uhren können zu eben der Unität gezählet werden, als 20 derselben, darum sind 10 und 20 numeri homogenei; 10 Sonnen Uhren aber können nicht zu 20 Sack-Uhren gezählet werden, darum sind dieses numeri heterogenei.

Von Numeriren insgemein.

§ 73. Mit diesen nach ihren besondern Eigenschafften beschriebenen Zahlen gehet die Arithmetica also um, daß

daß sie eine Zahl entweder schlecht hin, oder vor sich allein betrachtet, oder wie sie sich gegen die andere verhält. In der ersten Absicht lehret sie, wie diese Zahlen 1) zu benennen 2) nach der angenommenen Weise auszusprechen, und 3) geschrieben werden müssen, und der Theil des Arithmetischen Unterrichts heisset Numeriren.

Von den speciebus der Arithmetic.

§. 74. Was die Erfindung unterschiedlicher Zahlen betrifft, so mit denen gegebenen in einer sonderbahren Vergleichung stehen, so geschiehet solches entweder durch der gegebenen Zahlen Vergrösserung, wenn man zu denselben noch mehrere Einheiten hinzu thut, oder durch deren Verringerung, wenn man von denen gegebenen Zahlen einige Einheiten hinweg nimt. Sind die gegebene Zahlen, daraus eine grössere heraus gebracht werden soll, also beschaffen, daß eine mehr Einheiten in sich begreifft, als die andere, so lehret die addition, wie solche zu einer grössern Zahl zu machen; Und wenn man eine oder mehr Zahlen von beliebiger Grösse von der andern genommen, so lehret die Subtraction wie durch eine Zahl die andere verringert werden kann. Werden Zahlen, so aus gleiche viel Einheiten bestehen, etliche mahl zu einander genommen, so findet man eine grössere Zahl durch die Multiplication: wenn man aber eine Zahl von der gegebenen Zahl, so vielmahl abnimmt, als man kann, so findet man eine kleinere Zahl durch die Division. Hieraus folget, daß multipliciren nichts anders sey, als ein vortheilhafftes addiren: Dividiren aber ein vortheilhafftes Subtrahiren. z. E. Wenn man zu berechnen hat, wie viel 5 seyn, wenn man solche vier mahl durch sich selbst vergrössern soll, so kan solches geschehen durch addiren, als 5, und 5 ist 10, noch 5

ist 15, und dann noch 5 ist 20, oder durch multipliciren also: 4 mahl 5 ist 20. Oder wollte man wissen, wie viel mal die kleinere Zahl 5 in 20 enthalten, so kann solches geschehen durchs Subtrahiren, auf folgende Weise; als 5 von 20 bleibet 15, hiervon abermal 5 abgezogen, bleibt 10, wird dann noch einmal 5, abgezogen, bleibet 5, und zuletzt noch einmal 5 von 5 bleibet 0; Wenn man also 5 von 20, 4 mahl subtrahiret, bleibet nichts, und kann man daher abnehmen, daß 5, 4 mahl in der Zahl 20 enthalten. Solches läßt sich durch die Division gleich finden, wenn man saget: 5 in die 20 nehme ich 4 mal. Und wie also in der Multiplication vortheilhafftig gefunden wird, was in der Addition mehrere Weitläufftigkeit gebrauchet; also geschiehet durch die Division, mit Vortheil, was in Subtrahiren weitläuffig auszuarbeiten war.

Wie solche species genennet werden und wie viel derselben sind.

§. 75. Ausser dem, daß die Arithmetica lehret, wie die figürlichen Theile der Zahlen auf unterschiedliche Weise können transponiret, und umgesetzet werden beruhet auf diesen 5 Arten alle Anweisung, wie man mit den Zahlen umgehen soll, und darum werden sie Algorithmus, die 5 species oder Haupt-Theile, und Grund-Lehren der Arithmetic, und Rechen-Kunst genandt. Wolte aber jemand Additionem, und Multiplicationem vor einen, Subtractionem & Divisionem vor den andern Haupt-Theil der Arithmetic nehmen, und nebst der Numeration nur 3, oder ohne dieselbe nur 2 Species oder partes setzen, so halte davor, daß wegen einer solchen Critique kein besonderer Disput anzufangen. So will ich mich auch mit denen nicht einlassen, die mit dem Herrn Paricio und andern die Numeration zu denen Speciebus Arithmeticis

ticis nicht mit rechnen wollen, sondern solche nur vor eine Vorbereitung halten. Gnung, daß in Versetzung, Vergrösserung und Verkleinerung der Zahlen aller Sachen Berechnung bestehet.

Von der Benennung der operationen in denen Rechnungs-Arten.

§. 76. Wenn man die Rechnungs-Arten einzeln und jede allein gebrauchet, so heisset diese Verrichtung operatio simplex oder primaria; wenn man aber 2 oder mehrere mit einander componiret, so nennet man diese Verrichtungen operationes compositas oder secundarias. Deren viererley Arten sind, neml. 1. wenn durch der gemeinen Zahlen Addition und Multiplication oder durch besondere Arten von Multipliciren polygonal und Potenz Zahlen, wie auch numeros combinationum u. transpositionum heraus bringet. 2) durch Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren die ungleich benahmte Zahlen in gleich benahmte reduciret, 3) wenn man durchs Addiren und Subtrahiren, oder durchs Multipliciren und Dividiren die Verhältnisse der Zahlen suchet. 4) Wenn man den valorem in den unbekañten Zahlen heraus bringet, da man sie mit den bekannten in Vergleichung setzt.

Erste

Erste Eintheilung.

Von der Arithmetica vulgari numerosa in gantzen und unbenahmten Zahlen.

Erster Abschnitt

Von den 5 Speciebus oder Algorithmis in unbenahmten Zahlen.

CAPUT PRIMUM.

Von Numeriren.

Beschreibung der Numeration.

§. 1. Numeriren heisset zu teutsch: zählen, das ist dem Wort-Verstande nach: anzudeuten, wie viel Sachen von gleicher Art beysammen sind; oder wie groß eine Zahl, und ist die Art zu rechnen, die uns anweiset, die Zeichen der Zahlen zu benennen, auszusprechen, und nach angenommener Weise zu schreiben.

Was Zählen sey.

§. 2. Wenn man anzeiget, wie vielmahl eins von einem dazu gegebenen Zeichen, oder eben demselben zählbahren Dinge gesagt werden müsse, das nennet man zählen, und was man von demselben Zeichen saget, oder ihm vor ein zählbahres Ding beyleget, das ist sein Nahme, oder seine Benennung. Was man von denen Zeichen selber sagen kann, das erhellet entweder aus ihrer Gestalt, oder aus ihrer Ordnung, darin sie geschrieben. Redet man davon, was ein Zeichen durch seine Gestalt, oder in seiner gesetzten Ordnung vor eine Zahl anzeiget, so heisset man solches seine innerliche Benennung, weil nemlich, was von der

Zahl

Zahl gesagt wird, in der Gestalt und Ordnung der Zahl begriffen. Was man aber von der Zahl saget, in Betracht der zählbaren Dinge, das ist durch sonderbahre Worte ausgedrucket, und heisset derselben beygelegter Nahme, oder Benennung.

Welches einer jeglichen Zahl Zähler und Benennung sey.

§. 3. Weil die Eins aller Zahlen Grund und Uhrsprung, so folget, daß alle Zahlen ihre inwendige Benennung daher haben, wie offt die Eins darin enthalten, und daraus folget 1) daß jede Zahl ihre Zähler und Nenner habe. Der Nenner zeiget an, was gezählet worden, der Gehalt oder Zähler ist, wie viel davon gezählet werde. z. E. 8 hat zu ihrem Nenner 8, und eins zum Zahler, denn sie zeiget an, daß etwas sey davon 1. gesagt werden kann, darum ist 8 dasjenige, so benennet was gezählet wird, und 1 der Zähler, denn sie zeiget, wie viel gezählet wird nemlich 1. und weil die Zahl eine Anzeigung, ob ein Ding mehr oder weniger genommen als ein mal, so muß der Zähler in den Zahlen allezeit deutlich seyn. Der Nenner aber ist nur alsdenn deutlich und klar, wenn man dessen Unitæten oder die Theile der Unitæten, daraus er bestehet, gleich und genau anzeigen kan, als 5 hat 5 Unitæten; undeutlich aber, so man dessen Unitæten erst durch Untersuchung bestimmen, oder ihn gar nicht in Unitæten oder völligen Theilen der Unität angeben kann, z. E. 2 V 4, wo 2 der Zähler. Der Nenner aber ist V 4, so erst nach der Ausziehung 1 Paar das ist 2 anzeiget. Hingegen kan der Nenner von 3 V 14 weder in Unitæten, noch in Theilen von den Unitæten angezeiget werden.

Von den Ziefern.

§. 4. Die Zeichen, wodurch die Zahlen angezeiget werden, heissen Ziefern, Figuren, und werden bey allen

Völckern

Völckern nicht auf gleiche Weise geschrieben. Conf. Joh. Mich. Poetii Anleitung zum Arithmetischen Wissenschafften, C. 1. p. 22. Gerhard de Neufville, Arithm. Theor. & Pract. L. I. C. 3. app. p. 40 seqq. Die Griechen, und einige Orientalische Völcker haben sie mit den Buchstaben des Alphabets geschrieben; die Lateiner haben dazu nachfolgende Zeichen gebrauchet. I. V. X. L. C. D. M. I. gilt eins, V. fünf, X. zehen, L. funfzig, C. hundert, D. fünfhundert, M. tausend; diese Ziefern werden sonst Römische Zahlen genandt.

Von denen bey uns gebräuchlichen Ziefern.

§. 5. Weil aber beyde Arten unbequem in rechnen zu gebrauchen, so hat man den Unterscheid der Zahlen mit folgenden Figuren angedeutet. 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Von dem Uhrsprung der Römischen Ziefern.

§. 6. Von dem Uhrsprunge der Lateinischen oder Römischen Zeichen etwas zu gedencken, so ist muthmaßlich in der Schreib-Art der Lateiner Eins deswegen mit einem I geschrieben, weil sie immer mit den Fingern zähleten, und also einen Finger mit 1 Strich vorgestellet, und zuletzt ist daraus die Figur I. worden. Fünfe haben sie mit einem V. geschrieben ist daher entstanden, daß sie das Model von der gantzen Hand genommen, die sie also gemahlet, ⩛. Die mittelste 3 Striche haben sie herausgelassen, und ist sodann eine Figur als eine V. heraus gekommen, so fünffe angezeiget. Zehen haben sie mit X. geschrieben, und ist daher gekommen, daß man die Hände Creutzweiß über einander geschlagen, und also ein X gemacht, wenn man 10 gezählet. 50 haben sie deswegen mit einem L ge-

geschrieben, weil es halb 100 so man mit ↆ geschrieben, und die oberste Hälffte funfzig zu bezeichnen weggelassen, woraus dieses Zeichen L entstanden ist. Hundert hat man mit Ⅽ geschrieben, weil die Figur eines

Ⅰ Ⅰ ein halbtausend angezeiget, davon die Figur ↆ ein Theil ist, so nachhero in ein C, das Zeichen aber der fünfhundert in ein D verwandelt worden. Tausend ist Anfangs mit der Figur eines doppelten Quadrats also Ⅰ·Ⅰ Ⅰ geschrieben, und hat hernach viele Verwandelungen erlitten. Man findet sie ⅭⅭⅠↃ, ⅭⅠↃ, ↀ, ↀↃ, CIↃ, CXↃ, CD geschrieben, woraus endlich das heutige M entstanden, und von diesen Zeichen ist CIↃ die gebräuchlichste. Sonst hat man durch IↃↃ angezeiget, fünftausend, aus ↀ Ↄ zusammen gesetzt. CCIↃↃ zeiget an zehen tausend, aus ↀ Ⅰ Ⅰ Ↄ zusammen gesetzt. IↃↃↃ zeigete an funfzig tausend aus ↀ ↁ ↁ zusammen gesetzt, CCCIↃↃↃ, hundert tausend aus ↀ ↀ Ⅰ Ⅰ ↁ ↁ zusammen gesetzt. Wolten sie zweyhundert tausend schreiben, so schreiben sie die Figur von hundert tausend zweymal, neben einander. Sonst wusten sie allerley Zahlen gar bequem anzuzeigen, wenn sie die 7 ersten Notas in 3 paar theileten, und die M überbleiben liessen, wie folget

I]	X]	C]
V]	L]	D] M

Mit dem ersten bezeichneten sie alle Monades.

I. II. III. IIII. V. VI. VII. VIII. oder IIX. VIIII.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 8. 9.

oder IX.

Mit

Mit dem andern alle Decades.

X. XX. XXX. XXXX. oder XL. L. LX. LXX.

10. 20. 30. 40. 50. 60. 70.

LXXX. LXXXX. oder XC.

80. 90.

Mit dem dritten Paar alle Centenarios.

C. CC. CCC. CCCC. oder CD. D. DC.

100. 200. 300. 400. 500. 600.

DCC. DCCC. DCCCC. oder CM.

700. 800. 900.

Mit dem M. die Millenarios.

CIↃ. CIↃCIↃ. CIↃCIↃCIↃ. CIↃCIↃCIↃCIↃ.

1000. 2000. 3000. 4000.

IↃↃ. 5000. u. s. w.

Vortheilhafftiger schrieben sie die grossen Zahlen, wenn sie die ersten 3 Paar den M. vorsetzten und 1000. gelten liessen. z E.

IIM. XM. XLM. DCLM.

2000. 10000. 40000. 650000.

M.M. pfleget bey ihnen oft 1000000 oder auch 2000 anzuzeigen. Sonst zog man auch ein Strich über die Zahlen, so anzeigete, daß die untergesetzte Zahlen tausend gelten solten. z. E. $\overline{I}$. war 1000. $\overline{V}$. war 5000 $\overline{XXD}$. 20500.

Hatte der Strich oberwerts zur lincken Hand einen Hacken, so galt die darunter stehende Zahl 100000 hoch. z. E. $\overline{CLXXXIII}$. 1830000.

Oder wenn es über 100000 kam, machten sie nur blosse Commata, oder Puncta. z. E. XVI, XX. DCCCXXIX war 1620829. Conf. Matth. Hostii Diss. de numeratione emendata in Rechenbergii Collectionem scriptorum historiæ rei nummariæ.

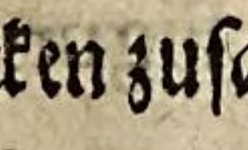
Von

Von dem Ursprunge der bey uns gebräuchlichen Ziffern.

§. 7. Von denen bey uns gebräuchlichen Zeichen etwas zu gedencken, so werden solche Barbarische oder Saracenische Ziffern genandt, und sind solche von denen Indianern durch die Araber zu uns bracht, und sind im Gebrauche deswegen beybehalten, weil sie dazu am bequemsten sind; Wie man aber muthmasset, haben diese Zeichen folgenden Ursprung.

(1) Ist ein Strich.

(2) Sind zwey Quer-Striche = durch eine schrege Linie zusammen gefüget.

(3) Sind 3 Quer-Striche ≡ mit zwey krummen Hacken zusammen gefüget. 

(4) Ist ein □, so unten verlängert, |□| und daher ist entstanden die 4.

(5) Ist das □ mit einen Quer-Striche drunter, wenn solcher mit einer krummen Linie an das Quadrat gefüget, und so ist daraus die Figur der fünfe entstanden.

(6) Ist die Figur der , wenn an dieselbe von oben her ein krum Strich (gefüget, und mit dem untern zusammen gezogen, und daher die Figur der mittlere Strich hernach weggelassen, woher die jetzige 6 entstanden.

Von der 7. wollen wir nach der 9. handeln.

(8) Ist ein gedoppelt Quadrat unter einander geschrieben, so hernach ist mit gekrümmeten Linien geschrieben: 8.

(9) Wenn unter der Zahl 8. noch ein krummer Strich gemacht, und mit dem doppelten Quadrate ⊟ zusamen gezogen, und daß sich folgende Figur ⊟ zeiget. Wann man mitten aus derselben den Querstrich ausgelöschet, zeiget sich diese Figur also 9, oder wie sie jetzo geschrieben wird, 9. Was endlich die Zahl 7 betrifft, so ist dieselbe daher entstanden, daß man 2 Seiten von dem Zeichen 9 oder 9. Zahl zurück genommen, daher sich folgende 7 Figur darstellet, die man jetzo 7 schreibet.

An statt der o hat man Anfangs einen Punct (.) gemacht; da man sich aber leicht bey einen solchen Puncte versehen können, so ist mitten in dem Puncte eine ledige Stelle gelassen, woher eine solche runde Figur entstanden, wie sich jetzo die o darstellet.

Von der Art die Ziffern in zählen zu gebrauchen.

§. 8. Sollen wir hierauf anzeigen, wie die Zahlen auszu'prechen, so ist zu bemercken, daß es unmöglich sey zu behalten, wenn man eine jegliche Grösse mit einer besondern Ziffer benennen wollte, daher man insgemein von eins bis zehn zu zählen pfleget, nach zehen fanget man wieder von eins an, und zählet eins zehen oder eilf, von zehen zählet man bis hundert, von hundert bis tausend, von tausend bis zehn tausend. Was einige gelehrte Mathematici hier bemercket, daß es wol besser wäre, wenn man nicht so hoch hinauf zählete, solches hat seinen guten Grund, sintemal man bey derselben die vielen Zähler ersparet. Conf. Weigelii Arithmetica tetractica, Leibniz Arithmetica binaria,

ria, dans les Memoires de l'Academie Royale de Sciences 1703. p. 105. seqq. Es ist aber hiebey nicht zu leugnen, daß der Vortheil, so man durch Ersparung der Zähler gewonnen, bey dieser Art durch das vielfältige Fortsetzen zur Benennung wieder verlohren werde. Deswegen hat Herr Abrah. de Gruaf in principiis Arithm. L. I. P. I. p. 17. angewiesen, wie man bis 12 fortzählen könne, und Herr von Leibniz schreibet, daß man davon noch mehr Vortheil haben könne, vid. Poëtii Anleitung zur Arith. Wissenschafft. §. 29. p. 11. Dem sey aber wie ihm wolle, so müssen wir uns in dieser unser Anweisung nach der Gewohnheit richten, welche wol ihren Ursprung daher hat, daß die Arithmetic in ihrer Unvollkommenheit nach der Finger-Zahl vollbracht worden. Anderer Gedancken zu geschweigen.

Von der Ziffern Bedeutung.

§. 9. Hieraus folget, daß man die Zahlen von eins bis zehn mit besondern Nahmen anzeigen müsse, wie man aber die Zeichen, so zu solchen Zahlen gebrauchet werden, nenne, solches erhellet aus folgenden Tarif.

1 bedeutet Eins.
2 bedeutet Zwey.
3 bedeutet Drey.
4 bedeutet Vier.
5 bedeutet Fünff.
6 bedeutet Sechs.
7 bedeutet Sieben.
8 bedeutet Achte.
9 bedeutet Neun.
10 bedeutet Zehen.

Und also zählet man, eins, zwey, drey, vier, fünff, sechs, sieben, achte, neun und zehen, wie es denen Kin-

dern bey der Mutter Brust mit Erlernung der Sprache, vorgesaget wird, und weil solche Zahlen was gewisses anzeigen, werden sie Significantes, oder bedeutende Zahlen genennet.

Die Bedeutung der Ziffern so bey einander stehen.

§. 10. Wenn diese Zeichen allein stehen, so machen sie einzelne Zahlen aus, und heissen numeri initiales, monadici, unitarii, digiti, oder die Einer, und bestehen aus uhrsprünglichen Einheiten, die man unitates elementares nennet, weilen sie aber alle Grössen anzuzeigen gebrauchet werden sollen, so hat man solches zu bewerckstelligen noch ein Zeichen erfunden, nemlich die 0, so man Null, oder Zero nennet, und da solches Zeichen an sich selbst nichts bedeutet, so gebrauchet man solches, wenn keine andere Ziffer verhanden, so eine Grösse, die über 9 ist, anzeigen kann. Denn nachdem man es vor bekant angenommen, daß eine Ziffer einen zehner anzeigen solte, wenn sie von der rechten zu der lincken Hand eine Stelle fortgerücket würde, und einen Hunderter, wenn solches um 2 Stellen geschehe, u. s. w. so hat man die Nullen, um die ledigen Stellen anzufüllen nöthig gehabt, wenn keine Bedeutungs-Ziffern angegeben werden. Und da die Nulla dazu gebrauchet wird, daß die bedeutende Zahlen an ihren rechten Ort zu stehen komen, so heisset sie character ordinans, und wan sie hinter einer bedeutenden Ziffern stehet, da giebet sie derselben die Geltung von dem Orte, wohin dieselbe zu stehen kommen; wo sie aber vor der bedeutenden Zahl stehet, da gilt sie nichts. Wenn aber die bedeutende Ziffern auf eine andere Stelle fortgerücket werden, so heissen sie angewachsene Einheiten, oder unitates progressionales, und sodann sind sie Theile einer Zahl, und werden Ziffern, Figuren, oder figuræ numerales, notæ numericæ, oder characteres numerorum genennet. So

viel

viel als deren in der Reihe zusammen gesetzet werden, aus so viel Reihen, Classen, Figuren, Ziffern oder Gradibus bestehet die Zahl, und heissen viel Ziffern zusammen eine zusammen gesetzte Zahl, deren Ziffern zugleich bedeutende, significantes, und ordinantes genent werden, und nach ihren Stellen oder Classen, ihre besondere Benennung empfahen. In der ersten Stelle heissen sie Einer, oder Monades, in der andern Stelle Zehner, oder Decades, in der dritten Hunderte, oder Centuriæ, in der vierdten Tausende, oder Chiliades, und in der fünfften Zehntausende, oder Myriades, und weil auch die Brüche von der Zahl darinn sie getheilet werden, ihren Namen empfangen, so heisset ein Bruch so durch einen Einer getheilet, ein Monadischer, der durch einen Zehner getheilet, eine Minutia decimalis, von einen Hunderter, centesimalis, von einen Tausender, millesimalis, von einem Zehntausender, myrimesimalis &c. Wenn man von solcher zusammen gesetzten Zahl so viel Ziffern nimt, als man zusamen aussprechen will, so heissen diese zusammen genommene Ziffern ein Fach, oder ein Periodus, als zum Exempel, 176, 989 sind 2 Periodi, weil man 176 und 989 zusammen aussprechen will, und sie deswegen von einander gesondert.

Grund-Sätze zur Numeration.

§. 11. Fliesset also die Numeration aus folgenden Hypothesibus. (1) Null gilt an sich selber in zählen nichts, sondern dienet bey Ermangelung einer etwas geltenden Ziffer die Stelle zu füllen, wo eine geltende Ziffer in einen höhern Gradum, oder Classem gesetzet werden muß.

(2) Eine jede Ziffer so allein, oder an der äussersten Stelle zur rechten Hand stehet, bedeutet so viel, als ihr bey ihrer Erfindung beygeleget.

(3) Stei-

(3) Steigen die Ziffern bey ihrer Fortrückung auf die nächstfolgende Stätte allezeit mit 10 also auf, daß eben die Ziffer so in der ersten Stätte, mit dem Namen der Einer beleget wird, in der andern Reihe einen Zehner, in der dritten einen Hunderter, in der vierdten einen Tausender bedeutet.

(4) Wenn man eine Ziffer bis auf die 4te Stätte fortrücket, so bedeutet sie einen Tausender, rücket man sie bis auf die 7bende Stätte fort, so bedeutet sie eine Million, oder tausend mal tausend, rücket man sie bis auf die 8te Stätte fort, so bedeutet sie 10 Millionen, rücket man sie an die 13te Stätte, ist sie eine Bimillion, und so weiter, so oft sie um 6 Stätten fortgerücket wird.

(5) Die unterschiedlichen Stellen werden Stätten, Gradus, Classes, Reihen genandt, und da man von denen Zahlen, so aus mehr als vier Ziffern bestehen, allezeit drey von den übrigen abschneidet, und von der ersten nach der lincken Hand hundert zu zählen anfähet, und was darüber, tausend nennet, so pfleget man einen jeden Abschnitt einen Periodum zu nennen, (§. 10.) und was über zwey Periodos, ist eine Million, oder 1000 mal 1000, was über vier Periodos, eine Bimillion, oder tausend, tausend, tausendmal tausend, u. s. w. weil aber tausendmal tausend allezeit eine Million ausmachet, so gehören allezeit 6 Ziffern zu einen Periodo von einer Million, daraus folget,

(6) Daß man von der lincken Hand zu zählen anfahe, die vierdte Ziffer von der rechten Hand tausend, die siebende aber Million, u. s. w. nenne, die sechste heisset hundert tausend, die fünffte zehen tausend, die vierdte tausend, die dritte hundert, die andere zehen, die erste eins ꝛc.

Regul zur Numeration.

§. 12. Hieraus fliesset folgende Regul zur Numeration. Schneidet von der vorgegebenen Zahl allezeit drey

drey oder sechs der nächsten nach der lincken durch einen Punct oder Comma von hinten ab. Num. 4 & 5.

(2) Fanget von der lincken Hand an auszusprechen. Num. 6.

(3) Nehmet allezeit einen Periodum, und wenn solcher von einer Million ist, so ist die 7de Zahl eine Million, die 6te hundert tausend, die 5te zehn tausend, die 4te tausend, die 3te hundert, die 2te zehn, und die 1ste ein. Wenn ihr aber nur nach tausend zählen wollet, so sind allezeit 3 Ziffern ein Periodus, davon die 3te von Ende hundert, die 2te zehn, die erste aber 1 auszusprechen, und ist so oft tausend zu sprechen, als Periodi sind. Bey dem letzten aber spricht man mal tausend. Bey der 13ten Zahl spricht man Billion, oder Milliot, bey der 19ten Trillion, oder Milliard, bey der 25sten Quadrillion, oder Legion, Quinquillion. &c.

(4) Ist eine Nulla da, so wird sie gar nicht ausgesprochen.

(5) Wie man mit einem Periodo umgangen, so gehet man mit den übrigen um. Zum Exempel ihr sollet aussprechen,

160847645801432. so zählet man nach der gemeinen Art so oft 3 Zahlen von hinten ab, als solches möglich, und machet allezeit zwischen 3, und 3 Zahlen ein Comma, oder über die vierdte Zahl ein Punctum, stehet nach der ersten Regul also.

160, 847, 645, 801, 432. Nach der andern Regul fänget man von der lincken Hand an zu zählen, und da der foderste Periodus aus 3 Ziffern bestehet, so bedeutet die foderste Ziffer hundert, und man spricht ein hundert, die andere zehn, und man spricht sechzig, die dritte ist eine 0, bedeutet also nichts drum spricht man, hundert und sechzig tausend, und so ofte tausend, als Periodi sind, nemlich tausend, tausend, tausend, und bey

dem letzten Periodo mal, nemlich: hundert sechzig tausend, tausend, tausend mal tausend.

Im andern Periodo bedeutet die 8 hundert= 4 zehn= 7 einfach, darum spricht man, achthundert sieben und vierzig tausend, tausend mal tausend.

Darauf wendet man sich zu dem dritten Periodo, und spricht: sechshundert und vierzig tausend mal tausend, und bey dem vierdten Periodo spricht man: acht hundert und ein tausend; Dem füget man bey den fünften Priodum, und spricht: vierhundert zwey und dreyßig. Fraget man nun: warum man die hinterste Ziffer zwey nennet? So antwortet, weil sie in der ersten Reihe stehet. Fraget man weiter: warum heisset die dabey stehende Ziffer dreyßig? So ist die Antwort, weil sie in der andern Reihe stehet. Auf die dritte Fragt: Warum die dabey stehende 4, vierhundert heisse? Antwortet man, weil sie in der dritten Reihe stehet; Die dabey stehende eins, heisset eintausend, weil sie in der vierdten Reihe stehet. Allezeit über der vierdten Ziffer stehet ein Punct, oder nach derselben ein Comma, weil die Zahl aus mehr als 4 Ziffern bestehet. Von der fodersten Zahl hat man zu zählen angefangen, und so oft man bey einen Punct, oder Comma komen, hat man so oft tausend ausgesprochen, und also so oft als Periodi vorhanden, und bey dem letzten Periodo das Wörtlein mal gebrauchet.

Nachdem eine jede Zahl von dem Puncte, oder Strichlein entfernet stehet, wird sie eins, zehn, oder hundert ausgesprochen. Vier mal fanget man an von neuen zu zählen, weil die Zahl in 4 Periodos getheilet; Wolte man eine Zahl auf Französische, oder Englische Manier nach Millionen aussprechen, so mag solches nach folgenden Exempel geschehen.

179847.65004.73659 0874 09632. Weñ von solcher allezeit 6 Zahlen zu einen Periodo gezählet werden,

so

so ist der erste Periodos eine Million, der andere eine Billion, oder Milliot, der dritte eine Trillion, oder Milliard, der vierdte eine Quadrillion. oder Legion, und wird das Exempel eingetheilet wie folget:

1798476, 500473, 659087, 409632 und wird ausgesprochen, wie folget: Ein Quadrillion, oder Legion, siebenhundert und acht und neunzig tausend, vierhundert und sechs und siebenzig Trillions, oder Milliard, fünfhundert tausend vierhundert und drey und siebenzig Billions, oder Milliot, sechshundert neun und funfzig tausend und sieben und achzig Millions, vierhundert und neun tausend, sechshundert und zwey und dreyßig.

Exempla zur Ubung.

§. 13. Folgen mehr Exempla zur Ubung, als: wie werden ausgesprochen?

1	98	043
2	40	304
3	04	444
4	90	566
5	09	657
6	166	576
7	177	765
8	199	832
9	100	328
10	010	283
01	001	909
11	210	090
43	021	009
34	102	1000
25	300	0100
53	030	0010
76	003	0001
67	340	2345
89	430	

3254
4523
5423
7008
0780
8070
9043
0934
4390
3409
9999
36754
507843
8764593
45640006
123895487
8000400060
98734500007
854316597834
364198374 5678
29456730000005
1000004000000006
730030060005040 0
1000000000000000
346897345698765349
99999999999999999
1110301101121010111
500000000000000000000

Regula, wie die ausgesprochene Zahlen aufzuschreiben.

§. 14. Nachdem nun zur Gnüge gezeiget, wie eine vorgeschriebene Zahl auszusprechen, so ist endlich eine Anweisung nöthig, wie man eine ausgesprochene Zahl schreiben solle, und dabey mercket folgende Regel.

1) Die

1) Die Zahl so einfältig ausgesprochen wird, schreibet hinten in die erste Reihe, die zehenfältig ausgesprochen wird, in die andere, die hundertfältig in die dritte, die tausendfältig in dir vierdte Reihe, u. s. w.

2) Wenn ein oder mehr Reihen, oder Classen ledig bleiben würden, so schreibet man an deren statt o.

Exempla.

Schreibet: Eins, Sechs, Sieben, Achte, Zehen.
Fünf und vierzig.
Dreyßig.
Sieben und zwanzig.
Hundert.
Hundert und vier.
Hundert und funffzig.
Siebenhundert acht und sechzig tausend.
Tausend und vier.
Tausend und zwanzig.
Sechs tausend nnd vier und zwanzig.
Achthundert tausend.
Fünfhundert und drey und vierzig.

Regula, wie eine ausgesprochene Zahl, so über 1 Million aufzuschreiben.

§. 15. Wenn die ausgesprochene Zahl, so 1 Million und drüber, zu schreiben, so gebrauchet folgende Regul.

1) Schreibet zu erst was eher ausgesprochen wird, als man 1000 nennet.

2) So oft man tausend nennet, so viel machet Puncte, oder Striche.

3) Setzet, was hernach ausgesprochen wird, ein jedes in seine Classe.

4) Wo ledige Stellen, dahin schreibet eine o, als z. E. Es soll geschrieben werden: Hundert fünf und achzig tausend, tausend mal tausend dreyhundert und vier und zwanzig tausend mal tausend sechshundert und

vier

vier. Schreibet erstlich 185 nach der ersten Regul, machet darauf 3 Puncte, oder Striche, weil 3 mal 1000 genandt, nach der andern Regul, also: 185. Setzet in das andere Spatium 324, nach der dritten Regul, also: 184, 324.

Lasset das dritte Spatium ledig, und schreibet in das vierdte 6 hundert und 4, also, daß 6 auf die 3te Stätte, und 4 auf die äusserste Stätte zur rechten Hand zu stehen kommen, also: 185, 324, , 6 4.

Die ledigrn Stellen füllet mit Nullen, so ist das Exempel fertig, und stehet also 185 324 000 604.

Exempel: Schreibet

1) Zehn tausend mal tausend.
2) Hundert tausend mal tausend und fünfe.
3) Siebenhundert tausend, tausend mal tausend zwey hundert und funfzig.
4) Tausend mal tausend, hundert und fünf und zwanzig tausend, vierhundert und dreyzehen.
5) Tausend, tausend, tausend mal tausend, sieben hundert und vierzehn tausend mal tausend, vierhundert zwey und vierzig.

Wie eine nach Französischer, oder Englischer Weise ausgesprochene Zahl aufzuschreiben.

§. 16. Wenn eine Zahl nach Französischer, oder Englischer Weise ausgesprochen wird, so gebrauchet solche zu schreiben, folgende Regul.

1) Schreibet man forne zur lincken Hand die Ziffern so einfach, zehen, hundert, tausend, zehen oder hundert tausendfach ausgesprochen werden.

2) Schreibet man hinter die geschriebene Ziffern einen Strich, oder über dieselben einen Punct, wenn Million genandt wird, 2 Strichlein oder Puncte, wenn Billion, oder Milliot genandt wird, und lasset vor 6 Ziffern Raum. Hinter diesen Raum schreibet man auch

ein

ein Strichlein, oder Punct. 3 Strichlein schreibet man hinter die geschriebene Ziffern, wenn Trillion, oder Milliard genandt wird, und lasset 2 mal vor 6 Ziffern Raum, da man hinter dem ersten zwey Striche, oder Puncte, hinter dem andern aber einen Strich, oder Punct machet; Wenn man Quadrillion, oder Legion nennen höret, so machet man hinter die geschriebene Ziffern, oder über dieselbe 4 Puncte, oder Strichlein, und lässet 3 mal vor 6 Ziffern Raum, also, daß man hinter dem ersten Raum drey, hinter dem andern zwey, hinter dem dritten einen Punct, oder Strichlein machet.

3) Setzet auf die ledigen Stellen die Ziffern, so genandt werden, jegliche an die Stätte, wohin sie gehören, und wo keine Zahlen genandt werden, erfüllet die Plätze mit Nullen. z. E. ihr sollet schreiben.

Fünfhundert und acht und zwanzig tausend sechshundert Legion, oder Quadrillion, so schreibet solches also:

258600 |||| ||| ||

Hier sind, nachdem Quadrillion, oder Legion genandt worden, keine Zahlen weiter zu schreiben befohlen, daher sind die ledigen Stellen mit Nullen anzufüllen, und stehet das Exempel also:

||| || | |

528600000000000000000000

Zur Ubung einige Exempel.

1) Acht und zwanzig tausend, zweyhundert und eine Legion, oder Quadrillions.

2) Fünf Legionen, oder Quadrillions, und hundert und zwanzig tausend Trillionen, oder Milliard.

3) Dreyhundert und fünf und achzig tausend, sie-

ben-

benhundert und sechs und vierzig Trillionen, oder Milliard, siebenhundert und 2 Billionen, oder Milliot.

4) Acht tausend zweyhundert und sieben und funfzig Trillionen, oder Milliard, sechs hundert und zwey und dreyßig Billionen, oder Milliot, fünfhunnert und drey und siebenzig Millionen, und hundert sieben und achtzig tausend und zwey.

5) Zehen Quinquillionen und funfzehen Millionen. Mehr Exempel kann ein jeder Informator seinen Discipuln selber geben, oder sie aus denen vorhergehenden nehmen.

Wie mit Rechen-Pfenningen zu Numeriren.

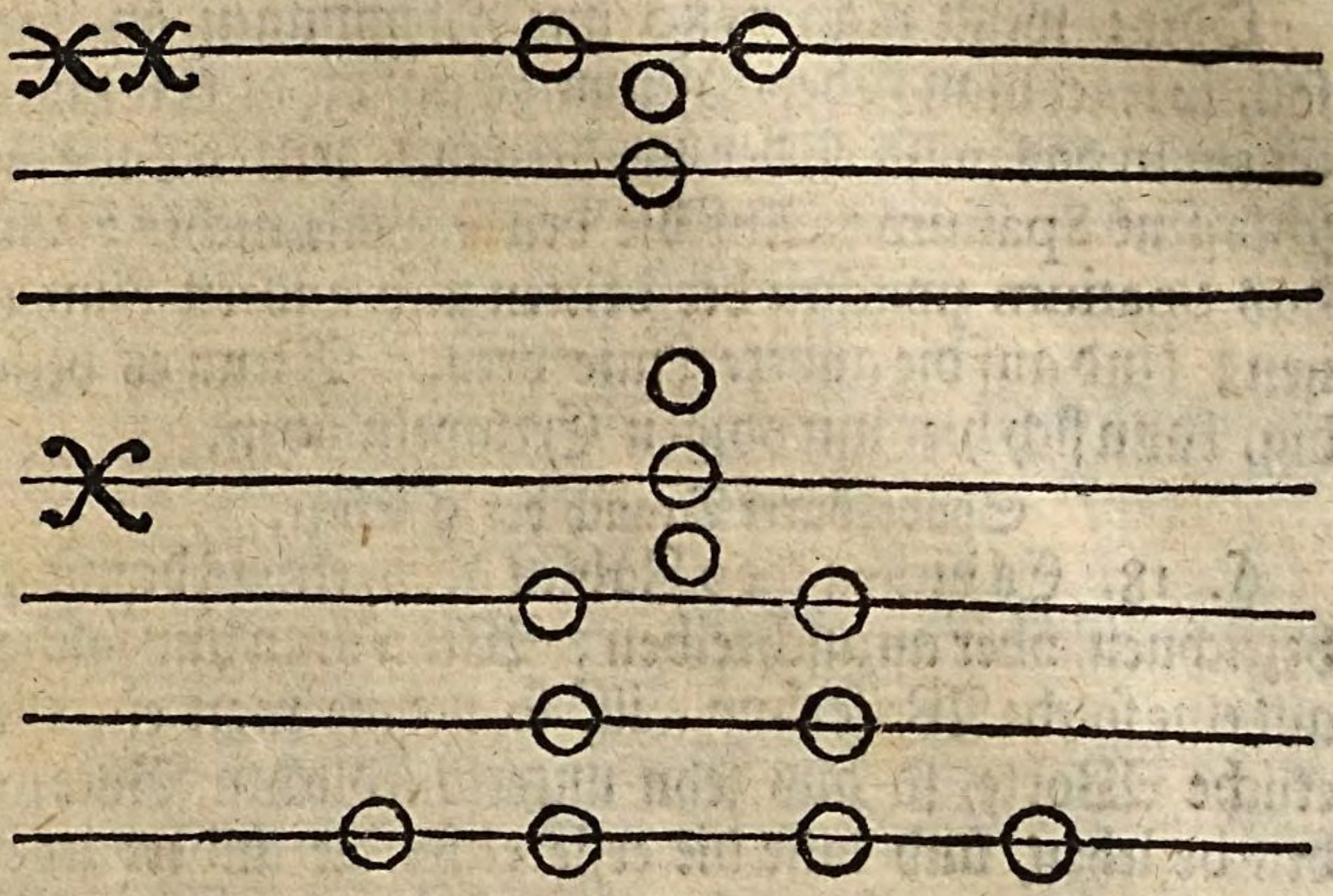
§. 17. Wenn man mit Rechen-Pfenningen, oder auf Rußische Art mit Corallen numeriren will, so geschiehet solches nach folgender Regul.

1) Man beziehe ein vor sich habendes Pappier, oder Tafel also mit Linien, daß zwischen jeder Linie ein Spacium bliebe, wie folget.

2) Man lasse die erste Linie ein- die andere zehen- die dritte hundert- die vierdte tausendfach und so weiter, und jegliches da zwischen stehendes Spacium halb so viel gelten, als die darüber stehende Linie.

3) Welche Linie 1000fach gilt, dabey machet ein X, welche 1000000 gilt, dabey schreibet XX u. s. w. stehet also:

XX



Hier bedeutet das Spacium unter der untersten Linie ein halbes.

Die unterste Linie einfach.
Das andere Spacium fünffach.
Die andere Linie zehnfach.
Das dritte Spacium fünfzigfach.
Die dritte Linie hundert.
Das vierdte Spacium fünfhundert.
Die vierdte Linie ein tausend.
Das fünfte Spacium fünf tausend.
Die fünfte Linie zehn tausend.
Das sechste Spacium funfzig tausend.
Die sechste Linie hundert tausend.
Das siebende Spacium fünfhundert tausend.
Die siebende Linie tausend mal tausend, oder eine Million.

Fräget man nun, was die auf den Linien liegende Pfennige vor Zahlen anzeigen, so fänget man von oben an und spricht: zwey tausend mal tausend, sechs hundert, und sechs tausend siebenhundert und vier und zwanzig.

Oder

Oder: wenn man 7580 mit Pfenningen anzeigen soll, so leget man sieben Pfenninge auf die vierdte Linie; Einen in das zwischen der vierdten und dritten Linie beschlossene Spatium; Auf die dritte Linie nichts; Auf das Spatium zwischen der dritten und andern Linie einen; Und auf die andere Linie drey. Wenn es beliebig, kann sich hier mit obigen Exempeln üben.

Sonderbarer Brauch der 9 Einer.

§. 18. Es dienen die 9 Zahlen auch, etwas damit zu bezeichnen, oder anzuschreiben; Wenn man nun solches auf eine solche Weise thun will, so nehme man ein oder etliche Worte, so aus zehn unterschiedlichen Buchstaben bestehen, und lasse die erste eins, die andere zwey, die dritte drey, u. s. w. oder umgekehrt, die erste 0, die andere 9, die dritte 8, und so weiter gelten, und schreibe an statt der Zahlen die Buchstaben. Als z. E. man will mit den Buchstaben des Wortes Braunschweig, 902 Thlr. anschreiben, so mercket man vor sich was ein jeder Buchstabe gelten soll, also:

B	r	a	u	n	sch	w	e	i	g
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0	9	8	7	6	5	4	3	2	1

So werden die Buchstaben i. g. r. oder r. b. g. so viel bedeuten, als 902.

Wie man bey einem Worte sich gewisse Zahlen erinnern könne.

§. 19. So hat auch Herr Poëtius in seiner Anleitung zur Arithmetischen Wissenschafft gelehret, wie man sich bey bekandten Worten gewisser Zahlen erinnern solle. Man soll nemlich die 5 Vocales in solchen Worten nicht achten, und die Consonantes nach folgender Tabelle in die 9 Zahlen mit dem 0 theilen, also:

b p w	c k. q v.. z	f. ph. v	g. ch. l
1	2	3	4

i	m.	n.	r.	ſ.	ſch.	dt.
5	6	7	8	9		o

Auf dieſe Weiſe kann man ſich bey dem Worte Braunſchweig der Zahl 187914 erinnern, weil b. 1, r. 8, n. 7, ſch. 9, w. 1, und g. 4 bedeutet.

Schluß-Exempel.

§. 20. Endlich habe zur Ergötzung noch folgende Aufgaben anführen wollen. Wie ſchreibet man 1000 mit eitel neunen? Antwort: 999 $\frac{2}{9}$

Wie ſchreibet man eilf tauſend, eilf hundert und eilfe? Antwort: 11111.

Wie viel gelten viel tauſend Nullen, wenn ihnen keine Zahl vorgeſetzet, oder die Zahl dahinter geſetzet wird? Antwort: Nichts.

CAPUT II.

Anweiſung zum Addiren in unbenahmten gantzen Zahlen.

Beſchreibung der Addition.

§. 1. Wenn man zählen kann, ſo muß man ferner lernen, wie man von unterſchiedlich beliebigen Zahlen eine Zahl erfinden ſoll, die den gegebenen Zahlen zuſammen genommen, gleich iſt, welches Addiren heiſſet, und die Art zu rechnen iſt, da man aus unterſchiedlichen gegebenen beliebigen Zahlen eine andere Zahl erfindet, die denen gegebenen Zahlen zuſammen genommen, gleich iſt, oder: dadurch man den ſämtlichen Gehalt aller Zähler von einer Benennung findet.

Von der Summa etlicher gegebenen gantzen Zahlen.

§. 2. Die Zahlen ſo addiret werden ſollen, ſind entweder lauter gantze Zahlen, oder Brüche, oder aus Brüchen und gantzen Zahlen zuſammen geſetzt; Und da hier von der Addition der gantzen Zahlen gehandelt wird, und durch die Addition eine Zahl gefunden wer-

den soll, so denen gegebenen Zahlen gleich ist, so folget: daß allezeit eine gantze Zahl kommet, wenn man lauter gantze Zahlen zusammen addiret.

Von den Zahlen so in addiren vorkommen.

§. 3. Ubrigens sind die Zahlen so im addiren vorkomen, erstlich: die gegebene Zahlen; Diese werden die summirende Zahlen, Posten, oder numeri aggregandi, summandi, oder partes aliquantæ genandt, und können solche entweder von gleicher, oder unterschiedener Grösse, jedoch nicht Heterogenei, sondern Homonymi seyn. Zum andern die gefundene Zahl, diese wird die Summa, oder das Aggregat genandt.

Von dem Zeichen, wodurch angezeiget wird, daß Zahlen zu addiren sind.

§. 4. Das Zeichen, wodurch angezeiget wird, daß die Zahlen addiret werden sollen, ist dieses: +, und pfleget durch: plus, oder: mehr ausgesprochen zu werden. z. E. Wenn man anzeigen will, daß 3 zu 4 addiret werden soll, bemercket man solches also: 3 + 4.

Auf was Weise die Addition geschiehet.

§. 5. Es geschiehet aber die Addition, wenn man zu der einen gegebenen Zahl so oftmals Eins hinzu zählet, als solches in der, oder den gegebenen andern Zahlen enthalten, und zwar so lange, bis man eine Zahl findet, in der alle die gegebene Zahlen begriffen sind; Und diese Beschreibung hat zum Grunde, daß alle Zahlen ihren Ursprung daher haben, daß sie aus vielen Einheiten zusammen gesetzet sind.

Grund-Sätze zum addiren.

§. 6. Es beruhet derowegen die Addition auf folgenden Grund-Sätzen.

1) Nullen tragen zur Vergrösserung der Zahlen nichts bey.

2) So viel Einheiten man zu einer Zahl thut, so viel grösser wird dieselbe.

3) Wenn

3) Wenn eine Zahl über 9 Einheiten anwächset, so gehöret sie den Zehnern, wächset sie über 99 Einheiten, so gehöret sie zu den Hunderten, und so viel Einer sie über 10, und Zehner über Hunderter ist, so viel gehöret deren zu der Classe der Einen, und Zehner, und Hunderter. z. E. 12 ist ein Zehner, und 2 Einer, 121 ist ein Hunderter, 2 Zehner, und ein Einer.

4) Alle Theile der gantzen Grösse einer Zahl zusammen genommen, sind so groß, als die Zahl selbst.

Welchen wir(5) diesen willkührlichen Satz hinzu fügen: daß die Ziffern einer gegebenen Zahl allezeit in Schreiben und Rechnungen die Gültigkeit der Classe behalten in welcher sie stehen;

Wobey 6) gefodert wird, daß man die Zahlen in jeder Classe, als lauter Einer tractiren möge, doch so, daß jede ihre Stelle behalte.

Und daraus fliesset 7) folgender Lehr-Satz. Was die Einer einfaches, zehnfaches, oder hundertfaches hervor bringen, solches muß zu der Classe der Einer, Zehner, Hunderter, ꝛc. gezählet werden, als z. E. 9 und 6 bringen eine Zahl, so zu 2. Classen gehöret, nemlich, 5 in die Classe der Einer, und 1 in die Classe der Zehner. Wird also bey der Summa 5. in die erste Classe gesetzet, und 1 der Classe der Zehner zugezählet.

Regula zum addiren.

§. Dieses giebet endlich zum addiren folgende Regul an die hand.

1) Setzet die Zahl ordentlich unter einander, daß die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, und so weiter, daß jegliche Zahl in die Classe, dahin sie gehöret, zu stehen komme, und fanget deswegen von hinten zu bey der rechten Hand an, die Zahlen, so addirt werden sollen, aufzuschreiben. n. 20. 5.

2) Ziehet, die gegebene Zahlen von der Summa zu

unterscheiden, einen Strich unter die aufgeschriebene Zahlen.

3) Zählet entweder auf den Fingern, oder nach beygefügten Täflein, so viel mal Eins zu der einen Zahl, als solche in der andern dazu gegebenen enthalten ist, und fanget von der hintersten Reihe die Arbeit an; Wobey denn gleich viel ist, ob man von oben herunter, oder von unten hinauf zählet, und in zusammen zählen der Zahlen gebrauchet das Wörtlein: und, oder: zu.

Nota: Desto gewisser zu seyn, ob man in zusamen zählen gar nichts versehen, so pfleget man sonderlich bey grossen Exempeln wol zweymal zu zählen, nemlich, von oben herunter, und wieder von unten hinauf. Wenn man den beyde mal gleich viel hat, so ist man desto gewisser, daß man die rechte Summam gefunden.

5) Wenn die Summa einer Reihe unter zehne herausbringet, so setzet sie unter die Zahl der summirten Reihe; kömt aber aus einer Reihe eine Zahl, die über 9, so setzet die Zahl der Einer, unter die Reihe der Einer, das übrige nehmet mit zu der folgenden Reihe.

6) Wenn man alle Reihen durchgezählet hat, so setzet man vollens aus, was man in der forderſten Reihe für eine Zahl gefunden hat.

7) Wenn unter den gegebenen Zahlen ein, oder etliche Nullen vorfallen, die rechnet man für nichts.

Num. 1.

Exempel zum addiren.

§. 8. Zum Unterricht, wie man diese Regul gebrauchen soll, nehmet folgendes Exempel. Es sind nemlich folgende Zahlen zu addiren gegeben, 875, 496, 23, 8765, 9084, 8, 369, 67, 679876, 9, 199, 8640788.

So ist die erste Frage: Wie schreibet man die Zahlen, selbige zu addiren, vor sich? Antwort, nach der ersten Regul, daß man die Einer in die erste Classe, die

Zeh-

ner unter die Zehner in die andere Classe, u. s. w. schreibe, und deswegen jede Zahl von hinten zu aufzuschreiben anfahe, und nach der andern Regul einen Strich darunter ziehet. Wenn man alle gegebene Zahlen aufgeschrieben, so stehet das Exempel wie folget:

8 7 5
4 9 6
2 3
8 7 6 5
9 0 8 4
8
3 6 9
6 7
6 7 9 8 7 6
9
1 9 9
9 6 0 4 7 8 8

Die andere Frage ist: Wie muß man mit diesen Zahlen umgehen, wenn man sie addiren will? Man nehme den Werth der einen Zahl zu der andern; fange von der hintersten Reihe an, gebrauche im zählen das Wörtlein: zu, oder: und, und zähle entweder von oben herunter, oder von unten hinauf. Derohalben nimt man in vorigen Exempel zu erst die hinterste Reihe vor, und wenn man von oben herunter zählen will, so spricht man 5 und 6, oder 5 zu 6, und das beygefügte Täflein lehret uns, daß solche 11 sind, ferner spricht man: und 3 dazu, sind 14, und 5 dazu, sind 19, und 4 dazu, sind 23, und 8 dazu, sind 31, und 9 dazu, sind 40, und 7 dazu, sind 47, und 6 dazu, sind 53, und 9 dazu, sind 62, und 9 dazu, sind 71, und noch 8 dazu, sind 79. Macht die Summa der ersten. Will man diese Reihe von unten auf addiren, so spricht man: 8 und 9 ist 17, und 9 dazu, ist 26, und 6 dazu, ist 32, und 7 da-

zu, ist 39, und 9 dazu, ist 48, und 8 dazu, sind 56, und 4 dazu, sind 60, und 5 dazu, sind 65, und 3 dazu, sind 68, und 6 dazu, sind 74, und 5 dazu sind 79. Weil diese Summa mit der vorigen von oben her überein kömmt, so ist solches die wahre Summa der ersten Reihe.

Hierauf folget die dritte Frage: Was machet man mit dieser gefundenen Zahl? Antwort, da sie über 9 ausbringet, so setzet man die 9 unter die erste Reihe der Einer, und 7 so ein Zehner, nimt man zu den in der andern Reihe stehenden Zahlen, auf folgende Weise:

					8	7	5	
					4	9	6	
						2	3	
				8	7	6	5	
				9	0	8	4	
							8	
					3	6	9	
						6	7	
		6	7	9	8	7	6	
							9	
					1	9	9	
9	6	0	4	7	8	8		
						7		
						9		

Fraget man vierdtens: Wie machet mans mit den übrigen Reihen? So ist die Antwort, man siehet die in solchen enthaltene Ziffern, als lauter einfache Ziffern, und gehet damit um, wie mit den Ziffern der ersten Reihe, ausser, daß man die zehn, oder hundertfache Zahlen, so man unter die erste nicht setzen können, dazu nimmet. Wenn man so bis auf die letzte Reihe verfahren, so schreibet man die aus solcher kommenden Zahlen neben einander unter die Linie, in die Classe, wohin sie nach ihrer Geltung gehören; So bringet in unsern Exempel

die

die andere Reihe der Zahlen mit der vorhin übrig behaltenen 7 ein aggregat von 75, da schreibet man die 5 unter die andere Reihe der gegebenen Zahlen, und behält die 7 zu der dritten Reiche; Solche mit der dritten Reihe zusammen genommen, bringet 45; da schreibet man die 5 unter die dritte Reihe, und behält die 4 zu der vierdten Reihe, welche mit dieser 4 bringet 34; Davon schreibet man die 4 unter die vierdte Reihe, und die 3 behält man zu der fünften Reihe, deren Summa mit dieser 3 ist 10; man schreibet also die Nulla unter dieselbe, und nimt 1 zu der sechsten Reihe, die dann mit derselben 13 bringet, davon 3 zu dieser, und 1 zu der folgenden Reihe gehöret; solche aber ist die letzte, und bringet mit der 1 die Summa von 10, welche gantz ausgeschrieben wird, und stehet das Exempel wie folget:

```
                8 7 5
                4 9 6
                  2 3
              8 7 6 5
              9 0 8 4
                    8
                3 6 9
                  6 7
            6 7 9 8 7 6
                    9
                1 9 9
          9 6 0 4 7 8 8
          ¼ ½ ⅓ ¼ ⅞ ⅞
  ---------------------
  1 0 3 0 4 5 5 9
```

Wie habt ihrs mit den Nullen gemacht, so in diesen Exempel vorkommen? Ich habe sie vor nichts gerechnet, nach der sechsten Regul.

Von einer andern Art zu addiren.

§. 10. Wolte jemand einen Vortheil darinn suchen,

suchen, der kan auch also addiren, daß er die Summam einer jedweden Reihe nach ihren gehörigen Stellen unter einander setzte, und solche à part addire. Als wann man das vorige Exempel nimmet, so bringet die erste Reihe 79, solche setzet in die erste

Stelle	—	—	79
Darunter die Zahl der andern Reihe an ihre Stelle	—	—	68
Darunter die Zahl der dritten	—	—	38
Denn die Zahl der vierdten	—	—	30
Dann die Zahl der fünfften	—	—	7
Wie auch der sechsten	—	—	12
und der siebenden	—	—	9
Solches addiret, bringet	—	—	10304559

NB. Bey dieser Art zu addiren ist es gleich, ob man die Operation von der rechten oder lincken Hand anfahet, wenn man nur jeglicher Zahlen Summa an die rechte Stelle setzet.

Von der dritten Art zu addiren.

§. 10 Oder es kann nach meinen Bedüncken eine ziemliche Erleichterung vor einen der es gewohnet, schaffen, wenn man, so oft man zehn gezählet hat, ein Punct neben die Ziffer machet, und sodann immer von eins zu zählen wieder anfänget; Hernach zählet man so oft zehen zu der letzten Zahl, als ihr Puncte gemachet. Nehmet das folgende Exempel:

			8	7	5	
			4	9	6.	
				2	3	
		8	7.	6.	5	
		9	0	8	4.	
			3	6	9.	
					8.	
				6	7	
				4	5.	
	6	7	9	8	6	5
	3	9	9	9	9	9
1	0	9	9	5	9	6

Machets also: 5 und 6 ist 11, ist 10 und 1: schreibet also bey die 6 einen Punct. Nehmet die 1 zu den folgenden, also: 1 und 3 ist 4, 4 und 5 ist 9, 9 und 4 ist 13, ist über zehen. Setzet bey die 4 einen Punct, und behaltet die 3 zu den folgenden. Fahret damit fort: 3 und 9 ist 12; Setzet bey die 9 einen Punct, und die 2 nehmet zu der folgenden Zahl, 2 und 8 ist 10, setzet bey der 8 einen Punct; Fahret fort, 7 und 5 ist 12. Bey der 5 setzet einen Punct, und behaltet 2 zu den folgenden; 2 und 5 ist 7, 7 und 9 ist 16, bleiben 6. Solche schreibet unter die Linie, und weil ihr 6 Puncte beygeschrieben, so sind solches 60, oder 6 in der andern Reihe, und so weiter in den übrigen Reihen.

Noch eine andere Art zu addiren.

§. 11. Oder man machet so oft einen Punct bey die andere Reihe, als man in der ersten 10 zählet, und lässet solchen Punct in der andern Reih 1 gelten. z. E.

7	8	9	4	7	
4.	6.	3.	5.	4	
2.	9	7	6	8	
1	5	4	0	6	9

Oder:

7 8 9 4 7
4 6 3 5 4
2 9 7 6 8

1 6 4 0 6 9

NB. Bey weitläuftigen Rechnungen kann man auch wol jedwede Posten in unterschiedliche Sectionen theilen, und solche à part addiren, hernach die Summen in eine bringen.

Schluß aus den vorigen.

§. 12. Weilen nun alle vorgegebene Zahlen nach dieser Regul in der gefundenen Zahl enthalten, so folget, daß das Aggregat den vorhin gegebenen unterschiedenen Zahlen zusammen genommen gleich, und also die Zahl der Quantität durch Addition gefunden. W. Z. E.

Denn alle Einer, Zehner, Hunderter und Tausender, als Theile der gegebenen Zahlen sind einerley mit den gegebenen Zahlen zusammen genommen. (Vorb. §. 38.) Nun aber sind alle Einer, Zehner, der gegebenen Zahlen zusammen genommen, was also aus diesen Zahlen zusammen gesetzt, ist ihnen gleich, und folglich ihre Summa.

§. 13. Täflein zum addiren in unbenahmten Zahlen.

1 und 1 ist 2	2 und 2 ist 4
1 und 2 ist 3	2 und 3 ist 5
1 und 3 ist 4	2 und 4 ist 6
1 und 4 ist 5	2 und 5 ist 7
1 und 5 ist 6	2 und 6 ist 8
1 und 6 ist 7	2 und 7 ist 9
1 und 7 ist 8	2 und 8 ist 10
1 und 8 ist 9	2 und 9 ist 11
1 und 9 ist 10	

3 und

3 und 3 ist 6
3 und 4 ist 7
3 und 5 ist 8
3 und 6 ist 9
3 und 7 ist 10
3 und 8 ist 11
3 und 9 ist 12

4 und 4 ist 8
4 und 5 ist 9
4 und 6 ist 10
4 und 7 ist 11
4 und 8 ist 12
4 und 9 ist 13
5 und 5 ist 10
5 und 6 ist 11
5 und 7 ist 12
5 und 8 ist 13
5 und 9 ist 14

6 und 6 ist 12
6 und 7 ist 13
6 und 8 ist 14
6 und 9 ist 15

7 und 7 ist 14
7 und 8 ist 15
7 und 9 ist 16

8 und 8 ist 16
8 und 9 ist 17

9 und 9 ist 18

Wie die Addition durch die Subtraction zu verrichten.

§. 14. Es sind auch etliche auf die Gedancken gerahten, ob man die Summam einiger gegebenen Zahlen wol durch die Subtraction finden könne. Weil nun unter den gegebenen Zahlen diejenige der grösste Theil der Summa ist, so aus den meisten Ziffern bestehet, (Vorb. §. 13.) so sind alle übrige Zahlen in dem grössten Theile enthalten, wenn man denselben so viel Zehner anwachsen lässet, als der gegebenē Zahln sind, und zwar mit solchen Uberschusse, als der Anwachs der Zehner mehr ist, als die übrigen Zahlen. Wenn man also den grösten Theil der gegebenen Zahl mit dem Anwachs der Zehner von den übrigen Zahlen, als eine Summa voraus setzet, so folget, daß dasienige, was über die übrigen Zahlen von denselben, an Zehnern geborget, von derselben müsse abgenommen werden, und so denn der Uberschuß anzeige die Summa, so in allen Zahlen enthalten, daraus fliesset folgende Regul.

1) Schreibet zur lincken bey die Größte gegebene Zahl, eine Zahl, so der Anzahl derer übrigen gegebenen Zahlen, oder Posten gleich ist.

2) So viel Ziffern die größte Zahl ausmachet, so viel Nullen setzet zu einer dazu genommenen Eins.

3) Ziehet von der aus 1 und denen Nullen bestehenden Zahl, eine von den gegebenen Zahlen ab.

4) Das Relict ziehet von der größten Zahl, dazu man zu der lincken Hand eine Ziffer hinzu gesetzet, ab..

5) Von diesen Reste ziehet die übrigen Zahlen auf eben die Weise ab, bis ihr alle gegebene Zahlen also abgezogen habet, der letzte Rest giebet die Summam. z. E. addiret 575, 1569, 381, und 27. stehet also:

```
3 1 5 6 9
-----------
1 0 0 0 0
    5 7 5
  -------
    9 4 2 5
  -------
2 2 1 4 4
1 0 0 0 0
      3 8 1
  -------
    9 6 1 9
  -------
1 2 5 2 5
1 0 0 0 0
        2 7
  -------
    9 9 7 3
  -------
2 5 5 2 = = = 2 5 5 2

  5 7 5
1 5 6 9
  3 8 1
    2 6
-------
2 5 5 2
```

Hier ist unter den gegebenen Zahlen die Größte 1569, der übrigen gegebenen Zahlen sind 3. Nach deren Anzahl ist vor die größte Zahl eine 3 gesetzt. Die größte Zahl bestehet aus 4 Ziffern, darum sind 4 Nullen zu der Eins gesetzet, und davon ist die andere Zahl abgezogen, brachte

te das Relict 9425, solches ist von der mit 3 bezeichneten grösten Zahl abgezogen, bleibet 22144, darauf ist die dritte Zahl 381 von 10000 abgezogen, und der Rest 9619 von denen 22144 genommen, bleibet 12525. Endlich ist die dritte Zahl 27 von 10000 subtrahiret, blieb 9973, und wann solch von denen 12525 abgehen, so bleibet 2552 eine Zahl, so der Summa von den gegebenen Zahlen gleich.

Ein aus vorigen flessendes Kunst-Stück.

§. 15. Hieraus wird als ein Kunst-Stücke beschrieben, wenn man aus einer gegebenen Zahl, darunter ein ander noch mehr schreiben will, zum voraus sagen will, was zum Aggregat kommen werde. Um solches zu wissen, muß man sich zweyerley bedingen.

1) Daß der andere keine Zahl unter die erste schreibe, so aus mehr Ziffern, als jene bestehe.

2) Daß mir vergönnet sey, eben so viel Zahlen unter zu schreiben, als jener; Wenn solches ausgemacht, so schreibet man nach Gefallen so viel Ziffern hin, als die erste Zahl so der andere aufgegeben, in sich enthält; und setzet dabey zur lincken eine Ziffer, so der Anzahl der Zahlen gleich ist, so der andere schreiben will. Sodann ist leicht die unterzuschreibenden Reihen also einzutheilen, daß das gesetzte Aggregat kommen muß, wenn man nemlich die Summa der Zahlen, so jener vorgeschrieben, von der gesetzten Summa abziehet und das Relict so eintheilet, wie viel Reihe man unterzuschreiben hat. z. E. Einer hat geschrieben 98754, und will dazu noch 2 Zahlen schreiben, so saget man, wann vorher bedungen, was oben zu bedingen angemercket, das Aggregat soll bringen 300000. Wenn nun der andere zu den

	9	8	7	5	4
schreibet	9	9	9	9	9
noch	9	8	7	4	0

so

so addire ich diese Zahlen, und wenn deren Summa bringet 297493, so ist von 300000 ihr Relict 2507, solche theilet in zwey beliebige Theile, 1463 und 1044, und schreibet solche zu den aufgeschriebenen Zahlen, so bringet das Facit 300000. It. einer schreibet 76084, und will noch 3 Zahlen dazu schreiben, soll das Facit bringen 34;678, ist die Frage nach der Operation. Wann geschrieben 694, und einer will dazu schreiben 6 Zahlen, so soll die Summa bringen 6470, wie geschiehet die Operation?

Noch eine Art zu addiren in Zahlen, so einem numero simplici nahe kommen.

§. 16. Weil der Rest die nähere Summa anzeiget, so man dasjenige vom Collecte wieder abnimt, was mann in der Addition zu viel addiret, so setzet Herr Clausberg in seiner demonstrativen Rechen-Kunst, p. 447. einen Vortheil, wenn man an statt derjenigen Posten, so einem numero simplici, das ist einer Zahl, so aus einer bedeutenden Ziffer, und ein oder mehr Nullen bestehet, nahe kommet, nur solchen numerum simplicem, und das zu viel addirte mit dem Zeichen — daneben hinsetzet, und sodann den numerum simplicem an statt des gegebenen Posten, wie auch das minus addiret, und von der Summa die Summa des nebenstehenden Minus abziehet, so kömmt auch die wahre Summa. z. E. Man soll addiren 1866, 996, 887 und 4992, so schreibet man solches also:

```
1 8 6 6
1 0 0 0 –  4
  9 0 0 – 13
5 0 0 0 –  8
-------------
8 6 6 6 –:– 25
```

ist zu viel addiret. Solches von 8766 abgezogen, kommet die wahre Summa 8741.

Exem-

Exempla zum Addiren.

1) 4 zu 2. fac. 6.
2) 9 zu 5. fac. 14.
3) 16 zu 4. fac. 20.
4) 28 zu 21. fac. 49.
5) 99 zu 1. fac. 100.
6) 46 zu 35. fac. 81.
7) 82 zu 44. fac. 126.
8) 95 zu 56. fac. 151.
9) 103 zu 4. fac. 107.
10) 228 zu 6. fac. 234.
11) 354 zu 43. fac. 397.
12) 462 zu 57. fac. 519.
13) 975 zu 68. fac. 1043.
14) 215 zu 184. fac. 399.
15) 407 zu 295. fac. 702.
16) 619 zu 392 fac. 1011.
17) 1 zu 999. fac. 1000.
18) 487699 zu 312204. fac. 799903.
19) 697869 zu 483512. fac. 1181377.
20) 623457 zu 110965. fac. 734422.
21) 54386 zu 609783. fac. 664169.
22) 456003 zu 824. fac. 456827.
23) 999999 zu 1. fac. 1000000.
24) 123456789876543212345678 zu 9. fac. 123 456789876543212345687.
25) 6785432 zu 3214367. fac. 9999799.
26) 5809684 zu 9376587. fac. 15186271.
27) 4653976, 832900, 47639482, 76549. fac. 53202907.
28) 7903654, 869064, 7965, 4000, 397623, 88609. 53. 21. zu 8. fac. 9270997.
29) 47384296, 4760932, 976409, 87532, 4696, 783, 64, zu 9. fac. 53214721.

30) 1,

30) 1, 17, 125, 1136, 50705, 674876, 9875403, 76758490, 567943219. fac. 655303972.

31) 57, 99, 121, 344, 654, 870, 679, 4675, 877, 583, 756, 493. 1216. fac. 11424.

32) 8077, 9743, 2664, 5773, 4963, 5407, 6588, 3440, 5616, 8412, 3219, 4756, 5863, 4973. fac. 79494.

33) 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 47 und 64. fac 711.

34) 8, 4, 19, 39, 54, 76. 121, 250, 387, 418, 599, 672, 777, 893, 555, 697, 834, 999, 1216, 1044, 18400, 1973, 164234, 7654732, 87654321, 6748321. fac. 951877541.

35) 9768434, 600043215 48, 765493908 42, 487 6342, 154317846042, 976493, 376549, 123, 5760, 8437, 6532, 9999, 8884, 65789, 4734, 1976, 342, 76, 9. fac. 290887727700.

36) 48735, 68000, 74903, 87604, 40000, 70609, 54032, 54762, 97134, 12640, 32476, 46576, 11111, 99999, 84676, 54324, 79843, 54679, 11430, 58704, 94603, 88888, 24000, 57643, 79847, 65472, 45932, 84764, 65490, fac. 1748876.

37) 4764937, 84567, 32149, 8765, 5932, 658, 703. 482, 99, 76, 75, 83, 92, 121, 739, 446, 1344, 11560, 964653, 66666666, 549736 5478, 6543, 197, 658, 54, 9, 763, 54, 533, 8417, 96583246, 59397, 154, 16, 12, 90. fac. 56665 69768.

38) 7976432, 1645978. 443322, 641397, 587654, 965342, 8765437, 9004763, 7485432, 586439 7654, 79873296, 543672, 976543278, 59765 4397, 6548763, 579653, 487493846, 578976 3472914, 8888888888, 49763554, 912, 7654 65780934, 765493456 7. fac. 657987399 2085.

Wie die Additions-Exempla durch die Subtraction zu probiren.

§. 17. Wir setzen hinzu, wie man ein addirtes Exempel probiren solle, ob es richtig gemacht sey. Und weil durch die Addition eine Zahl vermehret wird, wenn man ihr mehrere Einheiten in beliebiger Anzahl hinzu leget, so wird sie wieder so groß, als sie vorhin gewesen, wenn man so viel Einheiten, als man zu ihr hinzu gesetzet, wieder weg nimmt, und so bleibet davon nichts, so man so viel hinweg nimmt, als man hinzu geleget. Was also durch die Addition zusammen genommen, daß kann durch die Subtraction wieder getrennet werden. Folglich ist die erste Probe der Additions-Exempel die Subtraction, wenn man von der Summa der gegebenen Zahlen, die gegebene Posten so lange abziehet, bis entweder der erste Posten, oder eine Nulla, oder die Summa etlicher à part addirten Posten übrig bleibet. Wenn nach Abzug aller gegebenen Zahlen keine Nulla bleibet, oder der erste Post, oder die Summa etlicher à part addirten Posten nicht wieder heraus kommet, so hat man unrecht addiret. z. E. man hat addiret

64
23
41
128
Subtr. 64
64
Subtr. 23
41
Subtr. 41

bleibet 0, ist ein Zeichen, daß man recht addiret. Oder man ziehe von der Summa den Posten 41 ab, so bleiben 87, von dem Reste 23: Wenn sodann 64 bleibet,

bet, ist das Exempel abermal recht addiret. Wenn man endlich die beyden übrigen Posten 64, und 23 addiret, so kommen auch 87. Daher ist 128 von allen 3 Posten die rechte Summa, sintemal auch 87 bleiben, wenn man den dritten Post 41 von 128 subtrahiret.

Wie die Additions-Exempel durch Wegwerffung der 9 zu probiren.

§. 18. Man pfleget auch auf folgende Weise zu probiren, ob man ein Exempel recht addiret hat, gebet nemlich

1) acht, wie vielmal in der Addition 9 weggelassen.

2) Sehet die Zahl der Summa als lauter Einer an, und addiret dieselbe.

3) Mercket wie oft ihr aus derselben 9 wegwerffen könnet, und was sodann übrig bleibet.

4) Rechnet zusammen, wie oft ihr in der Addition 9 weggeworffen, und wie oft die Summa 9 überschritten

5) Nehmet alle gegebene Zahlen als einfache Zahlen an, und werffet aus denselben so oft 9 weg, als ihr könnet.

6) Wenn denn aus beyderley Zahlen die 9 gleich vielmal weggeworffen, und das überbliebene in beyden gleich ist, so ist recht addiret, als z E.

64
23
41

128

Hier ist im addiren 9 ein mal weggelassen, und wenn man von den einfachen Zahlen der Summa ein mal 9 weggeworffen, so bleiben 2 über, und 9 ist zweymal weggeworffen, wenn man desgleichen von den gegebenen Zahlen thut, so kan man auch aus denselben 9 zu zweymalen wegwerffen, u. bleiben abermal 2 übrig, darum ist

128

128 von den gegebenen Zahlen die wahre Summa. Deñ indem man was über 9 in sumiren zu der folgenden Zahl schreibet, so lässet man jedesmal bey jeder Reihe Zahlen 9 weg, indem man die kommende Zahlen als lauter 1 ansiehet, so folget, daß man solche zusammen genommen, als den Uberschuß über 9 zu betrachten. Wenn man also 9 aus der Summa wegnimt, und dazu rechnet, wie oft man sie im addiren übergangen, und auch siehet, wie oft man sie aus denen gegebenen Zahlen nehmen könne, so hat man gleiches von gleichen genommen, und wenn, was gleich ist bleibet, so folget daß man recht addiret.

Von Herr Clausbergs Probe-Zahl.

§. 19. Was von dieser Art zu probiren zu halten, soll beym dividiren angezeiget werden; Herr Clausberg hat in seiner demonstrativen Rechen-Kunst p. 677. eine bequemere und gewissere Art, alle und jede Berechnungen zu probiren, an die Hand gegeben, solche geschiehet durch eine gewisse zu erfindende Probe-Zahl. Solche Probe-Zahl aber ist dieselbe so übrig bleibet, wenn man alle und jede Ziffern der geraden und ungeraden Stellen, oder Classen einer Zahl, jede à part addiret, und die Summa der geraden Stellen, von der Summa der ungeraden Stellen so lange subtrahiret, bis entweder nichts, oder eine Zahl, so unter 11, heraus kommet, so ist der Rest die Probe-Zahl; kann aber die Summa der geraden Stellen, von der Summa der ungeraden Stellen nicht subtrahiret werden, so nimmt man sie von 11, und thut zu dem Reste die Zahl der geraden Stellen, womit man abermal fortfähret, bis nichts, oder eine Zahl unter 11 bleibet, so hat man desgleichen die Probe-Zahl. z. E.

Man wollte wissen die Probe-Zahl von 3876954, so addiret man die Ziffern der ersten, dritten, fünften und siebenden Classen, 4 † 9 † 7 † 3, als der ungeraden, und die Ziffern der andern, vierdten und sechsten Classen, als 5 † 6 † 8, als der geraden Stellen, jegliche à part, brin-

get die Summa der ungeraden 23, und die Summa der geraden 19. Ferner nimt man 2 von 3, bleibet 1, und 1 von 9, bleibet 8, so man nun 8 von 1 subtrahiren soll, kañ man solches nicht, darum spricht man 8 von 11†1, bleiben 4, muß gleich seyn dem Reste so überbleibet, weñ man 3876954 in 11 dividiret, der Grund davon ist von dem Hr. Clausberg angezeiget, und vor ihm leitet Hr. Abraham von Graaf den Grund dieser Probe-Zahl daher, woher 9 in probiren kañ gebrauchet werden, weil sie nemlich unter den Einern die größte Zahl ist, also kann 11 eine Probe-Zahl geben, wenn man bis 12 hinaus die Einer zählet. vid. princ. Arithm. L. I. P. 6. p. 93. sq.

Wie diese Probe-Zahl zu gebrauchen im addiren.

§. 20. Diese Probe-Zahl im addiren zu gebrauchen, dienet folgende Regul. Suchet die Probe-Zahl aus auf vorbeschriebene Weise, aus den gegebenen Posten, und so ihr solche gefunden, so suchet sie auch aus der gefundenen Summa, und so die Probe-Zahlen einerley, so ist das Exempel recht gemacht. z. E.

8967
654
796
8432
86

18935 ist die Suma von obigen Posten.

Die Summa der Ziffern von den ungeraden Classen derer Posten 7†4†6†2†6†9†6†7†4†, das ist 51. Die Summa der Ziffern von den geraden 6†5†9†3†8†8†8†, das ist 47, 5 von 1 kan man nicht abnehmen, darum sagt, 5 von 11†1 ist 7 und 4, 7 der geraden Classen, bleibet 3, und 3 von 7 noch 4, ist die Probe-Zahl der Posten. Die Ziffern der ungeraden Classen von der Summa, sind 5†9†1 ist 15. Die der geraden Classen, sind 3†8, das ist 11, und 11 von 15, bleibet 4, kommet

mit

mit der Probe Zahl der Posten überein, darum ist das Exempel recht addiret.

Noch eine Art Additions-Exempel zu probiren.

§. 20. Herr Michaël Strauchius, weyland Profess. Mathem. in Wittenberg, weiset in seiner Doctrina numerorum, folgende Art ein Additions - Exempel zu probiren. Er ziehet nemlich den kleinesten Posten von der Summa ab, und dividiret den Rest in den kleinern Post, zu dem quotienten addiret er 1, und mit der Summa multipliciret er den Divisorem, wenn er sodann das Residium zu dem Producte addiret, und die Summa aller Zahlen heraus kommet, so ist das Exempel recht addiret. z. E. Wenn die Summa von 5. 6. 7. 8. ist 26, so ziehet von 26 ab 5, bleiben 21, solche in 5 dividiret, kommen 4, und bleibet 1. Wenn nun 4 + 1 mit 5 multipliciret 25, und dazu das Residium 1 addiret, 26 sind, so ist 26 die wahre Summa von 5. 6. 7. 8.

Noch eine Art zu probiren.

§. 22. Noch eine andere Art, die Additions-Exempel zu probiren, hat ein Franzose Binnet in seinen Arithmetitien familier p. 45. ausgefunden, wenn man nemlich von der fodersten Reihe lincker Hand zu summiren anfähet, und die Differentz zu der andern Zahl aus dem Collecte in zehnfachen Gehalt setzet, und davon abermal das Collect der andern Reihe abziehet, und zu dem Reste setzet die Summa der folgenden Zahl, bis auf die letzte Reihe, wenn man denn zu dem Reste addiret die hinterste Reihe, so muß eine Zahl kommen, die der Summa der hintersten Reihe gleich ist, wenn das Exempel recht addiret. z. E.

368
456
983

1807

Solches Exempel zu probiren, addiret man erstlich die erste Reihe, 3. 4. 9. ist 16, solche ziehet man von 18, bleibet 2, zu diesen setzet man die Summen Zahl der andern Reihe, ist 20, davon subtrahiret man die Summa der Zahlen der andern Reihe, 6. 5. 8. ist 19, so bleibet 1, zu solchen setzet man die Summen-Zahl der dritten Reihe, nemlich 7 ist 17, und weil dieses die letzte Reihe, so versuchet man, ob die Summa der dritten Reihe derselben gleich ist, und da sich solches befindet, ist das Exempel recht addiret. Wenn man behalten, was man von einer jeden Reihe zu der andern gethan, so ist solches die Differentz, zu welcher die Zahl der folgenden Reihe gesetzet werden muß, und darf man sodann die Reihen nicht von neuen addiren.

Schluß-Aufgabe.

§. 23. Auf einem Anger findet sich ein Schäfer, 2 seiner Hunde, 25 melckende Schafe und 16 säugende Lämmer, wie viel sind ihrer gewesen Facit 44.

Wenn man die in beygefügten 2 Zauber-Quadraten geschriebene Zahlen in die Länge und Quere, und übers Creutze addiret, was bringet jegliche Addition vor eine Summa, 1723. und 1730.

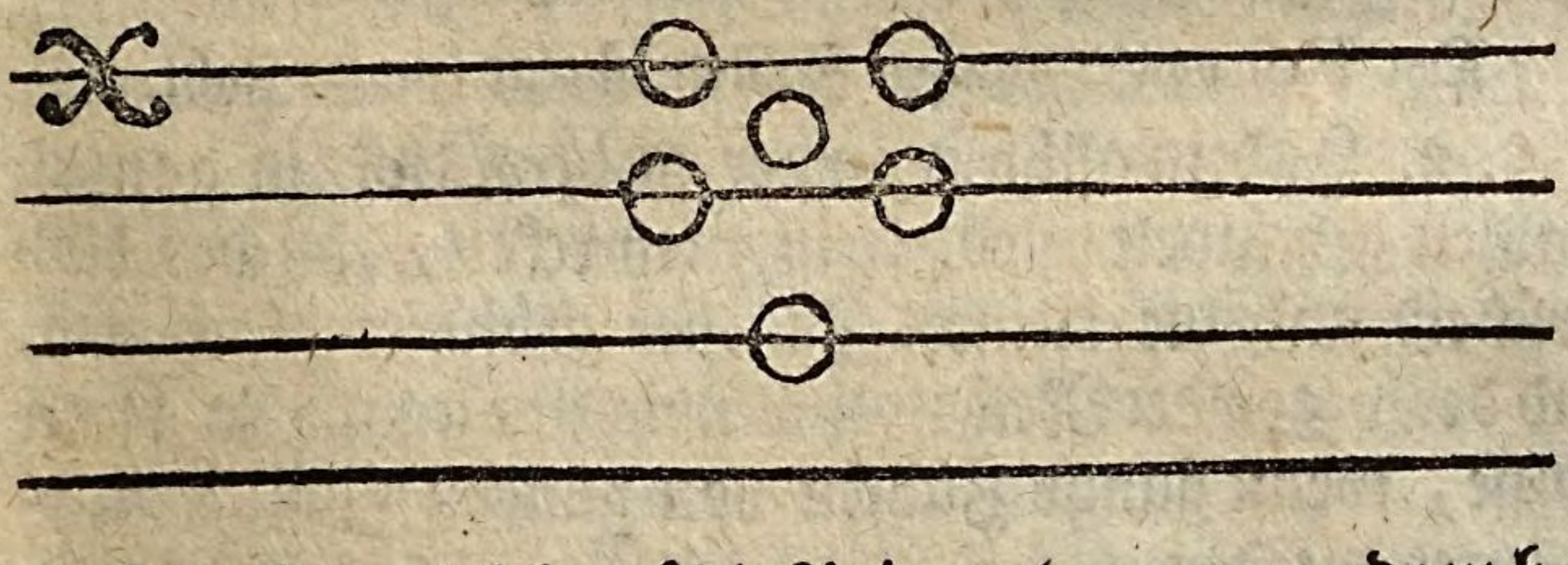
1723	1723	1723	1723	1723	1723
1723	444	462	390	427	1723
1723	428	406	454	435	1723
1723	451	442	421	409	1723
1723	400	413	458	452	1723
1723	1723	1723	1623	1723	1722

1730

1730	1703	1730	1730	1730	1730	1730
1730	336	349	342	355	348	1730
1730	353	341	354	347	335	1730
1730	340	358	346	334	325	1730
1730	357	345	338	351	339	1730
1730	344	337	350	343	356	1730
1730	1730	1730	1730	1730	1730	1730

Wie man mit Rechen-Pfenningen addiren solle.

§. 23. Wenn man mit Rechen-Pfenningen die Addition verrichten will, so leget man die oberste, oder unterste Zahl zuerst auf die Linien, und thut dazu die andere bis zu der äussersten, alsdenn ist das Werck vollenbracht. z. E. Addiret 245. 657. 872. 936. stehet also:



Man hat erstlich auf die Linien geleget 245, dazu hat man gethan 657, ferner 872, und endlich 936, kommen 2710, welches die Situation der Pfenninge auf ihren Linien anzeiget.

CAPUT III.

Von Subtrahiren in unbenahmten gantzen Zahlen.

Beschreibung der Subtraction.

§. 1. Nachdem gezeiget worden, wie man unterschiedliche Zahlen durch zusammen nehmen vieler unterschiedlicher Zahlen vergrössern soll, so ist ferner nöthig, eine Anweisung zu geben, wie man durch Abnehmen eine Zahl verringern, oder kleiner machen soll, und diese Art zu zählen nennet man subtrahiren, oder abziehen, welches die Art zu Rechnen ist, da man durch Abnehmung einer gegebenen Zahl von der andern eine Zahl heraus bringet, die den Unterscheid zwischen beyden gegebenen Zahlen anzeiget, oder die Erfindung der Differentz zwischen den Zählern gleichbenahmter Dinge.

Der Rest von 2 gantzen Zahlen ist eine gantze Zahl.

§. 2. Indem allhier von der Subtraction in gantzen Zahlen gehandelt wird, so ist zu mercken, daß der Unterscheid und die kleinere Zahl der grössern gleich sey, und deswegen der Rest nothwendig eine gantze Zahl seyn müsse, wenn gantze Zahlen von gantzen Zahlen subtrahiret werden.

Von den Zahlen und Zeichen, so zum subtrahiren gebrauchet werden.

§. 3. Sind also im subtrahiren dreyerley Zahlen zu beobachten, als erstl. die Zahl, wovon man etwas abnehmen soll, die heisset Major, oder Minuendus; Die Zahl so abgenommen werden soll, Minor, sive Subtrahendus, von welchen zu mercken, daß sie unter sich Homonymi seyn müssen; und denn die Zahl, so den Unterscheid zwischen beyden zeiget, die heisset der Rest, die Differentz, oder das Residuum, welcher mit dem Mi-

nore

more zusammen genommen, dem Majori gleich ist, und also auch die Differentz seyn kann, wen man die Differentz pro minore termino annimt: als z. E. Von 8. soll 7 abgezogen werden, so ist 8 der Major, 7 ist der Minor, und bleibet die Differentz 1, und so man 1 wieder zu 7 thut, kommt der Major, das ist 8. Das Zeichen, wodurch angezeiget wird, daß eine Zahl von der andern subtrahiret werden soll, ist: — oder: ÷, so man durch minus, oder: weniger auszusprechen pfleget. z. E. Wenn man anzeigen will, daß 5 von 8 sollen abgezogen werden, bemercket man solches also: 8 — 5 oder also: 8 ÷ 5.

Wie die Subtraction geschiehet.

§. 4. Und da man nun durch die Subtraction das Ganze um einige Theile desselben verringert, so ist es unmöglich, daß man ein mehrers wegnehmen kan, als sich Vorrath findet, und natürlich, das die erste Zahl deswegen Major heisse, weil sie allezeit grösser, oder wenigstens nicht kleiner seyn muß, als die andere, so deswegen Minor genennet wird. Da dem also ist, so bestehet die Subtraction darinn, daß sie zeiget, ob etwas, und wie viel daran fehle, daß der Minor dem Majori gleich sey, sintemahl die Subtraction so viel und nichts mehr, aber wol weniger von einer Zahl wegnehmen kann, als in der Addition ihr zugeleget worden. So sind z. E. 8 Einheiten in der 8 versammlet, dieselben und 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7 bis 8 Einheiten kann man auch von 8 nehmen, aber 9 davon zu nehmen ist unmüglich, und kann also 9 von 8 nicht subtrahiret werden.

Grund-Sätze zur Subtraction.

§. 5. Fliesset also die Kunst zu subtrahiren aus folgenden Sätzen.

1) Nullen nehmen vor sich selber nichts von einer Zahl.

2) Eine Zahl wird so oft eins geringer, als man solches davon nimt.

3) Gleiches von gleichen genommen, bleibet nichts.

Dabey man 4) diesen willkührlichen Satz zu beobachten, daß die Einer nicht anders, als von Einern, die Zehner, von Zehnern, die Hunderter, von Hunderten genommen werden können;

Auch dieses 5) bedinget, daß, wie man in addiren den Zehnern zulegt, was über 9, also im subtrahiren von den Zehnern borgen möge, was man in denen Einern nicht findet.

6) Und diesen Lehr-Satz in acht nimt, daß vom Majore abgehe, und dem Minore zu gute kommie, was man von der Zehn vonnimt; daher der Punct die Zahl der Zehner um eins vermindert, aber die Einen um 10 vermehret.

Regula zum Subtrahiren.

§. 6. Daraus nehmet nun folgende Regul.

1) Schreibet den Minorem, oder die kleinere Zahl unter den Majorem, oder die Grössere, so, daß die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, und so weiter zu stehen kommen. Num. 4.

2) Ziehet unter den Minorem, die gegebene Zahlen von der zu suchenden Differentz zu unterscheiden, einen Strich her.

3) Fahet von der rechten Hand an, und nehmet so viel Einen von Majore, als in dem Minore enthalten. Solches geschiehet entweder auf dem Fingern, oder nach dem hinbeygefügten Täflein. Man gebrauchet das Wörtlein: von und: bleibet, juxta. Num. 2.

4) Wenn eine Ziffer im Minore grösser ist, als die im Majore, so machet einen Punct bey die vorhergehende Ziffer, entweder des Majoris, oder des Minoris, und ziehet die Zahl des Minoris ab von dem Puncte, so 10 gilt. Num. 5. & 6.

Ich

5) Ich halte davor, daß sowol im subtrahiren selbst, als sonderlich in dividiren, es leichter zu begreiffen sey, wenn man den Punct bey des Minoris Ziffern setzet.

6) Zu dem Reste von 10 addiret die über der Ziffer des Minoris stehende Ziffer des Majoris, und schreibet was überbleibet unter die Linie.

7) Wenn ihr den Punct bey den Minorem gesetzet, so lasset die Ziffer, bey welchen der Punct stehet, eins mehr gelten; habt ihr ihn aber bey eine Ziffer des Majoris gesetzet, so lasset solche eins weniger gelten. Num. 6.

8) Den gefundenen Rest setzet unter die Linie, die Einer, unter die Einer, die Zehner, unter die Zehner. Es ist aber nichts daran gelegen, wenn einer den Rest über den Majorem setzet, wie es im dividiren gebräuchlich ist.

9) Wenn eine Nulla stehet, die rechnet vor nichts, steht aber ein Punct dabey im Minore, so gilt sie wegen des Puncts 1, stehet der Punct im Majore bey der Nulle, so lasset sie eins weniger gelten, als 10, nemlich 9, und machet einen Punct bey die folgende Ziffer. Num. 1 & 6.

10) Wenn die oberste Reihe länger, als die unterste, so achtet die Ziffern, so voraus stehen, gleich als wenn Nullen darunter geschrieben wären, und schreibet sie unter die Linie, wie sie da stehen, es sey denn, daß ihr wegen der vorhergehenden Ziffer davon hättet etwas borgen müssen, und Puncte darunter, oder daneben gesetzt, so gelten sie eins weniger.

11) Wenn im der Differents, oder dem Residuo forn Nullen und keine Ziffer zu stehen kommen, so läst man sie gar weg, weil sie nichts gelten.

12) Weñ man unterschiedliche Posten von einander subtrahiren soll, so addiret man die Posten, so zum Majore, und die, so zum Minore gehören, erstlich, hernach subtrahiret man die Summen von einander.

Exem-

Exempel.	67000596432
Subtrahiret von	183000057643 stehet also:
Major.	1 8 3 0 0 0 0 5 7 6 5 4 3
Minor.	. 6. 7. 0. 0. 0. 5. 9 6 5 3 2
Differentz.	1 7 6 2 9 9 9 9 8 0 1 1 1

Es sind jegliche Einer, Zehner, Hunderter ꝛc. von ihres gleichen genommen, und jegliche Theile des Minoris, sind von jeglichen Theilen des Majoris abgezogen. (1. 16.) Nun aber sind jegliche Theile des Minoris zusammen gleich dem gantzen Minore, und alle Theile des Majoris zusammen genommen, sind dem gantzen des Majoris gleich, (Vorb. §. 38.) darum muß eben die Zahl bleiben, wenn man den gantzen Minorem von dem gantzen Majore nimt.

Warum hat man die grössere Zahlen oben, und die kleinere drunter gesetzet? Nach der ersten Regul. Wie hat man die Zahlen unter einander gesetzet? Also: daß die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, die Hunderter unter die Hunderter zu stehen kommen, auch nach der ersten Regul. Warum sind unter 18 in der grössern Zahl forne zur lincken Hand 2 ledige Stellen blieben? Weil die kleinere Zahl nicht aus so viel Ziffern, als die grössere bestehet. Warum ist eine Linie unter die gegebenen beyden Zahlen gezogen? Um die beyden gegebenen Zahlen von der zu suchenden Differentz zu unterscheiden.

Von welcher Seite hat man zu rechnen angefangen? Von der lincken zur rechten, nach der dritten Regul. Wie hat man im Anfange gesprochen? 2 von 3 bleibet 1. Wie hat man den Rest gefunden? Man hat auf den Fingern 2 von 3 abgezählet, oder solches auf den beygefügten Täfflein gesuchet. Wie hat man ferner gesagt? 3 von 4 noch 1, 4 von 5 noch 1, 6 von 6 noch nichts, oder bleibet 0, nach der dritten Regul.

Warum

Warum hat man nach der fünften Ziffer 9 bey die folgende Puncte gesetzet? Weil die Ziffern in der kleinern Zahl gröſſer, als in der gröſsern, nach der vierdten Regul. Was gelten die Puncte? zehn, nach der vierdten Regul.

Woher kommen die Zahlen des Restes, so unter denen mit Puncten bezeichneten Zahlen stehen? Man hat die Zeichen des Minoris von zehn subtrahiret, und die über solche stehende Ziffern des Majoris dazu addiret, nach der fünften und sechsten Regul.

Was gelten die Ziffern, so in der geringern Zahl mit einem Puncte bezeichnet? Eins mehr, als vorhin nach der siebenden Regul.

Was gelten die Ziffern, so in der gröſsern Zahl mit einen Puncte bezeichnet? Eins weniger als vorhin, nach der achten Regul.

Warum ist die überstehende 1 lediglich hinter den Strich gesetzet? Weil in Minore keine Zahl mehr vorhanden gewesen, so davon können abgezogen werden, auch unter, oder neben derselben kein Punct geschrieben gewesen, nach der zehnden Regul.

Solte man aber von den Posten 7 † 8 † 9 abziehen, die Posten 3 † 4 † 5; so addiret man 7 † 8 † 9. ist 24, desgleichen 3 † 4 † 5. ist 12, und ziehet 12 von 24, nach der zwölften Regul.

Der Schluß aus den vorigen.

§. 6. Nach dieser Regul thut sich diejenige Zahl hervor, welche den Unterscheid zwischen einer gröſsern und kleinern Zahl anzeiget, welche man die Differents, oder das Residuum genandt hat, und ist also auf diese Art die Subtraction vollenbracht. W. Z. E. und z. E.

§. 7. Täfflein zum Subtrahiren.

1	von	1	bleibet	0			
1	—	2	—	1	1	— 4	— 3
1	—	3	—	2	1	— 5	— 4
					1	— 6	— 5

1 von

1	von	7	bleibet	6	4	—	8	—	4
1	—	8	—	7	4	—	9	—	5
1	—	9	—	8	4	—	10	—	6
1	—	10	—	9	5	von	5	bleibet	0
2	von	2	bleibet	0	5	—	6	—	1
2	—	3	—	1	5	—	7	—	2
2	—	4	—	2	5	—	8	—	3
2	—	5	—	3	5	—	9	—	4
2	—	6	—	4	5	—	10	—	5
2	—	7	—	5	6	von	6	bleibet	0
2	—	8	—	6	6	—	7	—	1
2	—	9	—	7	6	—	8	—	2
2	—	10	—	8	6	—	9	—	3
3	von	3	bleibet	0	6	—	10	—	4
3	—	4	—	1	7	von	7	bleibet	0
3	—	5	—	2	7	—	8	—	1
3	—	6	—	3	7	—	9	—	2
3	—	7	—	4	7	—	10	—	3
3	—	8	—	5	8	von	8	bleibet	0
3	—	9	—	6	8	—	9	—	1
3	—	10	—	7	8	—	10	—	2
4	von	4	bleibet	0	9	von	9	bleibet	0
4	—	5	—	1	9	—	10	—	1
4	—	6	—	2					
4	—	7	—	3	10	von	10	bleibet	0

Wie man von forne zu ein Exempel subtrahiren könne.

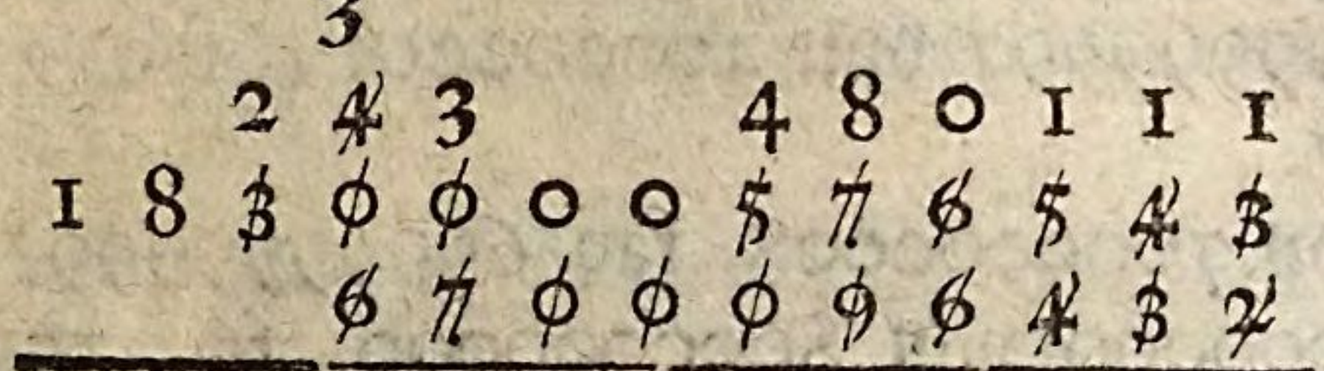
§. 8. Einige haben auch Lust dazu gehabt, von der lincken zur rechten die Subtraction zu verrichten. Solches geschiehet nach folgenden Reguln.

1) Schreibet die Zahlen wie vorhin unter einander.

2) Fanget an die ersten Ziffern zur lincken von einander zu nehmen.

3) Fah-

3) Fahret damit fort bis zur rechten Hand hinaus, und streichet die Zahlen, so ihr genandt, mit einem Strichlein durch, so wird die gesuchte Zahl übrig bleiben. Sehet davon folgendes Exempel.



§. 9. Folgen einige Exempel zur Ubung.

1) 5 von 8. fac. 3.
2) 7 von 9. fac. 2.
3) 1 von 10. fac. 9.
4) 33 von 54. fac. 21.
5) 12 von 40. fac. 28.
6) 36 von 84. fac. 482
7) 35 von 39. fac. 4.
8) 70 von 78. fac. 8.
9) 124 von 678. fac. 554.
10) 204 von 564. fac. 360.
11) 315 von 617. fac. 302.
12) 703 von 709. fac. 6.
13) 123 von 240. fac. 117.
14) 104 von 350. fac. 246.
15) 118 von 900. fac. 782.
16) 7651 von 8354. fac. 700.
17) 999 von 1000. fac. 1.
18) 679542653 von 789674768. fac. 110132117.
19) 239876548 von 721023495. fac. 481146947.
20) 847065743 von 9165148327. fac. 8318082584.
21) 4965978345 von 4965989573. fac. 11228.
22) 7684790432 von 9324097642. fac. 1639307210.
23) 8400374291 von 10276490874. fac. 1876116583.

24)

24) 7843214632 von 9324097642. fac. 14808 83010.
25) 2369 von 4765849704. fac. 4765847335.
26) 654 von 7900000043. fac. 7899999389.
27) 1299999997 von 4000000004. fac. 270000 0007.
28) 9 von 7000000008. fac. 6999999999.
29) 70000000 von 8000000000. fac. 7299999 997.
30) 156000000 von 478000000. f. 322000000.
31) 6549999947 von 7900000479. fac. 1350000 532.
32) 8430000076 von 9786543214. fac. 13565 43138.
33) 3299999997 von 6000000000. fac. 270000 0003.
34) 12 von 7900000004. fac. 7899999992.
35) 4130000004 von 9870003214. fac. 574000 3210.
36) 99999999999 von 100000000000. fac. 1.
37) 1 von 98000000000. fac. 97999999999.
38) 2347 von 6584399064. fac. 6584396717.
39) 5432670439 von 7634900496. fac. 220223 0057.
40) 7999996543 von 9000765432. fac. 10007 68889.
41) 4876532965 von 8479084365. fac. 360255 1400.
42) 7403211463 von 9000765432. fac. 826044 3969.
43) 87654960 von 99432006543. fac. 9934435 1583.
44) 8897043 von 34691237596. bleibet 346823 40553.

45)

45) 999999999 von IIIIIIIIIII. fac. IIOIII IIIII2.

46) 40000009 von 5000000003. bleibet 4995 9999994.

47) 59999999997 von 600000000002. fac. 540 000000005.

48) Subtrahire 475864 und 937865 von 1497654, bleibet fac. 83916.

49) 45962 und 765, und 33, und 7 nehmet von 654978, und 296, und 45, und 9, bleibet 608 561.

50) Ein vornehmer Herr hat zu einen grossen Vorhaben 5750 Rthlr. noch 432 Rthlr. und 7856 Rthlr. Wenn nun, zu seinem Zweck zu gelangen, 2 Millionen Thaler erfordert werden; so ist die Frage: wie viel ihm noch fehle, sein Vorhaben zu bewerckstelligen. fac: 185962 Rthlr.

Wie man ein Subtractions-Exempel durch die Addition verfertigen kann.

§. 10. Wie oben gezeiget, daß man die Additions-Exempel durch subtrahiren machen kañ; so kañ man aus eben dem Grunde auch Subtractions-Exempla durch die Addition verfertigen, wenn man nemlich so viel Nullen nimt, als die grössere Zahl Ziffern hat, und nachdem man eine 1 davor gesetzet, davon die kleinere Zahl abnimt, und zu dem Reste die grössere addiret, so zeiget sich, wenn man forne die 1 wieder abschneidet, das Residuum. z. E. Ihr sollet 87 von 115 abnehmen, so ziehet solche 87 von 1000, bleibet 913, dazu addiret 115, kommet 1028, davon schneidet forn 1 ab, so bleibet 28. das Relict zwischen 87 und 115. Wird also stehen.

1000
. 8.7
9 1 3
† 1 1 5
1028

Eine andere Art zu subtrahiren, da man an statt des Minoris eine simple Zahl nimt.

§. 12. Weil auch dasjenige, was man zu viel genommen von einer Zahl, wieder gut gethan wird, wenn man solches zum Reste wieder zuleget; so kann man, an statt der Zahl des Minoris, die grössere simple Zahl nehmen, solche von Majore subtrahiren, und so viel die gegebene Zahl weniger, als solche simplere Zahl zu dem Reste addiren. z. E. Von 98764 subtrahiret 59999; so nimt man an statt des Minoris volle 60000—1, und subtrahiret solche von 98764, und thut zu dem Reste: 1. Stehet das Exempel also:

98764
60000—1
38764
† 1
38765

Wie die Subtraction durch die Addition zu probiren.

§. 12. Weil eine Zahl dadurch vermehret wird, wenn man ihr zuleget, was man von ihr genommen, so ersetzet die Addition, was die Subtraction weggenomen, folglich lässet sich das subtrahiren nicht füglicher, als durch die Addition, probiren. Denn wenn man den Minorem mit dem Reste zusammen nimmet, so muß der Major wieder kommen. Denn da der Minor so vielmal Eins von dem Majore hinweg genommen, als sie in dessen Zahlen enthalten, und dahero der Rest der Unterscheid der Grösse zwischen dem Minore und Majore ist;

so

so folget, daß der Rest dem Majori gleich werde, wenn man den Minorem wieder dazu thut. Setzet deswegen folgendes Exempel.

7 9 8 4 7 6 3
4 5 4 7 0 3 2

thut 3 4 3 7 7 3 1 den Minorem
dazu 4 5 4 7 0 3 2

7 9 8 4 7 6 3

Ist recht subtrahiret, weil der Rest und der Minor zusammen den Majorem heraus bringen.

Proba durch abermaliges subtrahiren.

§. 13. Weil auch der Rest der Unterscheid zwischen dem Minore und Majore ist, so folget, daß der Rest der eine, und der Minor der übrige Theil des Majoris sey, weñ man also durch abermaliges subtrahiren ein Exempel probiren will, geschiehet solches, wenn man den Rest von dem Majore wieder abziehet, und wenn sodann die Zahl des Minoris wieder kommet, alsdenn ist recht subtrahiret. z. E.

6 5 4 9
3 4 2 1

3 1 2 8

Ziehet solchen Rest ab von dem Majore, bleibet 3421. Ist also recht subtrahiret, weil die Zahl des Minoris richtig wieder heraus kommen, nachdem man den Rest von Majore abgezogen.

Proba mit der 9.

§. 14. Ferner probiret man die Subtractions-Exempel, wenn man so oft die Zahl 9 von dem Majore wegwirfft, als solche darin stecket, desgleichen mit dem Minore thut. Sodañ eins von andern ziehet, und, nachdem man solches mit dem Reste gethan, findet, daß die vom Reste überbliebene Zahl überein kommet, mit der,

so man aus dem subtrahirten u. gegebenen Zahlen übrig behalten, so ist recht subtrahiret. E. G. In vorigen Exempel bleibet von dem Majore, nach weggeworffenen

9, übrig	—	—	—	—	6
im Minore	—	—	—		1
solche subtrahiret bleibet	—				5.

Und wenn man aus dem Reste 9 wegwirfft, so oft man kann, bleiben auch 5, darum ist das Exempel recht gemacht. Der Grund davon ist dieses, daß, wie beym addiren der Uberschuß der Summa gleich ist, dem Uberschuß der Posten, also beym subtrahiren der Uberschuß, dem Reste des Uberschusses, von den gegebenen Zahlen. Beweiset demnach die also angestellte Proba, daß recht subtrahiret.

Probe mit der Probe-Zahl 11.

§. 15. Sichrer ist es, wenn die Probe der Subtraction mit des Hr. Clausberges Probe-Zahl angestellet wird, und nach seiner Vorschrifft, die Probe-Zahl aus dem Majore, gegen die Probe-Zahl aus dem Minore und Reste gehalten wird. Und so solche gleich, alsdenn ist das Exempel recht subtrahiret. z. E. Subtrahiret 6789 von 78654. Stehet also:

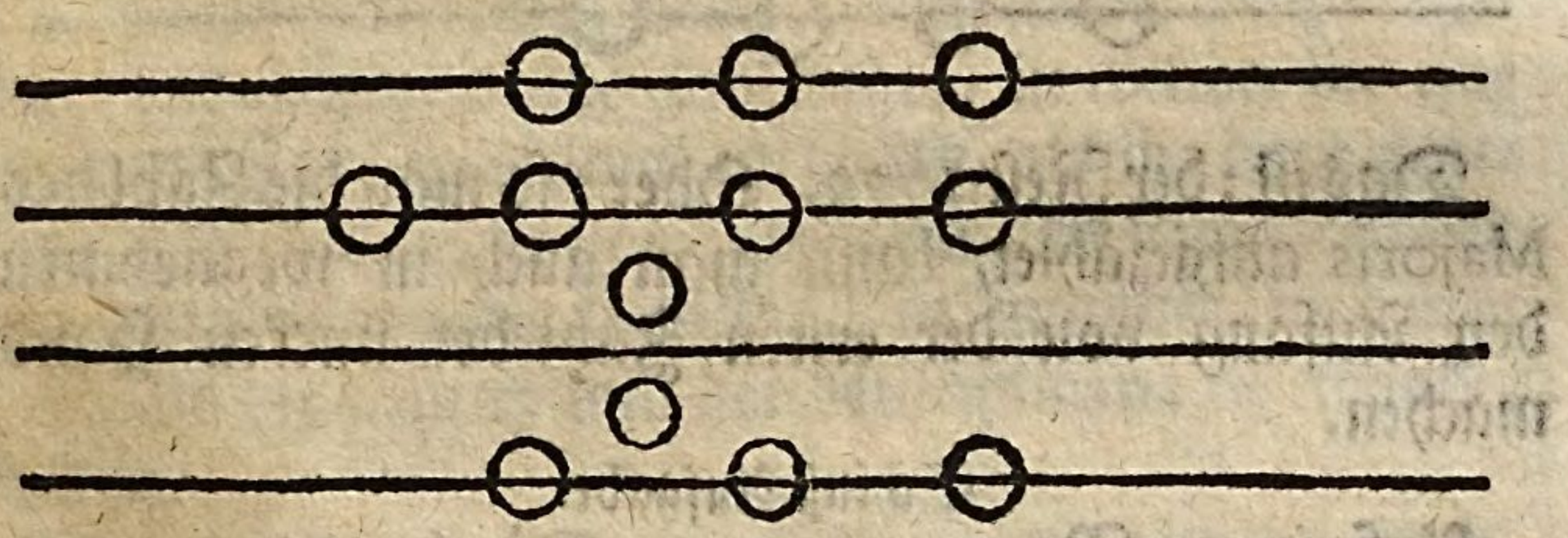
Major	7	8	6	5	4
Minor		6	7	8	9
Rest	7	1	8	6	5

Sind die Ziffern der ungeraden Classen des Majoris, 4 † 6 † 7. das ist 17. Diese geben 6. Die geraden Stellen, 5 † 8, das ist, 13 geben 2, von 6, bleiben 4. Dieser muß gleich seyn die Probe-Zahl des Minoris, und des Restes, davon die Ziffern der ungeraden Classen, 9 † 7 † 5 † 8 † 7, das ist, 36, bringen zur Probe-Zahl 3. Die Ziffern der geraden Stellen 8 † 6 † 6 † 1, das ist 21. Nun kann man 2 von 1 nicht subtrahiren, darum giebet 2 von

11 † 1 die Probe-Zahl 10. Diese 10 von 3 kann nicht subtrahiret werden, darum 10 von 11 † 3, bleiben 4, ist gleich der Probe-Zahl des Majoris, ist also das Exempel recht subtrahiret.

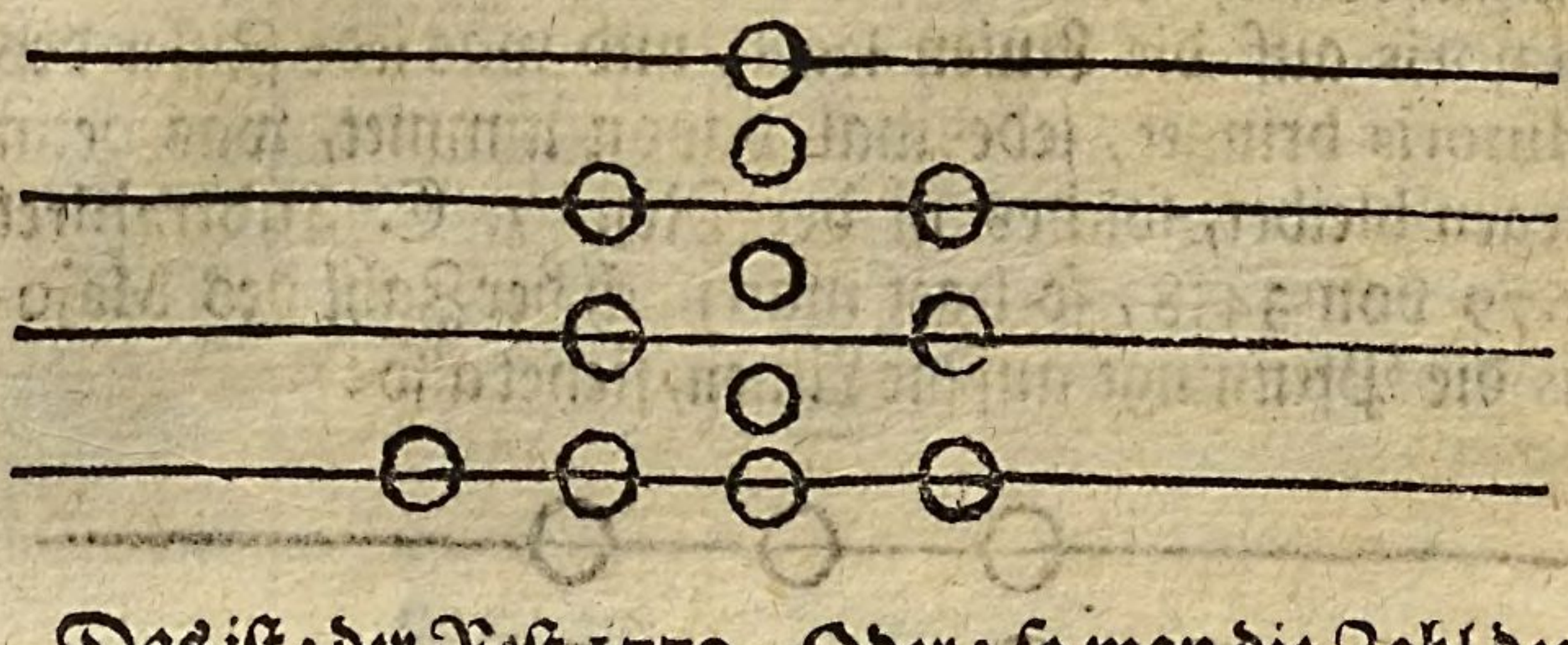
Von der Subtraction mit Rechen-Pfenningen.

§. 16. Die Subtraction kann auch mit Rechen-Pfenningen verrichtet werden, wenn man nemlich die Zahl des Majoris auf die Linien leget, und was jede Ziffer des Minoris bringet, jedesmal davon nimmet, was denn liegen bleibet, solches ist der Rest. z. E. Subtrahiret 1679 von 3458, so leget man nach der Zahl des Majoris die Pfenninge auf die Linien, stehet also:



Davon nimmt man erstlich 9 Pfennige weg, und weil im untersten Spacio, und auf der untersten Linie nur so viel als 8 Pfennige liegen, so nimmt man den 9ten Pfennig von den 50, wenn man an statt des einen Pfennigs im andern Spacio 4 Pfennig, auf die unterste Linie, einen Pfennig in das andere Spacium, und 4 Pfennige auf die andere Linie leget. Von diesen 4 Pfenningen soll man 7 Pfenninge nehmen; weil aber nur 4 vorhanden, so nimmt man von den 4 Pfenningen, so auf der 3ten Linie liegen einen weg, und weil solcher in Absicht der Pfennige, so auf der andern Linie liegen, zehnfach gelten, nimmt man 3 von 10, und leget 1 Pfennig in das andere Spacium, 2 Pfennige aber auf die andere Linie. Von den 3 Pfennigen, so auf der 3ten

Linie liegen bleiben, soll man 6 nehmen, man kann aber nur 3 davon nehmen, darum nimmt man einen Pfenning von der 4ten Linie, der 10 Pfenning gilt, und nimt von solcher 10 drey ab, und leget 7 Pfennige an deren statt, das ist: einen in das 3te Spacium, und 2 auf die 3te Linie. Von der 4ten Linie nehmet einen Pfeñing weg, so stehet das Exempel also:



Das ist: der Rest 1779. Oder: so man die Zahl des Majoris aufgezählet, kann man auch in wegnehmen den Anfang von der ersten Zahl der lincken Hand machen.

Schluß-Aufgabe.

Auf einem Baume sitzen 14 Vögel, wenn nun 5 davon geschossen werden, wie viel bleiben sitzen? Nicht einer.

Wenn Claus 1696, seine Frau 1704, und sein Sohn 1724, seine Tochter 1730 gebohren, wie viel älter ist Claus, als seine Frau, sein Sohn und Tochter. Facit, 8 Jahr ist er älter als seine Frau, 28 Jahr älter als sein Sohn, und 34 Jahr älter als seine Tochter.

CAPUT IV.

Anweisung zum Multipliciren in unbenahmten gantzen Zahlen.

Beschreibung der Multiplication.

§. Bishero ist gezeiget worden, wie man rechnen soll, wenn beliebige Zahlen durch andere vergrössert, oder kleiner gemacht werden sollen; wenn man aber eine Zahl etliche mal durch sich selbst vergrössern soll, so geschiehet solches am bequemsten durch die Art zu rechnen, welche man multipliciren, vermehren, oder auch wol: eine Zahl in die andern einführen, oder: eine Zahl mit der andern machen, nennet, und ist die Art zu rechnen, dadurch man eine Zahl findet, in welcher die eine gegebene Zahl so vielmal enthalten, als die dazu gegebene Zahl Unitæten hat, oder: da das Product und der Multiplicandus so vielmal in einander enthalten sind, als die Unitæt und der Multiplicans in einander stecken.

Von lauter gantzen Zahlen entstehet ein Product in gantzen Zahlen.

§. 2. Man redet allhier abermal von der Multiplication in gantzen Zahlen; und weil demnach die Multiplication eine compendieuse Addition ist, so folget, daß eine Multiplication, deren gegebene Zahlen lauter gantze sind, unmöglich eine andere hervor bringen könne, als: eine gantze Zahl.

Von den Zahlen und Zeichen, so zu der Multiplication gebrauchet werden.

§. 3. Es kommen aber in multipliciren abermal 3 Zahlen vor; Die Zahl, so oftmals gezählet werden soll, wird der Multiplicandus, oder: Faciendus genennet. Die Zahl, so anzeiget, wie vielmal die gegebene Zahl gezählet werden soll, heisset: der Multiplicans, oder: Multipli-

tiplicator, Factor, oder: Efficiente, beyde zusammen heissen: Latera, oder: Factores, oder: der zu suchenden Zahl ihre partes aliquotæ. Wovon zu mercken, daß die Zahlen, so man in einander führet, von einerley Benennung zu seyn pflegen, ob sie es schon dem ersten Ansehen nach nicht allemal zu seyn scheinen, und daß sowol die Zähler, als auch die Nenner in einander multiplicirt werden, also, daß ein Zähler durch den andern, und ein Nenner durch den andern multipliciret werde, und werden die Decades hier als Denominatores unitatum, die Millenarii und Decades, als Millenarii und Decades der Unitatum, und folglich, als Homonymi betrachtet. Und sodann heisset die Zahl, so gefunden wird, das Factum, oder: das Product. Ist solches von einer Ziffer des Efficienten, so heisset es Productum partiale, oder, ist es von allen Ziffern zusammen genommen, so heisset es: das gantze Product. Das Zeichen, wodurch angedeutet wird, daß 2 Zahlen mit einander multipliciret werden sollen, ist entweder ein Creutz: X, oder: ein Punct, oder: ein Comma, so zwischen die gegebenen Zahlen gesetzet wird. Wir wollen uns jedesmal des Puncts bedienen. z. E. Wenn angezeiget werden soll, daß 3 mit 4 zu multipliciren, so bemercket man solches auf folgende Weisen: 3 X 4, oder: 3, 4, oder: 3. 4.

Was zum Multiplications-Exempel erfordert werde.

§. 4. Ein Multiplications-Exempel zu verfertigen, muß man die gegebene Zahl, sowol nach ihren Zählern, als Nennern, so oftmals zählen, als vielmal in der dazu gegebenen Zahl Eins enthalten.

Grund zum Multipliciren.

§. 5. Das Multipliciren hat seinen Ursprung aus folgenden Gründen.

1) So vielmal der Multiplicator dem Multiplicando zugezählet wird, so vielmal wird der Multiplicandus grösser, als er gewesen.

2) Eins

2) Eins zeiget in multipliciren an, daß die dazu gegebene Zahl einmal zu nehmen; Wenn deswegen Eins im multipliciren vorkömmt, vermehret es nicht.

3) Gleiche Zahlen, durch gleiche multipliciret, bringen gleiche Producte.

4) Alle Theile des Gantzen zusammen genommen, sind dem Gantzen gleich. Daraus folget:

5) Daß eine Zahl, mit einer gantzen Zahl auf einmal multipliciret, einer Zahl, die mit jeden derselben Theilen insonderheit multipliciret worden, nachdem sie zusammen genommen, gleich sey. So ist zum Exempel 8 mit 8 multipliciret, gleich 8 mit 4 mal 2, oder: 5 † 3 multipliciret, weil 4 mal 2, oder: 5 † 3 die Theile von 8 sind, dabey wird ausgedungen, daß man:

6) alle Ziffern der gegebenen Zahl, als Einer, oder Ziffern der ersten Classe gebrauche, aber dabey beobachtet man diesen willkührlichen Satz, daß weil die Stelle des vermehrten Nenners Product anzeiget,

7) eine jedwede Ziffer ihre Stätte nach der Geltung habe, darin sie stehet; Folglich muß

8) eine jede bedeutende Zahl im Producte so viel Stätten fort gerückt werden, als Nullen in den Factoribus zu finden.

9) Daß Ziffern mit ihres gleichen vermehret, als Einer mit Einern eine Zahl bringen, deren erste Figur rechter seits unter ihres gleichen zu setzen; wenn man ungleiche, als Zehner mit Einer vermehret, bedeute die erste Ziffer rechter seits einen Zehner, u. s. w. nachdem die Fignren der Factorum gelten. Woraus den

10) dieser Lehr-Satz folget, daß alle Figuren des Multiplicatoris, in alle Figuren des Multiplicandi eingeführet, in ihrer Summa den Multiplicandum so vielmal vorstellen, als Einheiten in den Multiplicatore enthalten: Und daher stellet

11) eine Zahl, welche so vielmal durch die partes aliquotas einer theilbaren Zahl, oder: durch die partes aliquantas einer untheilbaren Zahl multipliciret, als solche in dem Multiplicatore enthalten, das Product in der Grösse dar, welche die Zahl des Multiplicandi so oft enthält, als der Multiplicator Unitæten hat.

Reguln nach der gemeinsten Art zu multipliciren.

§. 6. 1) Schreibet die beyden gegebenen Zahlen unter einander, so, daß die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner ꝛc. zu stehen kommen, und hinten zu der rechten Hand gleich stehen. Num. 7.

2) Ziehet unter beyde Zahlen, das Product von den Factoribus zu unterscheiden, einen Strich.

3) Nehmet eine jedwede Zahl oder Figur des Multiplicatoris insonderheit, und zählet sie, entweder auf den Fingern, oder nach beygefügten Täflein, so viel mal zu einer jeden Zahl des Multiplicandi, als Einen darinnen enthalten, gebrauchet dabey das Wörtlein: mal, und machet von der rechten Seite den Anfang zu der lincken. Num. 6. & 7.

4) Den Einer des Products von beyden ersten Ziffern schreibet zur rechten auf die erste Stäte, den Zehner, so vorhanden, behaltet, um, ihn zum Product der andern Ziffer des Multiplicandi mit des Multiplicatoris ersten Ziffer, zu nehmen. Oder: wo der Multiplicandus nur aus einer Ziffer bestehet, so setzet die 10 fache Zahl an die andere Stelle im Producte.

5) Fahret darauf fort und führet die erste Zahl des Multiplicatoris auch in die andere Zahl des Multiplicandi ein, und setzet den Einer des Products an die andere Stätte, wenn ihr die vorhin übrig behaltene Zahl dazu addiret, und so sie abermal einen Zehner giebet, behaltet solchen bis auf die dritte Zahl, oder: wo solche nicht vorhanden, so schreibet den Zehner auf die dritte

Stätte,

Stätte, und so verfahret mit allen Zahlen des Multiplicandi, bis ihr alle Ziffern, oder Figuren des Multiplicatoris, in alle Ziffern des Multiplicandi eingeführet.

6) Wenn ihr mit der ersten Ziffer des Multiplicatoris die Zahl des Multiplicandi durchgangen, so fahret fort zu der andern Ziffer des Multiplicatoris, und fanget mit derselben an die Zahlen des Multiplicandi von neuen zu zählen, so daß von der ersten Ziffer des Multiplicandi zu der rechten Hand abermal der Anfang gemacht werde. Num. 5.

7) Setzet die erste Ziffer des Products von der andern Figur des Multiplicatoris, nicht gerade unter die erste Ziffer des ersten Products, sondern gerade unter die Ziffer des Multiplicatoris, damit ihr multiplicieret, und wenn solches die andere, so setzet sie an die ander Stätte, nemlich, der Zehner, wenn es die dritte, an die dritte Stätte, der Hunderter, und so weiter. Num. 9.

8) Ist eine Nulle im Multiplicatore, so nehmet sie einmal, und setzet sie in die Reihe, in welche sie in dem Multiplicatore stehet, und fahret sobald fort, mit der folgenden Ziffer zu multipliciren. Num. 8.

9) Stehet eine oder mehr Nullen in dem Multiplicando, oder Multiplicatore hinten an der ersten Stätte, so schneidet solche von den übrigen ab, und verfahret mit den übrigen Zahlen, als ob die Nullen nicht vorhanden wären; Endlich füget sie so viel mal der Summa des Products hinten an, als sie hinten an den beyden Lateribus zu finden.

10) Ist eine Eins im Multiplicatore, so schreibet den Multiplicandum in das Product, wie er oben stehet. Num. 2.

Endlich 11) wenn alle Ziffern des Multiplicatoris in den Multiplicandum eingeführet, so addiret die gefundene Producta zusamen, alsdenn ist die Zahl gefunden, darin

der

der gegebene Multiplicandus so oft enthalten, als vielmal Eins in Multiplicatore begriffen.

12) Ist noch eine Zahl zu den gegebenen Multiplications-Zahlen zu addiren, so nimmt man solche, wie die Ziffern der zugegebenen Zahl in ihrer Reihe stehen, zu dem ersten Partial-Producte; Oder: man nimmt die erste Ziffer der zugegeben Zahl zu dem ersten Partial-Producte. Die Ziffer der andern Classe zum andern Partial-Producte. ꝛc. Oder man addiret sie zum gefundenen Producte.

13) Ist noch eine zugegebene Zahl von dem Producte abzunehmen, so subtrahiret man jegliche Ziffer der zugegebenen Zahl, wie man vorhin, dieselbe dazu zu addiren, gewiesen hat.

Folget ein Exempel zu diesen Reguln.

§. 7. Multipliciret 970647800 mit 1407600, stehet wie folget.

			9	7	0	6	4	7	8 | 0 0
				1	4	0	7	6 | 0 0
		5	8	2	3	8	8	6	8
	6	7	9	4	5	3	4	6	
3	8	8	2	5	9	1	2	0	
9	7	0	6	4	7	8			
1	3	6	6	2	8	3	8	4	3 2 8 0 0 0 0

Denn nach dieser Operation enthält die erste, unter die Linie geschriebene Zahl, jede Theile des Multiplicandi, (§. 10.) und folglich den Multiplicandum selbst; (§. 13.) auf eben die Weise auch die andere, unter die erste geschriebene Zahl alle Ziffern, oder Theile des Multiplicandi, und die dritte, so oft, als die erste, andere, und dritte Ziffer des Multiplicandi Unitæten hat. Wenn nun aber die unter die Linie geschriebene Zahlen addiret werden, so ist die Summa denen Zahlen gleich, und

ent-

enthält den Multiplicandum so oft, als jede Ziffern des Multiplicatoris Unitæten haben. Dieserwegen ist diese Summa das Factum von dem Multiplicatore mit dem Multiplicando. (§. 1.)

Erstlich sind demnach die beyden gegebenen Zahlen also unter einander geschrieben, daß die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, ꝛc. zu stehen komen, und durch einen darunter gezogenen Strich von dem zu suchenden Producte unterschieden, nach der ersten und andern Regul. Ferner hat man eine jede Ziffer des Multiplicatoris insonderheit in eine jedwede Ziffer des Multiplicandi eingeführet, auch den Anfang mit der ersten Ziffer des Multiplicatoris also gemacht, daß man solchen mit der ersten Ziffer des Multiplicandi vermehret, und dabey das Wörtlein: mal, gebrauchet, wenn man nach der andern Regul gesaget: 6 mal 8 ist 48, u. s. w.

Nach der dritten Regul hat man hierauf die 8, als die einfache Zahl von 48, in die erste Stätte unter die Linie geschrieben, und die zehnfache Zahl, als: 4, behalten, um sie zu dem Product des Multiplicandi andern Ziffer 7, mit des Multiplicatoris ersten Ziffer 6, zu nehmen.

Nach der fünften Regul ist darauf fortgefahren, die erste Ziffer des Multiplicatoris 6, in die ander Ziffern des Multiplicandi einzuführen, wenn man gesaget: 6 mal 7 ist 42, und dazu sind die vorhin behaltene 4 addiret, wenn man gesaget: und 4 dazu sind 46. Die 6, als die einfache Zahl ist an die andere Stätte unter die Linie gesetzet, und 4 zum Producte der Multiplication der ersten Ziffer des Multiplicatoris mit der dritten des Multiplicandi aufbehalten. Und so hat man mit Einführung der 6 in die übrigen Ziffern des Multiplicandi verfahren. Wenn aber bey des Multiplicandi letzten

Zif-

Ziffer 58 zu schreiben waren, so hat man 8 in die erste Stätte, und 5 in die folgende Stätte darneben gesetzet. Hierauf hat man die andere Ziffer des Multiplicatoris: 7, zur Hand genommen, und dieselbe auf gleiche Weise in alle Ziffern des Multiplicandi eingeführet, und von der ersten Ziffer den Anfang gemacht, da man gesprochen, 7 mal 8 ist 56, nach der 6ten Regul. Von diesen 56 ist der Einer, 6, gerade unter die Ziffer des Multiplicatoris gesetzet, welche eingeführet worden, und 5 auf die folgende Stätte behalten, und mit den übrigen Zahlen verfahren, wie bey der ersten Zahl des Multiplicatoris. Die dritte Ziffer des Multiplicatoris, war Nulle, solche ist abgeschnitten, und dem Producte der folgenden Ziffer, wie es ihre Stätte erfodert, beygefüget, nach der 8ten Regul.

Man ist darauf zu der vierdten Ziffer des Multiplicatoris: 4, fortgefahren, und ist solche wieder zuerst in die erste Ziffer des Multiplicandi eingeführet, da man gesagt, 4 mal 8 ist 32, und man hat die 2 an die 4te Stätte unter ihren Multiplicatorem gesetzet, und die 3 zu der folgenden Stätte aufbehalten; auch hernach die 4 übrigen, gleich denen andern eingeführet, nach der 7ten Regul. Die letzte Zahl des Multiplicatoris war, 1, deswegen hat man den Multiplicandum, wie er oben stehet, herunter geschrieben, und dessen erste Zahl an die Stätte unter die 1 gesetzet, nach der 6ten Regul. Endlich hat man diese Producta mit einander addiret, und die Summa ist die Zahl, welche durch Einführung einer Zahl in die ander zu suchen war, nach der 10ten Regul.

Die andere Art zu multipliciren.

§. 8. Weilen aber eben die Zahl kommet, wenn man eine Zahl von oben herunter, oder von unten hinauf addiret, so kann man auch die letzte Ziffer des Multiplicatoris zuerst einführen, wenn man nur die

zum

zum Product komende Zahlen auf ihre gehörige Stätten setzet, als: das Product von 1, unter die 1, das Product von 4, unter die 4, ꝛc. und so stehet das Exempel, wie folget:

```
                9 7 0 6 4 7 8
                  1 4 0 7 6
-----------------------------
  9 7 0 6 4 7 8
  3 8 8 2 5 9 1 2 0
      6 7 9 4 5 3 4 6
          5 8 2 3 8 8 6 8
-----------------------------
1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8
```

Die dritte Art zu multipliciren.

§. 9. Weilen ferner jegliche Ziffern des Products auf ihre gehörige Stätte zu stehen kommet, wenn man die Zahlen des Products von einer jeden Zahl des Multiplicatoris quer unter einander gesetzet, so mag obiges Exempel aufgeschrieben werden, wie folget:

```
                9 7 0 6 4 7 8
                  1 4 0 7 6
-----------------------------
                  8 2 0 6 8
                7 1 0 4 6
              9 7 0 6 4 9 0 3 8
              3 8 8 2 5 0 5 8
                0 0 0 0 4 3
                  6 7 9 2
                    5 8
-----------------------------
1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8
```

Die vierdte Art zu multipliciren.

§. 10. Aus eben diesen Grunde kann man auch das Product zweyer gegebenen Zahlen finden, wenn man das Product der andern Zahl des Multiplicatotis in die erste Reihe unter die Linie schreibet, und solchen die

Pro-

Producta der übrigen Zahlen des Multiplicatoris, nachdem es die Ordnung ihrer Stätte erfodert, beyfüget, und wird das gegebene Exempel auf folgende Weise ausgearbeitet.

```
                9 7 0 6 4 7 8
                    1 4 0 7 6
  ---------------------------
        6 7 9 4 5 3 4 6 8
    3 8 8 2 5 9 1 2 8 6
            9 3 8 0
          5 8 2 8
    9 7 0 6 4 7
  ---------------------------
  1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8
```

Die fünfte Art zu multipliciren.

§. 11. So kann man desgleichen die beyden hintersten Zahlen zur rechten, von beyden Lateribus durch ein Creutz von den übrigen abschneiden, und das begehrte Product gefunden werden, wenn man die übrigen Zahlen nach der gemeinen Regul mit einander multiplociret, und hernach die hintern Creutze stehende obere Zahl in den abgeschnittenen Multiplicatorem, und die untere in den abgeschnittenen Multiplicandum einführet, die Producte eine Stätte zur rechten hervor rücket, und sodann die hinten abgeschnittene Zahlen auch multipliciret, und das Product, wenn es um einer Stätte hervor gerücket, zu denen andern addiret, wie im Exempel zu sehen.

```
                9 7 0 6 4 7 X 8
                    1 4 0 7 X 6
  ---------------------------
        6 7 9 4 5 2 9
    3 8 8 2 5 8 8 0
    9 7 0 6 4 7
          5 8 2 3 8 8 2
              1 1 2 5 6
                    4 8
  ---------------------------
  1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8
```

Die sechste Art zu multipliciren.

§. 12. Ferner ist es gleich viel, ob man die Producta von allen Ziffern zusammen nimmt, nachdem man jeder Ziffer-Producte insonderheit gefunden, oder: man addiret das Product der ersten Ziffer, mit Beobachtung der Stätte, wohin jegliche Zahl das Products gehöret, so gleich zum Product der andern Ziffern, und dieses wird zugleich zum Product der dritten Ziffer addiret. Solches zu verrichten, schreibet man die einfache Zahl des Products zum Facit, und führet alle Ziffern, so zu der andern Stätte des Products gehören, in einander, thut solche sogleich zusammen, und nimmt die Zehner, so man von der ersten Zahl übrig behalten dazu, desgleichen thut man mit den Ziffern, so zu der dritten Stätte gehören, bis man alle Ziffern durchgangen, so geben die aufgeschriebene Zahlen, ohne fernere Addition sogleich das Product der gegebenen Zahlen. Die nach dieser Art das Exempel verfertigen wollen, schreiben beyde gegebenen Zahlen mit untergezogenen Striche vor sich,

9 7 0 6 4 7 8
1 4 0 7 6

und wenn solches geschehen, sprechet: 6 mal 8, ist 48, und schreibet 8, behaltet 4 im Sinne, und sprechet: 6 mal 7 ist 42, und 4 dazu, ist 46, und 7 mal 8, ist 56, dazu 46, ist 102. Man schreibet 2 zum Product und behält 10. Ferner spricht man: 6 mal 4 ist 24, und 10 dazu, sind 34. Weiter spricht man: 7 mal 7, ist 49, und 34 darzu, sind 83. Noch weiter spricht man: 0 mal 8, ist 0, dazu 83, sind 83. schreibet die 3, behaltet die 8. Man fähret fort, und spricht: 6 mal 6, ist 36, und 8 darzu, sind 44, und 7 mal 4, ist 28, und 44 dazu, sind 72, und 0 mal 7, ist 0, bleiben 72, und 4 mal 8, ist 32, und 72 dazu, sind 104. Schreibet die 4, und behaltet 10.

Darnach spricht man: 6 mal 0, ist 0, bleiben die 10, und 7 mal 6, ist 42, und 10 dazu, sind 52, und 4 mal 7, ist 28, und 52 darzu, sind 80, und 1 mal 8 ist 8, und 80 dazu, sind 88. Schreibet die 8, und behaltet 8. Hierauf fahret fort zu den Ziffern, welche zu der 6ten Stätte des Products gehören, als: 6 mal 7, ist 42, und 8 dazu, sind 50, und 7 mal 0, ist 0, bleiben 50, und 4 mal 4, ist 16, und 50 darzu, sind 66, und 1 mal 7, ist 7, und 66 darzu, sind 73, und schreibet die 3, behaltet aber die 7. Eben so machet es mit den Ziffern, so zu der 7ten Stätte gehören, und sprechet: 6 mal 9, ist 54, und 7 dazu, ist 61, und 7 mal 7, ist 49, und 61 dazu, sind 110, und 0 mal 0, ist 0, bleiben 110, und 4 mal 6, ist 24, und 110 dazu, sind 134, und 1 mal 4, ist 4, und 134 dazu, sind 138: darauf schreibet die 8, und behaltet die 13. Fahret fort zu den Ziffern, so zu der 8ten Reihe des Products gehören, und sprechet: 7 mal 9, ist 63, und 13 dazu, sind 76, und 0 mal 7 ist 0. Ferner, 4 mal 0, ist 0, bleiben 76, und 1 mal 6, ist 6, und 76 dazu, sind 82, und schreibet die 2, und behaltet die 8. Machets auch also mit den Ziffern, so zu der 9ten Reihe des Products gehören, und sprechet: 0 mal 9 ist 0, bleibet die behaltene 8, und 4 mal 7, ist 28, und 8 dazu, sind 36, und 1 mal 0, ist 0, bleiben 36, darum schreibet 6, und behaltet 3. Gehet darauf zu den Ziffern der 10ten Reihe, und sprechet: 4 mal 9 ist 36, und 3 dazu, sind 39, und 1 mal 7 ist 7, und 39 dazu, sind 46, schreibet die 6, und behaltet die 4. Endlich nehmet die Zahlen, so zu der 11ten Reihe gehören, und sprechet: 1 mal 9, ist 9, und 4 dazu, sind 13, ist die letzte Zahl, und wird gantz ausgeschrieben. Wenn denn die geschriebenen Zahlen, 136628384328 die Summe der Producte aller gegebenen Zahlen in sich allbereit enthalten, stellen sie ohne weitere Addition die gesuchte Zahl von den gegebenen Zahlen dar.

Anmer-

Anmerckung über die angeführten Arten zu Multipliciren.

§. 13. Alle diese 6 Arten zu multipliciren habe nicht sowol, als ein Muster zur Imitation, sondern vielmehr, um nichts vorbey zu lassen, was zum multipliciren gehöret, hergesetzet, deswegen auch davon keine weitläuftige Reguln gestellet; sintemal ein geübter aus der Ausarbeitung der Exempel selber leicht wird sehen können, wie man nach dieser Weise ein Multiplications-Exempel anzugreiffen habe.

Die siebende Art zu multipliciren.

§. 14. Auf eine leichtere Weise kann die Multiplication aus dem 8. 10 und 11ten angeführten Gründen vollenbracht werden, wenn man

1) das Product der ersten Ziffer des Multiplicatoris mit dem gantzen Multiplicando, unter die Linie schreibet,

2) auch die andere Ziffer des Multiplicatoris in dem Multiplicandum einführet, und die Zehner, Hunderter, Tausender, ꝛc. dazu addiret, und solche dazu addirte Ziffern durchstreichet,

3) die dritte Ziffer des Multiplicatoris einführet, und dazu die Ziffern der Stätte addiret, unter welche das Product von der dritten Zahl zu stehen kommet, und die zuaddirten Ziffern wieder durchstreichet; Wenn man denn zu dem Producte der letzten Ziffer das Product der vorhergehenden Ziffern addiret, und solcher die vorhergehende unausgestrichene Zahlen zur rechten Hand, wie es ihre Stätte erfodert, beygefüget worden, so enthalten solche das Product aller Zahlen, so aus der Multiplication der gegebenen Zahlen entstehen können, und stellen das völlige Product dar. Wobey

4) zu mercken, daß man die Nulle, wenn solche im Multiplicatore enthalten, nicht mit zu dem Producte schreiben, doch aber vor ihre Stätte einen Platz lassen müsse,

müsse, wenn man das Product der folgenden Zahlen zu dem vorhergehenden nehmen will, und nach dieser Weise kann unser Exempel also multipliciret werden.

9 7 0 6 4 7 8
1 4 0 7 6

5 8 2 3 8 8 6 8 das Product
7 3 7 6 9 2 3 2
3 9 5 6 3 6 0 4

1 3 6 6 2 8 3 8

Nach der ersten Regul ist die erste Ziffer des Multiplicatoris eingeführet in den Multiplicandum, und das Product in die erste Reihe unter die Linie gesetzet. Nach der andern Regul ist gleichfals mit der andern Ziffer des Multiplicatoris multipliciret, und sind die Zehner Hunderter, und Tausende des ersten Products zu dessen Producte addiret, und in der obersten Reihe durchgestrichen. Nach der 3ten Regul ist mit der 3ten Zahl 40 multipliciret, u. dazu sind die hunderte tausende, der vorhergehenden andern Reihe addiret, und die Zahl dieses Products, um eine Stätte, wegen der dabey stehenden Nulle fortgerücket. Nach der 4ten Regul ist endlich mit der 5ten Zahl multipliciret, und zu den Zehnern, Hunderten ꝛc. die Zahlen der 4ten Reihe addiret, und die andern unausgestrichenen Zahlen beygefüget, und also das gantze Product ausfindig gemacht worden.

Die achte Art zu multipliciren.

§. 15. Weilen es auch gleich viel, ob man die Zehner der in einander geführten Ziffern sogleich zu den folgenden Zahlen addiret, oder man thue solches, indem man alle Producte der gegebenen Zahlen addiret, so können auf folgende leichte und deutliche Weise die Multiplications-Exempla verfertiget werden.

1) Se-

1) Setzet den Multiplicandum oben, und die Ziffern des Multiplicatoris an die rechte Seite untereinander, so daß die hinterste Ziffer des Multiplicatoris unten, und die foderste oben zu stehen kommt.

2) Theilet die Ziffern des Multiplicandi durch Linien in so viel Fächer, als Ziffern sind.

3) Ziehet die Linien an dem Multiplicatore in gleicher Distance herunter.

4) Theilet auch den Multiplicatorem durch Linien in so viel Fächer, als Ziffern sind.

5) Ziehet die Linien unter den Multiplicandum in gleicher Distance her.

6) Ziehet durch die ledigen Fächer, so viel Creutz Linien, daß jedes Fach in 2 gleiche Triangel getheilet werde.

7) Multipliciret jede Ziffer des Multiplicandi mit den Figuren des Multiplicatoris.

8) Das Product jeglicher Ziffer setzet bey die Ziffer des Multiplicatoris, und unter die Ziffer des Multiplicandi, so, daß die Einer in die Ecke zur rechten, und die Zehner in die Ecke der lincken Hand zu stehen kommen, wenn aber ein Einer zum Producte kommet, so lasset das Fach zur lincken Seite ledig, oder: schreibet eine o darin.

9) Seyd ihr alle Ziffern des Multiplicandi durchgangen. so addiret die gefundene Zahl nach den Creutz-Linien, und fanget bey der untersten Zahl zu der rechten Hand an.

10) Schreibet die Summa jeder in die Quer unter einander stehenden Zahlen unter das Spacium, worinnen die addirten Zahlen stehen, so geben die heraus kommende Zahlen das begehrte Product, und præsentiret sich unser Exempel, als ein Quadrat auf folgende Weise.

Multiplicandus.

	9	7	0	6	4	7	8	
1	0/9	0/7	0/0	0/6	0/4	0/7	0/8	1
3	3/6	2/8	0/0	2/4	1/6	2/8	3/2	4
6	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0/0	0
6	6/2	4/9	0/0	4/2	2/8	4/9	5/6	7
2	5/4	4/2	9/0	3/6	2/4	4/2	4/8	6
	8	3	8	4	3	2	8	

Pro. Multiplicato.

ductum.

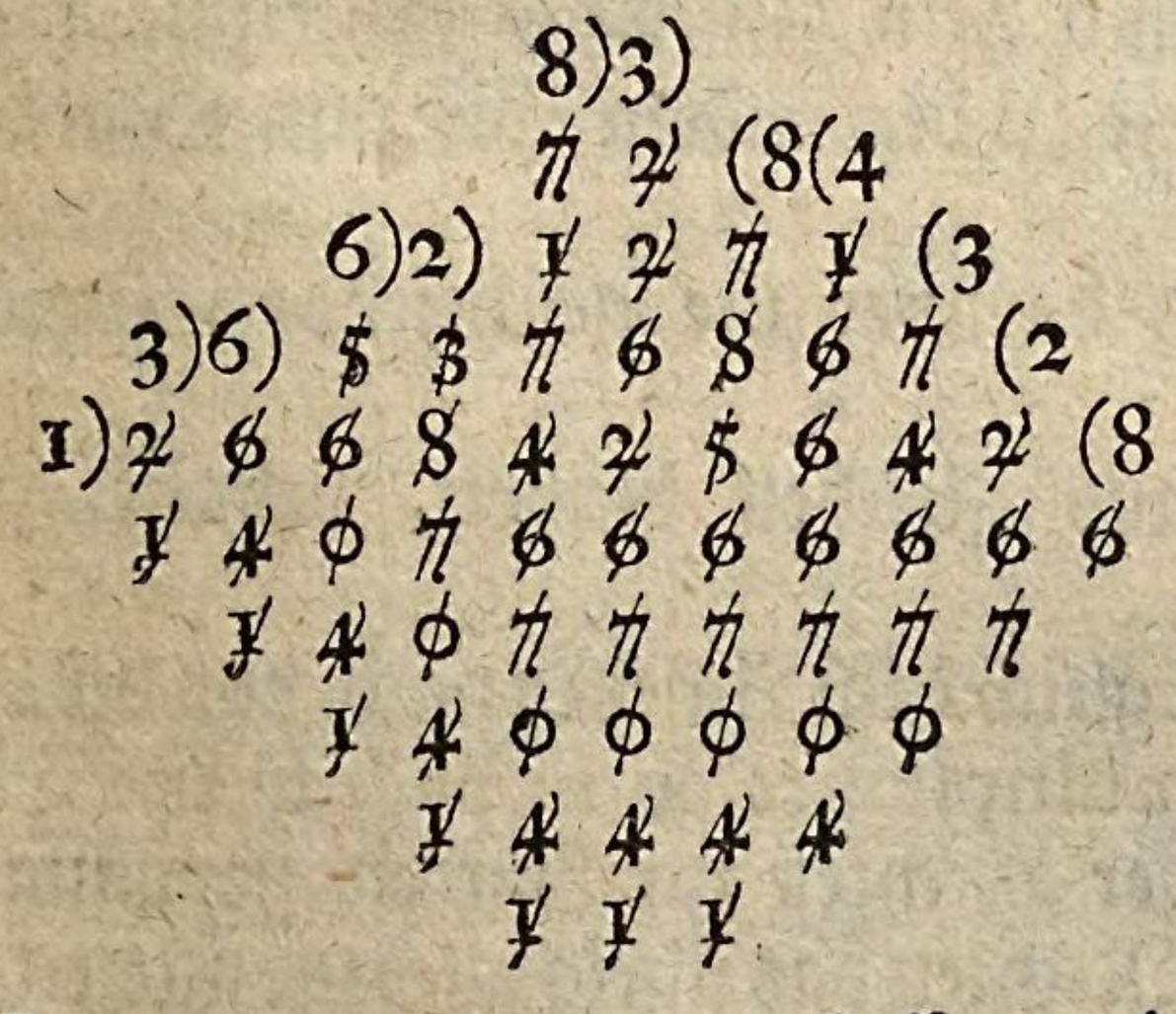
Oben in diesen Quadrate præsentiret sich der Multiplicandus, und an der rechten Seite der Multiplicator mit seinen unter einander gesetzten Ziffern, und stehet die hinterste Ziffer desselben oben, die foderste aber unten, nach der ersten Regul. Nach der andern Regul sind die Zahlen des Multiplicandi durch so viel Linien unterschieden, als er aus Ziffern bestehet, und solche nach der 3ten Regul an der Zahl des Multiplicatoris in gleicher Distance herunter gezogen; Deßgleichen ist nach der 4ten Regul der Multiplicator durch Linien in so viel Fächer eingetheilet, als Ziffern desselben vorhanden, und die Linien sind in gleicher Distance unter dem Multiplicando hergezogen, nach der 5ten Regul. Nach der 6ten Regul sind die ledigen Fächer mit Creutz-Linien von einem Eck zum andern in 2 gleiche Theile eingetheilet, daß jedes Quadrat zwey Triangula ausgemachet. So ist nach der 7ten Regul jede Ziffer des Multiplicandi, mit der Zahl des Multiplicatoris vermehret, und von den beyden äussersten Ziffern 6 mal 8 der Anfang gemacht.

Nach

Nach der 8ten Regul ist jedesmal die Zahl des Products in die beyden Triangul also geschrieben, daß die einfache Zahlen in den Triangul zu stehen kommen, welcher nebst den Ziffern des Multiplicatoris stehet, damit multipliciret, und unter die Ziffern des multiplicandi gesetzet, in welche sie eingeführet werden, wo aber Einer, oder Nullen zum Producte kommen, hat man in die dazu gehörige Triangel Nullen geschrieben. Hierauf hat man alle Zahlen nach den Creutz-Linien addiret, und die Summa jeglicher Zahlen in die ledigen Stätten umher geschrieben, und darin stellet sich das Product dar, wie in Ausarbeitung des Exempels zu sehen.

Die neundte Art zu multipliciren.

§. 16. Wenn man mit den beyden ersten Ziffern zur lincken Hand anfangen will zu multipliciren, so zeiget sich das Exempel, wie ein Division-Exempel, in folgender Gestalt.



Die unausgestrichenen Ziffern zeigen das Product von 9 7 0 6 4 7 8. 1 4 0 7 6

Nach eben der Art bringet man auch die Multiplications-Exempel zu Papier, wie folget:

```
9 7 0 6 4 7 8
1 4 0 7 6
-------------
9 7 0 6 4 7 8
3 6 8 0 4 6 8 2
  2   2 1 2 3
6 3 9 0 2 8 9 6
  4   4 2 4 5
5 4 2 0 6 4 2 8
  4   3 2 4 4
-------------
1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8
```

Regulæ.

1) Multipliciret von der lincken Hand die erste Ziffer des Multiplicandi, 9, mit der ersten Ziffer des Multiplicatoris, und schreibet 9 über 1, auch die andere Ziffer des Multiplicatoris mit der ersten des Multiplicandi, 4 mal 9 ist 36, 6 schreibet über 4, und 3 addiret zu der 9, ist 12, schreibet über 9; Ferner multipliciret die Ziffer mit der 3ten und 4ten Ziffer des Multiplicatoris, und thut sie allezeit zu der andern, bis zum Ende hinaus.

2) Die Zahlen, darüber ihr geschrieben, streichet durch.

3) Was unausgestrichen bleibet, behaltet zum Product,

NB. Ob man gleich dem Ansehen nach, von der Lincken zur Rechten multipliciret, so ist doch in der That der Process von der Rechten zur Lincken genommen; denn man von der Rechten das übrig bliebene allezeit zugenommen.

Von den vortheilhafften Arten zu multipliciren.

§. 18. Was bishero von den unterschiedenen Weisen zu multipliciren angeführet worden, solches hat mehrentheils keinen besondern Vortheil in der Operation ge-

gewiesen, sondern es ist fast nur eine Veränderung im Auffschreiben, der zum Product gehörigen Zahlen, dadurch anzeiget; Nun aber müssen wir auch anzeigen, was man für Veränderung im Multipliciren vornehmen könne, daß man davon in der Operation einen Vortheil haben könne. Solchen Vortheil können entweder einige Ziffern der gegebenen Zahlen an die Hand geben, oder: die gantze gegebene Zhhl giebet solchen an die Hand.

Von dem Vortheil, so die Nulla im multipliciren giebet.

§. 19. Die besondern Ziffern, so einen Vortheil im Multipliciren an die Hand geben können, sind: 0. 1. 5. 9. wenn solche an der äussersten Stätte des Multiplicatoris zur rechten Hand stehen. Denn wenn an der äussersten Stätte zur rechten Hand Nullen stehen, so schneidet man solche ab, und schreibet sie so oft bey das Product, als sie im Multiplicatore und Multiplicando sich befinden, nachdem man mit den übrigen Figuren die Operation verrichtet. z. E. multipliciret 650 mit 800, so geschiehet solches also, daß man von 800 die zwey Nullen, und von 650 eine Nulle abschneidet, und mit der 8, und 65 verrichtet man die Operation. Es stehet das Exempel also:

6 5	0
8	0 0
2 5 0	0 0 0 das Product.

Von dem Vortheilen, so die 1 an die Hand giebet.

§. 20. Wenn man voraus setzet, daß 1 nicht multiplicire, so ist vor Augen, daß 1 im multipliciren einen Vortheil an die Hand gebe, wenn sie entweder in der äussersten Stätte zur Rechten, oder Lincken des Multiplicatoris stehet, denn so kan man den Multiplicandum nur stehen lassen, und sodann die Producte der übrigen Ziffern nach ihren Stätten darunter setzen. Als z. E. multipliciret 97468 mit 861. Stehet also:

9 7 4 6 8
5 8 4 8 0 8
7 7 9 7 4 4
8 3 9 1 9 9 4 8

Oder: wenn die äusserste Zahl des Multiplicatoris zur Lincken eine 1 ist, so kann man eben den Vortheil gebrauchen. Nehmet z. E 9706478 mit 14076, so bleibet der Multiplicandus das erste mal stehen, und man ordnet hernach die übrigen Zahlen des Multiplicatoris auf die Weise wie folget.

9 7 0 6 4 7 8
3 8 8 2 5 9 1 2 0
6 7 9 4 5 3 4 6
5 8 2 3 8 8 6 8
1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8

Ferner giebet die 1 einen augenscheinlichen Vortheil in Multipliciren, wenn der Multiplicator aus lauter Einen bestehet, denn so nimmt man jegliche Ziffer des Multiplicandi in den gantzen Multiplicatorem, mit leichter Mühe, und setzet die Einer an die erste Stätte, die Zehner behalt man zu der folgenden, wie aus denen beygefügten Exempeln zu sehen. z. E. multipliciret 468 mit 11, so spricht man: 11 mal 8 ist 88, schreibet die 8, und behaltet 8. Ferner spricht man: 11 mal 6, ist 66, und 8 dazu, ist 74, schreibet die 4, und behaltet 7. Endlich, 11 mal 4, ist 44, und 7, ist 51, schreibet 51, stehet das Exempel also:

4 6 8 . 11
5 1 4 8

Oder: multipliciret 468 mit 111, so spricht man: 111 mal 8, ist 888, schreibet 8, und behaltet 88. Ferner, 111 mal 6, ist 666, und 88, ist 754, schreibet 4, und

und behaltet 75. Endlich, 111 mal 4, ist 444, und 75 dazu, ist 519, schreibet 519, stehet das Exempel also:

4 6 8 . 1 1 1

5 1 9 4 8 und so ferner mit 1111 2c.

Vortheil, so die 5 in multipliciren giebet.

§. 20. Ist die Ziffer 5 im Multiplicatore die hinterste Ziffer, so kann sie mit Vortheil eingeführet werden, wenn man zu dem Multiplicando eine Nulle füget, und sodann ihr Product findet, wenn man den Multiplicandum mit der beygefügten Nulla halbiret. z. E. multipliciret 1732 mit 5, so setzet man zu 1732 eine Nulle, und halbiret 17320, so hat man das Product von 5 mit 1732, ist 8660. Hieraus erhellet, daß 15. 25. 50. 125 2c. einen Vortheil an die Hand geben können, wenn man nemlich die eintzelne, oder: simpele Zahl suchet, woraus solche ein Theil sind, und sodann mit der simpelen Zahl multipliciret, und den Theil, so der Multiplicator aus solcher Zahl ist, daraus nimmt. z. E. Ich soll 1732 multipliciren mit 125, so multiplicire ich 1723 mit 1000, daß ist: 1732000, und nehme daraus den 8ten Theil, ist 216500. ist das Product von 125 mit 1732.

Item 1694 mit 15.
It. 98790 mit 50.
It. 65786 mit 150.
It. 479087 mit 225.
It. 87984 mit 350.
It. 6478 mit 1280.

Wenn 9 mit Vortheil in den Multiplicandum eingeführet werden kann.

§. 21. Die 9 kan mit Vortheil in den Multiplicandum eingeführet werden, wenn sie allein stehet, oder: solchen Zahlen am Ende des Multiplicatoris beyfüget, die durch 1 vergrössert einen numerum rotundum.

z. E.

z. E. 100. 600. 60. 1000. ꝛc. ausmachen. Als: 99, 599, 59 ꝛc. Dann alsdann nimmet man an statt des Multiplicatoris die durch 1 vergrösserte Zahl, und multipliciret damit: Von dem Producte aber ziehet man die Zahl des Multiplicandi wieder ab. Als: multipliciret 1730 mit 9, so schreibet 17300, und ziehet davon ab,

17300
— 1730
15570

so gibt 15570 das Product.

Item mit 59, so nehmet an statt 59 die Zahl 60, und multipliciret damit, so kommet

103800 davon
1730 so
102070 das Product.

Hieraus folget, daß alle Zahlen, die nahe an einem numerum simplicem treten, einen guten Vortheil in Multipliciren geben können, wenn man nemlich mit den nächsten Simplici, oder: Rotundo, den Multiplicandum vermehret, und von diesen gefundenen Producto den so vielfachen Multiplicandum abziehet, als der angenommene Numerus Rotundus, oder: Simplex Unitæten mehr hat, als der Multiplicans. Oder: man kann auch einen um etwas geringern Numerum simplicem nehmen, als der Multiplicans ist: in welchen Fall aber der Multiplicans noch so vielfach muß hinzugethan werden, als der Numerus simplex Unitaten weniger, als der Multiplicans hat. z. E. Multipliciret 1732 mit 97, so führet 100 in den Multiplicandum ein, macht 173200, und weil 100, 3 Unitæten mehr, als 97 hat, so ziehet 3 mal 1732, das ist: 5196 davon ab, bleibet 168004, das wahre Product. Oder: nach der andern Observation multipliciret 1732 mit 92, so führet 90 in 1732, ist 165880, und weil 92 um zwey

mehr

mehr, als 90, so addiret 1732 zweymal dazu, ist 3464, kömmt 169344, das wahre Product.

Exempel zur Ubung.

Multipliciret 1732 mit 89.
Item mit 99.
Item mit 299
Item mit 999.
Item mit 98.
Item mit 87.
Item mit 89.
Item mit 109
Item mit 111.
Item mit 116.
Item mit 193.
Item mit 997.

Endlich so observiret man, daß alle Facta, welche heraus kommen, wenn man eine Zahl mit 9 multiplicirt, wieder lauter 9 geben, wenn man nemlich deren Ziffern addiret: Als 5. 9 = 45, 5 + 4 = 9, 7. 9 = 63, 3 + 6 = 9. Wenn man also eine Zahl mit 9 multipliciren soll, darf man nur in die Stelle der Decadum eine Zahl schreiben, die um eins weniger, als die Zahl, die mit 9 multipliciret werden soll; und in die Stelle der Unitæten dasjenige, was dieser Zahl fehlet, ehe sie bis auf 9 steiget. Als: 8. 9 = 72. Da 7 um eins weniger als 8, und 2 dasjenige, so ihr noch fehlet, ehe sie bis auf 9 steiget Wie man diesen Vortheil in grössern Exempeln gebrauchen könne, braucht keiner Anweisung.

Zwey gleiche Zahlen geben im multipliciren einen Vortheil.

§. 22. Ferner können einige Ziffern einen Vortheil in multipliciren zuwege bringen, nemlich: wenn zwey Zahlen in Multiplicatore einander gleich sind, denn weñ man

man alsdann von einer das Product gefunden, so darf man solches nicht noch einmal suchen, sondern man darf dieselbe Zahl des Products nur wieder an ihre gehörige Stätte schreiben. Als: z. E. multipliciret 1730 mit 656, so stehet das Exempel also:

```
  1 7 3 0
    6 5 6
---------
  1 0 3 8 0
  8 6 5 0
1 0 3 8 0
---------------
1 1 3 4 8 8 0
```

Hier hat man den Vortheil beobachtet, daß man die Zahlen der ersten Reihe des Products wieder in die letzte Reihe geschrieben, weil die erste und letzte Ziffer des Multiplicatoris 6 waren.

Einzelne Zahlen geben in multipliciren einen Vortheil, wann eine der andern pars aliquota ist.

§. 23. Endlich mögen einzelne Ziffern im multipliciren einen Vortheil an die Hand geben, wenn einige unter denselben der andern partes aliquotæ sind: Denn wenn man sodann mit der Ziffer, die der andern pars aliquota ist, multipliciret hat, ist nicht nöthig mit der grössern Ziffer abermal zu multipliciren, sondern man bekömmt eben die Zahl, wenn man den Nahmen der Ziffer in ihr Product einführet. Und solches kann auch geschehen, wenn man mit einer Ziffer multipliciret hat, in welcher die andere, als ihr pars aliquota enthalten: Denn wenn man deren Product durch ihren Denominatorem dividiret, so bekommt man das gehörige Factum, und ist nicht nöthig, daß man mit der Ziffer selbst multipliciret. z. E. multipliciret 1732 mit 63, so stehet das Exempel also:

```
  1723
    63
 ------
  5169
10338
 ------
108549
```

Und ist es gleich, ob man 6 mit 1723, oder; 5196 mit 2, als dem Denominatore von 9: 3 multipliciret.

It. multipliciret 1732 mit 36, so stehet das Exempel also;

```
  1723
    36
 ------
 10338
 5169
 ------
 62028
```

Und ist gleich viel, man mag 3 mit 1723 multipliciren, oder: das Product von 6 halbiren, weil 3 aus 6 der 2te Theil ist.

NB. Es mögte auch in diesem Falle die Operation leichter fallen, so man die kleineste Zahl zuerst einführet, und mit deren Nahmen ihr Product wieder multiplicirete.

Man hat einen Vortheil im multipliciren, wenn man in Multiplicatore Zahlen stehen, die um eins differiren.

§. 24. Meynete auch ein Geübter einen Vortheil darin zu finden, wenn zwey Ziffern im Multiplicatore befindlich, davon eine die andere um 1 übersteiget, oder: nur 1 geringer wäre, als die andere, und er sodann die übersteigende, oder: geringere Zahl nicht einführen wolte, sondern an deren statt, zu dem schon gefundenen Partial-Facto den Multiplicandum addiren, oder ihn davon subtrahiren, so kann er auch solchen gebrauchen. z.E. multipliciret 1732 mit 43, stehet also:

```
  1723
    43
 ------
  5169
 6892
 ------
 74089
```

Und ist gleich viel, man führet 3, so 1 weniger, als 4, in den Multiplicandum ein, oder: subtrahiret den Multiplicandum 1723, von 6892, dem Producte von 4.

Ein Vortheil ist, wenn man die leichteste Zahl zum Multiplicatore nimmt.

§. 25. Alle Ziffern der gegebenen Zahlen können im multipliciren einen Vortheil schaffen, wenn man die Zahl zum Multiplicatore nimmt, die zum leichtesten in die andere einzuführen. z. E. Wenn 1600 zu multipliciren mit 806, so nehme man 1600 zum Multiplicatore, weil solche leichter einzuführen, als: 896.

Was man die Welsche Practicam in Multipliciren nennet.

§. 26. Weil endlich eine Zahl, welche, so vielmal die partes aliquotas, einer theilbahren Zahl, oder: die partes aliquantas, einer untheilbaren Zahl, multiplicirt, als solche in dem Multiplicatore enthalten, das Product in der Grösse vorstellet, und die Zahl des Multiplicandi so oft enthält, als der Multiplicator Unitæten hat, so giebet es unterschiedliche Vortheile an die Hand. Nemlich, wenn man einen Theil des Multiplicatoris nach den andern in den Multiplicandum einführet. Welche Art zu multipliciren man die Welsche Practicam nennet, wovon folgender Unterricht zu nehmen.

Wie eine Zahl durch ihres Multiplicatoris partes aliquotas zu multipliciren.

§. 27. Es ist nemlich, die zum Multiplicatore erwehlte Zahl, eine Prim- oder: theilhahre Zahl. Ist sie theilbahr, ist sie entweder aus so viel Einer zusammen gesetzet,

setzet, daß sie in lauter Einer kann getheilet werden, oder nicht. Kann jenes geschehen, so nimmt man einen jedweden Theil aus der Zahl insonderheit, und führet ihn insonderheit in den Multiplicandum ein, und solches nennet man eine Zahl zerstreuen, oder: in die Factores dispergiren, und geschiehet nach folgender Regul.

1) Weil das Product den Multiplicandum so oft in sich enthalten soll, als der Multiplicator Unitæten hat, so folget, daß der Multiplicandus ehe ein Theil des Multiplicatoris in denselben eingeführet, zu betrachten, als eine Zahl, so mit Eins multipliciret; deswegen schreibet den gegebenen Multiplicandum vor euch, und schreibet dabey: mit 1.

2) Ziehet eine Linie unter die also geschriebene Zahl.

3) Suchet die einfachen Theile des Multiplicatoris.

4) Setzet den größten solcher Theile in eine Klammer hinter die Linie.

5) Multipliciret mit solchen die 1, und den Multiplicandum.

6) Ziehet wieder eine Linie unter das Product.

7) Nehmet den andern Theil des Multiplicatoris, und setzet ihn abermal in einer Klammer hinter die Linie.

8) Multipliciret mit demselben das erste Product.

9) Fahret so lange fort, solches zu treiben, bis ihr alle Partes eingeführet, so kommet das begehrte Product.

z. E. Multipliciret 1723 mit 108, so geschiehet solches nach den vorhergehenden Regeln, wie folget:

1	7	2	3	mit		1		
1	5	5	0	7	—	9	(	9
9	3	0	4	2	—	5	4	(6
1	8	6	0	8	4	-	1	08 (2

Fräget man hiebey: warum man vor sich geschrieben, 1723 mit 1? so gibt die erste Regul die Antwort. Fräget man weiter: warum man eine Linie unter diese Zahl gezogen? so ist solches geschehen nach der andern Regul, und da man gefunden, daß sich 108 in die einfachen Zahlen, 9. 6. 2. zerstreuen lasse, so ist die Antwort auf die Frage: warum man 9 in die Klammer, hinter die Linie gesetzet? diese: weil 9 unter einfachen Zahlen der gröste Theil von 108 ist, nach der 4ten Regul. Fräget man: wozu man solche 9 gebrauchet? So ist die Antwort: man hat sie in die 1, und die Zahl des Multiplicandi eingeführet, nach der 5 Regul. Die Antwort auf die Fragen: warum man unter dieses Product wieder einen Strich gezogen? und die Frage: warum man 6 hinter die Klammer solcher neuen Linie gesetzt? beantwortet man, weil 6 der andere Theil von der Zahl 108 ist, nach der 7ten Regul. Wenn man auf die Frage: was man mit der 6 gethan? zur Antwort giebet, daß mit selbiger das erste Product multipliciret, so ist solches nach der 8ten Regul geschehen. Es ist aber noch ein Theil von der Zahl 108 übrig, nemlich, 2. Wenn man nun gefraget wird, was man mit selbiger gethan? So ist die die Antwort nach der 6ten Regul: daß man damit verfahren, wie mit den vorigen. Man hat, nemlich, unter das andere Product eine Linie gezogen, hinter dieselbe 2 in einer Klammer gesetzet, und damit die Zahl des andern Products multipliciret, und da auf die Weise alle Partes in den Multiplicandum eingeführet, so ist die herausgebrachte Zahl das Product von den beyden gegebenen Zahlen. Und weil alle Partes einfache Zahlen sind, so darf das Product, weder bey der andern, noch 3ten Zahl-Einführung auf eine andere Stätte forgerücket werden: Es kommet das Product auch ohne Addition, weil durch

Ein-

Einführung aller partium aliquotarum, die ganze Zahl des Multiplicatoris in den Multiplicandum eingeführet.

Wie man einen Multiplicatorem durch Zerstreuung einführen könne, dessen partes aliquotæ nicht lauter Einer sind.

§. 28. Kann aber die zum Multiplicatore erwehlte Zahl nicht in solche partes aliquotas getheilet werden, oder: ist sie gar eine prim-Zahl, so kann dennoch die Multiplication durch Zerstreuung derselben vollbracht werden. Denn weil das Product den Multiplicandum so vielmal vorstellet, als der Multiplicator Unitæten in sich fasset, so folget, daß desselben Zahl so viel grösser werde, so viel Unitæten man zu dem Multiplicatore hinzu thut, und in dem Multiplicandum mit einführet, und daß es hergegen so viel kleiner werde, so viel man Unitæten von den einzuführenden Multiplicatore hinweg nimmet. Daher folget, daß sich das wahre Product zeige, wenn man von dem vergrösserten Producte den Multiplicandum wiederum so viel mal abziehet, als man Unitæten zu dem Multiplicatore genommen, oder: so vielmal wieder zu addiret, als man Unitæten vorhin davon abgezogen.

Regul von dieser Art zu multipliciren

§ 29. Weilen aber dieses Zu- oder Abnehmen den Zweck hat, daß man eine Zahl zum Multiplicatore bekommen möge, die sich in lauter Einen theilen lasse, und man deswegen solche Zahl zu bekommen, so viel Unitæten zunehmen will, bis man sie erlanget, so beobachtet man folgende Regul.

1) Nehmet so viel Unitæten zu der erwehlten untheilbahren Zahl, bis ihr eine Zahl bekommet, die sich in lauter einfache Zahlen theilen lasse.

2) Wenn ihr solche gefunden, so verfahret damit, wie vorhin von den theilbahren Zahlen Anweisung geschehen

3) Ziehet von dem Producte den Multiplicandum so vielfach ab, als ihr Unitæten zu dem Multiplicatore genommen, so zeiget der Rest das wahre Product. Zum Exempel. Multipliciret 1723 mit 94, so findet sich, daß keine dieser beyden Zahlen in lauter Einer könne zerstreuet werden, darum steiget höher, und erwehlet 95 zum Multiplicatore, welche noch nicht theilbar in lauter Einer, darum steiget noch eine Unitæt höher, da findet sich 96, welche Zahl theilbar in: 8, 6, und 2; daher verfahret damit nach der andern Regul, wie man mit theilbahren Zahlen verfahren soll; Und weil ihr 2 Unitæten zu dem Multiplicatore genommen, so ziehet von dem Producte die Zahl des Multiplicanti 1723 zweyfach, das ist: 3446, ab, so zeiget sich das wahre Product, wie aus der Operation zu sehen.

1 7 2 3 mit 1

1 3 7 8 4 — 8 (8

8 2 7 0 4 — 48 (6

1 6 5 4 0 8 — 96 (2

3. 4. 4 6 — 2

1 6 1 9 6 2 — 94

Eben so verfähret man, wenn der Multiplicator eine prim-Zahl ist, als: z. E. Multipliciret 1723 mit 89, steiget eins höher, so ist der Multiplicator 90, damit verfahret wie vorhin, und weil ihr eine Unitæt zu dem Multiplicatore genommen, so ziehet den Multiplicandum einmal von dem Product ab, so kommet daß wahre Product, wie das Exempel zeiget.

1 7 2 3 mit 1

1 7 2 3 0 — 10 (10

1 5 5 0 7 0 — 90 (9

1 7 2 3 — 1

1 5 3 3 4 7 — 89

Ande-

Andere Regul von eben solcher Zerstreuung.

§. 30. Wollet ihr aber, eine in lauter Einer zutheilende Zahl zu erlangen, von dem Multiplicatore ein oder etliche Unitæten abnehmen, so folget in Verfertigung der Exempel folgender Regul.

1) Ziehet so viel Unitæten von der erwehlten untheilbahren Zahl ab, bis ihr eine Zahl bekommet, so sich in lauter Einer theilen lasse.

2) Verfahret mit solcher Zahl, wie sonst mit den theilbahren Zahlen verfahren wird.

3) Addiret den Multiplicandum so vielmal zum Product, als ihr Unitæten von dem Multiplicatore genommen, so bringet die Summa das wahre Product.

z. E. multipliciret 1732 mit 94, so nehmet 1 weniger, sind 93. ist auch nicht theilbahr, nehmet 92, ist noch nicht theilbahr, 91 auch nicht, daher nehmet 90 zum Multiplicatore, führet solche nach ihren Partibus ein, und weil ihr vier Uunitæten von 94 abgenommen, so addiret den Multiplicandum vierfach zum Product, so zeiget sich die gesuchte Zahl, wie aus dem Exempel zu sehen.

1 7 2 3 mit 1

1 7 2 3 0 — 10 (10

1 5 5 0 7 0 — 90 (9

6 8 9 2 — 4

1 6 1 9 6 2 — 94

Eben so machts mit den Prim- Zahlen. Als z. E. multipliciret 1723 mit 89, so findet sich unter 89 keine nähere Zahl, so in einfache Zahlen theilbar, als 84, so 5 weniger, als die gegebene Zahl, daher muß in der Operation der Multiplicandus 5 fach zum Producte von 84 addiret werden, so kommt die begehrte Zahl. Stehet also:

							1	7	2	3	mit	1			
						1	2	0	6	1	—	7		(7	
					7	2	3	6	6	—	42			(6	
				1	4	4	7	3	2	—	84			(2	
				†	8	6	1	5	—	5					
			1	5	3	3	4	7	—	89					

Daß die Multiplication durch Zerfällung des Multiplicatoris in partes aliquantas geschehen könne.

§. 31. Weilen man aber auch jeglichen Multiplicatorem in seine partes aliquantas theilen kann, so nennet man solche Theilung: zerfällen, discerptionem in numeros. Man kann aber diese Theile also zerfällen, daß man zu erst die einfachen, hernach die zehnfachen, darauf die hundertfachen, und weiter die tausendfachen, und endlich die übrigen Ziffern des Multiplicatoris einführet, oder: von den größten, bis zu den einfachen fortfähret, und denn die Producta addiret, wie aus dem Exempel zu ersehen. Zum Exempel: muitipliciret 9706478 mit 14076. Stehet also:

							9	7	0	6	4	7	8	mit	1	4	0	7	6
					5	8	2	3	8	8	6	8	—	—					6
				6	7	9	4	5	3	4	6	0	—	—			7	0	
			3	8	8	2	5	9	1	2	0	0	0	—		4	0	0	0
			9	7	0	6	4	7	8	0	0	0	0	—	1	0	0	0	0
1	3	6	6	2	8	3	8	4	3	2	8	—	1	4	0	7	6		

Oder also:

							9	7	0	6	4	7	8	mit	1	4	0	7	6
						9	7	0	6	4	7	8	0	0	0	0	—	1	0	0	0	0
						3	8	8	2	5	9	1	2	0	0	0	—		4	0	0	0
					6	7	9	4	5	3	4	6	0	—	—			7	0	
					5	8	2	3	8	8	6	8	—	—					6
1	3	6	6	2	8	3	8	4	3	2	8	—	1	4	0	7	6		

Weil

Weil diese Art zu multipliciren von der gemeinen Art, nicht weiter, als die unterschiedliche Art die Producte aufzuschreiben, unterschieden, so wollen wir davon nicht viel Worte machen, da aus der Operation des Exempels zu ersehen, wie man auf diese Weise ein Multiplications-Exempel zu verfertigen habe. Sie ist indessen gar wol zu gebrauchen.

Eine andere Art der Zerfällung.

§. 32. Man kann aber auch die partes aliquantas vortheilhaftig zerfällen, wenn sie in einen gewissen Abnehmen, oder Wachsthum in einfachen Zahlen fortgehen, als: doppelt, drey-vierfach, ꝛc. oder um die helfte, ein drittel, ein viertel, ꝛc. abnehmen, so man sonst discerptionem rationalem nennet.

Erster Fall davon.

§. 33. Und ist demnach der erste Fall, wenn die partes aliquantæ so unter einander gestellet werden können, daß sie in lauter einfachen Zahlen unter einander fortgehen, oder: abnehmen, und so kann man entweder den Multiplicandum einmal genommen von diesen Theilen, durch eine darzwischen gezogene Linie abschneiden, oder solchen dazu nehmen.

Findet man einen Vortheil darinn, wenn man solchen abschneidet, so verrichtet die Operation nach folgender Regul.

1) Schreibet den Multiplicandum vor euch, und schreibet dabey 1.

2) Nehmet einen partem aliquantam in einen, oder: mehr einfachen Zahlen, worinn die zehnfachen Theile, entweder in ihrer Zahl, oder: in ihren partibus aliquantis aufgehen.

4) Führet den Nahmen, oder: Theil der darauf folgenden Zahl in das Product der ersten Zahl.

5) Fähret fort, die übrigen Theile also einzuführen,

daß ihr ihren Nahmen mit dem Producte der Zahl, welche in der grössern enthalten, multipliciret, als ofte die Kleinere in der Grössern enthalten ist.

6) Addiret die Producta aller Zahlen zusammen, so bekommet ihr die begehrte Zahl. z. E. multipliciret 1723 mit 96, durch Zerfallung der Zahlen, daß die Unitæt davon abgeschnitten, so stehet das Exempel also.

1 7 2 3 mit 1		
1 0 3 3 8 — 6 (6		
5 1 6 9 0 — 30	ist 5 mal mehr als 6.	
1 0 3 3 8 0 — 60	ist 2 mal mehr als 30.	
1 6 5 4 0 8 — 96		

In zusammen gesetzten Zahlen, so sich nicht in einfache theilen lassen, multipliciret 1723 mit 95. Stehet das Exempel also:

1 7 2 3 mit 1		
8 6 1 5 — 5		
1 7 2 3 0 — 10	ist 2 mal mehr als 5.	
1 3 7 8 4 0 — 80	ist 8 mal mehr als 10.	
1 6 3 6 8 5 — 95		

Man hat also bey dieser Operation den Multiplicandum mit 1 vor sich geschrieben, nach der ersten Regul. Nach der andern Regul hat man in erstern Exempel eine einfache Zahl 6, und in andern, 5, genommen, worin 90 ganz, und in ihren partibus aliquantis 30 und 60, oder: 10 und 80 aufgehen. Nach der 3ten Regul hat man die einfache Zahl eingeführet, darauf auch mit dem Theile der darauf folgenden Zahl 30, und in andern 10 das Product der 6 u. 5 wieder multipliciret, und also weiter mit dem letzten parte aliquanta 60, und in andern 80, und den Producten der 30 und 10,

ver-

verfahren, nach der 4ten und 5ten Regul. Die Producta hat man addiret, und die gesuchte Zahl gefunden.

NB. Es ist diese Art am bequemsten, in den zusammen gesetzten Zahlen zu gebrauchen: denn weil in Prim-Zahlen die 1 der vornehmste Theil, wodurch sie zu Prim-Zahlen determiniret werden, so lässet sie sich nicht füglich abschneiden, wenn sonst die übrigen Theile ordentlich nach einander aufsteigen sollen. Man kann aber in zusammen gesetzten Zahlen auf einerley Weise verfahren, sie mögen aus lauter Einer, oder: Zehner zusammen gesetzt seyn.

Zweyter Fall.

§. 34. So man 1 zu den partibus aliquantis mit addiren will, so gebrauchet man folgende Regul.

1) Schreibet den Multiplicandum vor euch, und dabey die Wort: mit 1.

2) Suchet die übrigen partes aliquantas, und theilet sie also ein, daß einer des andern Theil sey.

3) Verfahret mit den Nahmen der Theile, wie vorhin, und addiret die Producta. Multipliciret 1723 mit einer Prim-Zah 97. Stehet also:

	1	7	2	3	mit	1
1	0	3	3	8	—	6 ist 6 mal mehr als 1
5	1	6	9	0	—	30 ist 5 mal mehr als 6.
1	0	3	3	8	0	— 60 ist 2 mal mehr als 30.
1	6	7	1	3	1	— 97

Oder: multipliciret 1723 in 96, einer aus lauter einfachen Theilen zusammen geseten Zahl.

	1	7	2	3	mit	1
	8	6	1	5	—	5 ist 5 mal mehr als 1
5	1	6	9	0	—	30 ist 6 mal mehr als 5.
1	0	3	3	8	0	— 60 ist 2 mal mehr als 30.
1	6	5	4	0	8	— 96

Oder: multipliciret 1723 mit 95, einer aus einfachen und zehnfachen Theilen zusammen gesetzten Zahl. Stehet also:

1	7	2	3	mit	1		
3	4	4	6	—	2	ist 2 mal mehr als 1.	
3	4	4	6	—	2	ist eben so viel als 2.	
1	7	2	3	0	—	10	ist 5 mal mehr als 2.
1	3	7	8	4	0	—	80 ist 8 mal mehr als 10.
1	6	3	6	8	5	—	95

Hier hat man den Multiplicandum ohne untergezogene Linie vor sich geschrieben, und dabey gesetzt die Worte: mit 1. Nach der ersten Regul.

Man hat die übrigen partes aliquantas also eingetheilet, daß allezeit der vorhergehende des folgenden Theil gewesen, und ist mit dem Nahmen der Theile verfahren, wie beym ersten Fall, und so hat man das wahre Product funden.

Wenn man zwischen Zahlen vermeiden, und die Zahlen ordentlich nach einander aufsteigen sollen, so ist diese Art am bequemsten zu practiciren, wenn der Multiplicator eine Prim-Zahl ist.

Dritter Fall.

§. 35. Wenn die Theile unmittelbahrer Weise nicht also auf einander folgen, daß der erste des andern, der andere des dritten Theile ist; sondern die andere in der 4ten, der dritten, oder: in der 6ten durch einfache Zahlen aufgehet, so geschiehet die Multiplication nach folgender Regul.

1) Schreibet den Multiplicandum mit der Unitæt vor euch hin, und schneidet nach Belieben denselben durch eine Linie ab, oder: nicht.

2) Nehmet die Theile des Multiplicatoris, und wenn der dritte nicht mit dem andern aufgehet, so nehmet ihn

aus

aus den ersten, oder: aus der 1, und multipliciret die daneben stehende Zahl mit dessen Nahmen. z. E. multipliciret 1723 mit 89, stehet mit abgeschnittener Unität also:

1	7	2	3	mit	1		
	6	8	9	2	—	4	
	8	6	1	5	—	5	ist 5 mal mehr als 1.
1	7	2	3	0	—	10	ist 2 mal mehr als 5.
1	2	0	6	1	0	— 70	ist 7 mal mehr als 10.
1	5	3	3	4	7	— 89	

Oder: wenn man die 1, als einen Theil des Multiplicatoris annimmt, so multipliciret 1723 mit 95. Stehet also:

	1	7	2	3	mit	1	
	6	8	9	2	—	4	ist 4 mal mehr als 1
1	7	2	3	0	—	10	ist 10 mal mehr als 1.
1	3	7	8	4	0	— 80	ist 8 mal mehr als 10.
1	6	3	6	8	5	— 95	

Weil man hier unter den partibus aliquantis nicht lediglich solche Zahlen bey der Hand hat, davon die Theile in gleicher Ordnung aufsteigen, so hat man beydemal bey der 10 die vorhergehende Zahl übergangen, und den Theil der dritten Zahl aus der ersten genomen, und solche mit deren Product multipliciret, und zu den übrigen Producten addiret, und also ist die Zahl kommen, welche man gesucht.

Vierdter Fall.

Man hat bisweilen eine Zwischen-Zahl nöthig. Es ist nemlich zuweilen die von den schon eingeführten Theilen übrige Zahl also beschaffen, daß sie zwar gantz in die vorhergehende Zahl kann aufgehoben werden, es muß aber solches durch eine Zahl geschehen, die über 10.

Dero-

Drowegen setzet man eine Zahl zwischen die Theile des Multiplicatoris, davon die vorhergehende ein Theil, in solchen Zahlen, so unter Zehn, und dadurch die folgende Zahl in Einern aufgehet, multipliciret mit solcher Nahmen, das Product der vorhergehenden, und deren Product mit dem Nahmen der folgenden, streichet sie mit ihren Producte durch, damit man sie nicht zu der Summa mit addiren möge, weil sie zu den Theilen des Multiplicatoris nicht mitgehöret, deswegen sie eine Zwischen-Zahl genennet wird, weil sie zur Erleichterung der Multiplication zwischen eingeschoben worden. Z.E. multipliciret 1723 mit 93. Stehet also:

	1	7	2	3	mit	1	
	3	4	4	6	—	2	ist 2 mal mehr als 1.
	✗	✗	✗	✗	✗	✗	ist 5 mal mehr als 2.
1	5	5	0	7	0	—	90 ist 9 mal mehr als 10.
1	6	0	2	3	9	—	93

Weilen 2 in 90 zwar aufgehet, aber 45 keine einfache Zahl ist, so hat man 10, so in 2 aufgehen, und davon 90 9 mal mehr ist, darzwischen gesetzt, und nachdem man das Product von 2 mit 5, und deren Nahmens-Product mit 9, als den Nahmen von 90 in 10 getheilet, multipliciret, hat man die Zwischen-Zahl mit ihren Product durchgestrichen, und nicht mit zu der Summa addiret.

Nota. Hierauf fraget man billig: wie eine solche Zwischen-Zahl zu finden. Und das geschiehet, wenn man acht hat, durch was vor einen Nahmen die gar zu grosse Zahl in die kleinere aufgehe, so ist der kleinere Theil solches Nahmens mit der Zahl, in welche sie getheilet werden soll, multipliciret die Zwischen-Zahl. z. E. Wenn hier der Nahme der grössern Zahl 90, 45 mal mehr ist, als 2, so ist der Nahme von 90 in 2 dividiret, 45 dessen partes aliquotæ sind: 5 und 9, ist also 5 der kleineste

Theil,

Theil, solche mit 2 multipliciret, ist 10, die begehrte Zwischen-Zahl. Denn weil 2 in 90 enthalten, 45 mal, so folget, daß sie in 10 enthalten, 5 mal, weil 10 in 90 enthalten, 9 mal, und also eben das Product kommet, man möge 45 auf einmal in das Product von 2 einführen, oder: erstlich den Nahmen der 10, nemlich, 5 in solches einführen, und hernach deren Product mit 9 multipliciren, und das Product von 10 ausstreichen, und daß also 2 mit 5, als den kleinesten Theil von 45 multipliciret, die rechte Zwischen-Zahl sey. W. Z. E.

Fünfter Fall.

§. 37. Es kommet bey dieser Art zu multipliciren noch ein Fall vor, wenn nemlich die unterstehende Zahlen in einen gewissen Abnehmen fortgehen, und so geschiehet die Operation nach folgender Regul.

1) Man schneidet den Multiplicandum mit 1 durch eine Linie ab.

2) Führet zuerst die grösste Ziffer des Multiplicatoris in denselben ein.

3) Dividiret mit dem Nahmen der untergesetzten Zahl das Product der ersten, und setzet solches bey den folgenden Theil der Zahl.

4) Summiret die Producta, so kommet das Facit.

Z. E. multipliciret 1723 mit 96.

1723	mit	1	
1 0 3 3 8 0	—	60	
5 1 6 9 0	—	30	ist die Helffte von 60.
1 0 3 3 8	—	6	ist der fünfte Theil von 30.
1 6 5 4 0 8	—	96	

Oder also:

1723	mit	1	
1 3 7 8 4 0	—	80	
2 7 5 6 8	—	16	ist der fünfte Theil.
1 6 5 4 0 8	—	96	

Nach

Nach der ersten Regul ist hier der Multiplicandus mit 1 abgeschnitten; die grössere Zahl in den Multiplicandum eingeführet; das Product in die abnehmende Theile dividiret, und mit dem obigen in eine Suma addiret, und also die begehrte Zahl kommen.

Wenn man sich dieses Vortheils bedienen kann.

§. 38. Man kann insonderheit hiebey einen Vortheil haben, wenn der Multiplicator aus einer solchen Zahl bestehet, die in einen Numerum simplicem e. g. 100, 1000, 2000, ꝛc. theilbahr. Denn sodann schreibet man die Nullen von gedachten Numero simplici zu dem Multiplicando zu der rechten Seite, multipliciret mit der an den Nullen hangenden geltenden Zahl den Multiplicandum, und dividiret das Product durch den Theil der heraus kömt, wenn man den angenowmenen Numerum simplicem durch den Multiplicanten theilet. z. E. multipliciret 164789 mit 125, so ist 125 der 8te Theil aus einen Numero simplici, nemlich: aus 1000. Man schreibet also 3 Nullen zu dem Multiplicando, und dividiret solchen in 8. Stehet also:

1 6 4 7 8 9 0 0 0'

8) 2 0 5 9 8 6 2 5

Oder: multipliciret 164789 mit 18, ist aus 90 der ste Theil. Man setzet also eine o zu dem Multiplicando, und multipliciret die Zahl mit 9, dividiret drauf solches Product in 5, ergiebet das Facit, und stehet also:

ɣ ϰ 8 ȣ ɣ ϕ ɣ ϕ

ȣ

5) 2 9 6 6 2 0 2

Hieraus folget, daß man sich eines Vortheils bedienen könne, wenn eine Zahl also beschaffen, daß sie durch Zulegung, oder Abnahm einer andern Zahl, so zu denen Ei-

Einern gehöret, zu einer solchen Zahl könne gemacht werden, die aus einer simpeln Zahl ein pars aliquota sey. Man führet nemlich die simple Zahl in den Multiplicandum ein, theilet sodann das daher entstandene Factum durch den Nahmen eines gewissen angenommenen partis aliquotæ, und so viel Unitæten als der gegebene Multiplicator mehr, als der angenommene pars aliquota, so vielfach setzet man den Multiplicandum zu den herausgebrachten Quotienten, so hat man das zu suchende Factum gefunden. Nimt man aber ein partem aliquotam an, so grösser, als der Multiplicans, so muß der Multiplicandus so vielfach subtrahiret werden, als der pars aliquota Unitæten mehr, als der Multiplicans gehabt. z. E. multipliciret 1732 mit 79. 75 ist eine Zahl, so der 4te Theil aus 300. Multipliciret also 1732 mit 300, ist 51960; Nun aber ist 75 aus 300 der 4te Theil; Darum dividiret das Product von 300 mit 1732 in 4, ist 129900. Und weil 79 um 4 Unitæten mehr, als 75, so multipliciret 1732 mit 4, ist 6928, und addiret solches zu 129900, so habt ihr das Product 136828. Oder: reduciret 79 auf 80, ist der 5te Theil aus 400. Darum multipliciret 1732 mit 400, macht 692800. Dividiret das Product in 5, kommet 138560. Und weil 80 die Zahl 79 um 1 übertrifft, so ziehet von 138560 ab 1732, kommen auch 136828.

Item 1732. mit 67.
Item — mit 139.
Item — mit 183.
Item — mit 459.
Item — mit 2253.

Eine andere Art mit Vortheil zu multipliciren.

§. 39. Auf eine andere Art multipliciret man mit Vortheil, wenn eine, oder mehr Ziffern im Multiplicatore der andern partes aliquotæ sind, und das geschiehet nach folgender Regul. 1) Fan-

1) Fanget an die kleineste Ziffer, sie möge forne, in der mitten, oder: sie möge hinten stehen, in den Multiplicatore, in dem Multiplicandum einzuführen.

2) Sehet zu, was die eingeführte Zahl vor ein Theil von den übrigen sey.

3) Führet den Nahmen des Theiles in das Product der vorigen Zahl ein.

4) Setzet jedesmal die Producta an die gehörige Stätte, und addiret sie mit einander. z. E. multipliciret 9706478 mit 94076. Stehet also.

```
  9 7 0 6 4 7 8
      1 4 0 7 6
-------------------
  5 8 2 3 8 8 6 8
6 7 9 4 5 3 4 6
1 3 5 8 9 0 6 9 2 0
-------------------
1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8
```

Weilen 140 zwantzig mal mehr ist, als 7, also ist das Product von 7 vortheilhafftig, mit 2 multipliciret, das Product an seine Stätte gesetzt, und o beygefüget. Oder: weil 76 = 80 −4 und 14 = 20− 6, so multipliciret man erstlich mit 80, und nimt davon den Multiplicandum 4 mal, und spricht: 80 mal 8 ist 640− 4 mal 8, ist 32, bleibet 608, davon schreibet 8, und behaltet 60. Ferner, 7 mal 80, ist 560, dazu 60, ist 620− 4 mal 7, ist 28, bleibet 592, schreibet 2 zu der 8, und behaltet 59. Weiter sprechet: 80 mal 4, ist 320 † 59, ist 379 − 4 mal mal 4, ist 16, bleibet 363, schreibet 3, und behaltet 36. Folglich sprechet: 6 mal 80, ist 480 † 36 ist 516−4 mal 6, ist 24, bleibet 492, schreibet 2 zum Producte und behaltet 49. Darnach sprechet: 80 mal 0, ist 0, schreibet 9 zum Producte, und behaltet 4. Ferner sprechet: 80 mal 7, ist 560 † 4, ist 564 − 4 mal 7, ist 28, bleiben 536, schreibet 6 zum Producte, und behaltet 53. Endlich sprechet: 9 mal 80, ist 720 † 53, ist 773 − 4 mal 9, ist

9 ist 36, bleibet 737, solche schreibet zum Producte, und ist also das Product von 76 mit dem Multiplicando

7 3 7 6 9 2 3 2 8.

Fahret fort zu den übrigen Ziffern des Multiplicandi, solche sind 14 = 20 – 6, darum multiplicirt 8 mit 20, ist 160 – 6 mal 8, ist 48, bleibet 112, schreibet 2 zum Producte, und behaltet 11. Ferner sprechet: 20 mal 7, ist 140 † 11, ist 151 – 6 mal 7 ist 42, bleibet 109, schreibet 9 zum Prooucte, und behaltet 10. Darauf sprechet: 4 mal 20, ist 80, † 10, ist 90 – 6 mal 4, ist 24, bleibet 66, schreibet 6 zum Producte, und behaltet 6. Weiter sprechet: 20 mal 6, ist 120, und 6 dazu 126 – 6 mal 6, ist 36, bleiben 90, schreibet 0, und behaltet 9. Hernach sprechet, 20 mal 0, ist 0, darum schreibet 9 zum Producte, und sprechet: 20 mal 7, ist 140 – 6 mal 7, ist 42, bleibet 98, schreibet 8 zum Producte, und behaltet 9. Endlich sprechet: 9 mal 20, ist 180 † 9, ist 189 – 6 mal 9, ist 54, bleibet 135, solche schreibet zum Producte, ist also das Product von 14, in den Multiplicandum eingeführet, 135890697. Solch Product schreibet nach seinen Stetten unter das ander u. addiret sie; stehet.

7 3 7 6 9 2 3 2 8
1 3 5 8 9 0 6 9 2

1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8

Noch ein Vortheil.

§. 40. Eines Vortheils im multipliciren kann man sich bedienen, wenn man

2) beyde Factores unter einander setzet, und den nechsten Numerum simplicem, als 10, 100, 1000 10000, 100000, 1000000, ꝛc. gerade darüber schreibet.

2) Beyde Factores von dem Numero simplici abziehet.

3) Die Differenzen darneben an die Seite schreibet.

4) Solche mit einander multipliciret.

5) Die kleinere Differentz von dem kleinern Factore subtrahiret, und

6) den Rest an voriges Product nach dem Range, welchen der oben gesetzte Numerus simplex prætendiret, anfüget. z. E. multipliciret 98 mit 47, stehet das Exempel also:

100

98	2	die beyden von 100
47	53	

106 Product von beyden Resten.

47 Der kleineste Factor.
÷2 Die kleineste Differenz.

45 Forne nach dem Range des Numeri simplicis 100, bey den Centenarium von 106 angefüget, gibt 4606, die begehrte Zahl.

Es kan dieses Exempel also aufgeschrieben werden.

100 der Numerus simplex.
Der grösseste Factor 98.
Die kleineste Differenz 2.
Der kleineste Factor 47.
Die gröste Differenz. 53.
Das Product der Reste 106.
Differentz des kleinesten Factoris und kleinesten Rests. 45.
Das gesuchte Factum 4606.

Es kan hiebey vorkomen, daß die kleinste Differentz grösser, als der kleinste Factor, in solchen Fall subtrahiret man den kleinsten Factorem von der kleinsten Differentz, und nimt solchen von der fodersten Zahl wieder ab. z. E. multipliciret 72 mit 8. Stehet also:

100
72|28 } die beyden Reste von 100
8|92 }
56
252
2576 Das Product der Reste.
28 Die kleineste Differentz.
÷8 Der kleineste Factor.

20 Ferner nach dem Range der Hunderter, selbe von 2676 abgenommen, bleiben 576, die begehrte Zahl.

Diese Weise noch kürtzer.

§. 41. Noch kürtzer kann man auf diese Weise ein Multiplications-Exempel also stellen, wenn man

1) zu dem kleinesten Factore so viel Nullen setzet, als der grössere Ziffern hat.

2) Den grösten Factorem darüber schreibet.

3) Seine Differentz suchet von dem Numero simplici, der so viel Nullen hat, als er Ziffern.

4) Mit seiner Differentz den kleinesten Factorem multipliciret, und

5) das Product subtrahiret, von der mit Nullen beschriebenen kleinern Zahl, so ergiebet sich die begehrte Zahl. z. E. multipliciret 98 mit 74. Stehet also;

		9 8	2
4	7	0 0	
	÷	9 4	
4	6	0	6

Weil 47 der kleinste Factor aus 2 Figuren bestehet, so sind 2 Nullen hinten dabey gesetzt, und der grösste Factor darüber geschrieben, dessen Differentz vnn 100, als dem Numero simplici ist 2, damit sind die fodersten Zahlen des kleineren Factoris multipliciret, und das

Product von dem mit Nullen beschriebenen kleinern Factore abgezogen, so hat sich die gesuchte Zahl ergeben.

Eben auf diese Weise kommet das Product, wenn man multipliciret 72 mit 8. Stehet also:

	72	28
8	00	
-2	24	
5	76	

Herr Johann Michael Poëtius hat in seiner Anleitung zum Arithmetischen Wischenschafften p. 220 diese Art zu multipliciren angeführet, auch gezeiget, daß solche von Monier de Claire Combe in seinem Negoce rendu facile p. 161. ausgeführet, und deren kurtzer Process von Mr. Tarrogon, im Journal des Scavans, 1689. p. 727. beschrieben worden.

Wenn dieser Vortheil anzubringen.

§. 42. Es ist auch leicht zu sehen, daß diese Art zu multipliciren in den Exempeln, deren Factores den Numeris simplicibus nahe kommen, einen guten Vortheil an die Hand gebe. Absonderlich aber dienet sie dazu, daß man hiedurch das sogenandte Ein mal Eins, vornehmlich in grössern Zahlen leichtlich ausrechnen kann, wenn man solches nicht auswendig gelernet. z. E. Man will wissen, wie viel 6 mal 9 sind, so nehmet dieser Zahl-Differentien von 10, nemlich 4 und 1, multipliciret solche, und sprechet: 1 mal 4 ist 4, ziehet die kleinere Differentz 1, von dem kleinesten Factore ab, so bleiben 5, solche an die 4 nach dem Range der 10 gesetzt, bringet 6 mal 9, 54. Stehet nach der kürtzern Art also:

9	1
60	
÷-6	
54	

Wie

Wie nach dieser Weise das Ein mal Eins an den Fingern zu berechnen.

§. 43. Diese Operation kann füglich mit den Fingern verrichtet werden. Wenn nemlich der in jeder Hand eingelegte kleine Finger 6, der mit den vorigen eingebogene Gold = Finger 7, der Mittel = Finger mit den vorigen, 8, der Zeige = Finger mit den vorigen, 9, der Daumen mit den übrigen, 10 gelten: so kann man leichtlich finden, wie viel 6 mal 9 sind, wenn man in einer Hand den kleinen Finger, als 6 einleget, in der andern aber den Zeige = Finger mit den übrigen, so 9 anzeigen. Ferner die Zahl der aufstehenden Finger an beyden Händen multipliciret, sind hier: 1 und 4, solche multipliciret, sind 4, giebet die einfache Ziffer zu der gesuchten Zahl, und der zusammen gelegten Finger sind 5, so, die, als die zehnfache, forn an die einfache anzufügen, bringet 54, die gesuchte Zahl.

Von den Ein mal Eins.

§. 44. Wenn diese Art sich in multipliciren zu helffen, zu langwierig, oder: unbequem, der thut am besten, weñ er sich das Product der in einander eingeführten Einer, nach beystehenden Täfelein, wol ins Gedächtniß präget, und auswendig lernet.

Täfflein zum multipliciren, oder: das Ein mal Eins.

1 mal 1 ist 1	3 mal 3 ist 9
2 mal 2 ist 2	3 mal 4 ist 12
2 mal 3 ist 6	3 mal 5 ist 15
2 mal 4 ist 8	3 mal 6 ist 18
2 mal 5 ist 10	3 mal 7 ist 21
2 mal 6 ist 12	3 mal 8 ist 24
2 mal 7 ist 14	3 mal 9 ist 27
2 mal 8 ist 16	3 mal 10 ist 30
2 mal 9 ist 18	4 mal 4 ist 16
2 mal 10 ist 20	4 mal 5 ist 20

4 mal 6 ist 24
4 mal 7 ist 28
4 mal 8 ist 32
4 mal 9 ist 36
4 mal 10 ist 40

5 mal 5 ist 25
5 mal 6 ist 30
5 mal 7 ist 35
5 mal 8 ist 40
5 mal 9 ist 45
5 mal 10 ist 50

6 mal 6 ist 36
6 mal 7 ist 42
6 mal 8 ist 48
6 mal 9 ist 54
6 mal 10 ist 60

7 mal 7 ist 49
7 mal 8 ist 56
7 mal 9 ist 63
7 mal 10 ist 70

8 mal 8 ist 64
8 mal 9 ist 72
8 mal 10 ist 80

9 mal 9 ist 81
9 mal 10 ist 90

10 mal 10 ist 100
10 mal 100 ist 1000

Dieses kleine Täfflein pfleget man das kleine Ein mal Eins, oder: Abacum Pythagoricum zu nennen; und wer eine Fertigkeit in Rechnen erlangen will, muß allen Fleiß anwenden, daß er solches auswendig lerne. Was man aber das grosse Ein mal Eins heisset, weñ nemlich Zahlen von einer, oder mehr Figuren, unterschiedliche mal mit Zahlen von 2, oder mehr Figuren vergrössert werden, solches auswendig zu lernen, halte vor unnöthig der Jugend aufzubürden, weil sie ohne daselbe zu rechte kommen kann.

Das Ein mal Eins in unterschiedlichen Figuren vorgestellet.

§. 45. Es ist ist nicht zu leugnen, daß es der Jugend gemeiniglich überaus schwer ankomme, das Ein mal Eins auswendig zu lernen, darum hat man ihr solches durch unterschiedliche Figuren vorgestellet, theils, daß sie sich dabey desselben desto leichter erinnern möchte, theils, daß sie es desto eher ins Gedächtniß fassen möchte, wenn sie diese Figuren nachmahlten. Etliche stellen es in Quadrat vor, auf diese Weise:

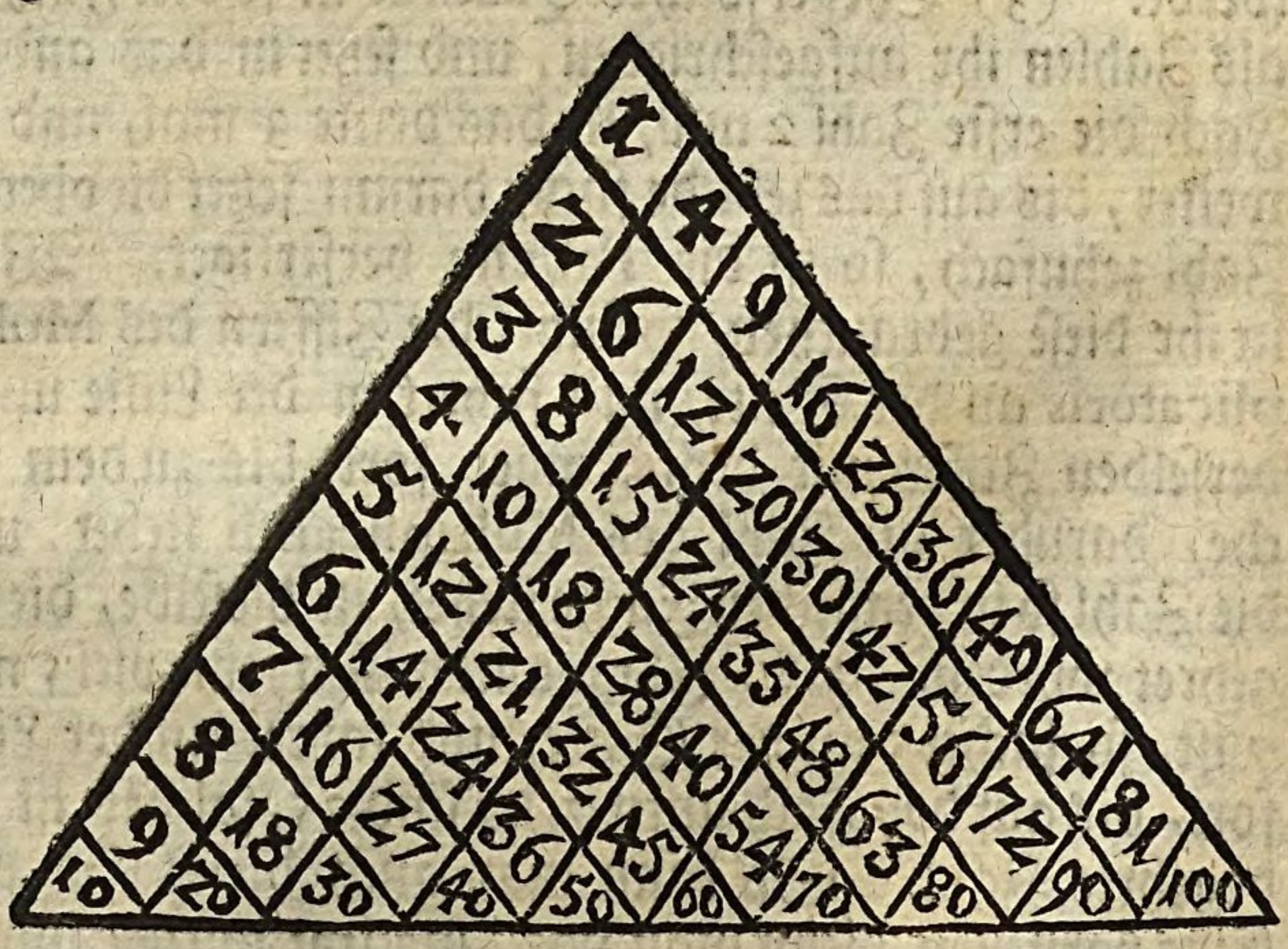
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Diese Figur aufzurichten, schreibet man (1) die 10 einfache Zahlen oben von der Lincken zu der Rechten, und an der lincken Seite unter einander. Darauf (2) ziehet 4 Linien ins viereckte, deren jede so lang, daß die Reihe der Zahlen damit bequem umschlossen werde. (3) Theilet solches Quadrat in so viel Fächer, als Zahlen ihr aufgeschrieben, und setzet in das andere Fach die erste Zahl 2 mal, in das dritte 3 mal, und so weiter, bis auf das zehnde fach, darinn setzet die oberste Zahl zehnfach, so ist die Tabelle verfertiget. Wollet ihr diese gebrauchen, so suchet die Ziffern des Multiplicatoris an der Seite, und fahret in der Linie unter derselben Ziffer mit dem Finger fort, bis zu dem fache, darüber die Zahl des Multiplicandi stehet, und die Zahl so in demselben Fache stehet, ist dieselbe, die begehret worden. z. E. Ihr wollet wissen, wie viel 5 mal 7 ist, so suchet 5 an der Seite, und fahret an der Linie fort, bis auf das Fach unter 7, da sind 35, solches ist die begehrte Zahl. So kann man auch dieses Ein mal Eins vorstellen, wenn man das Quadrat mitten durch-

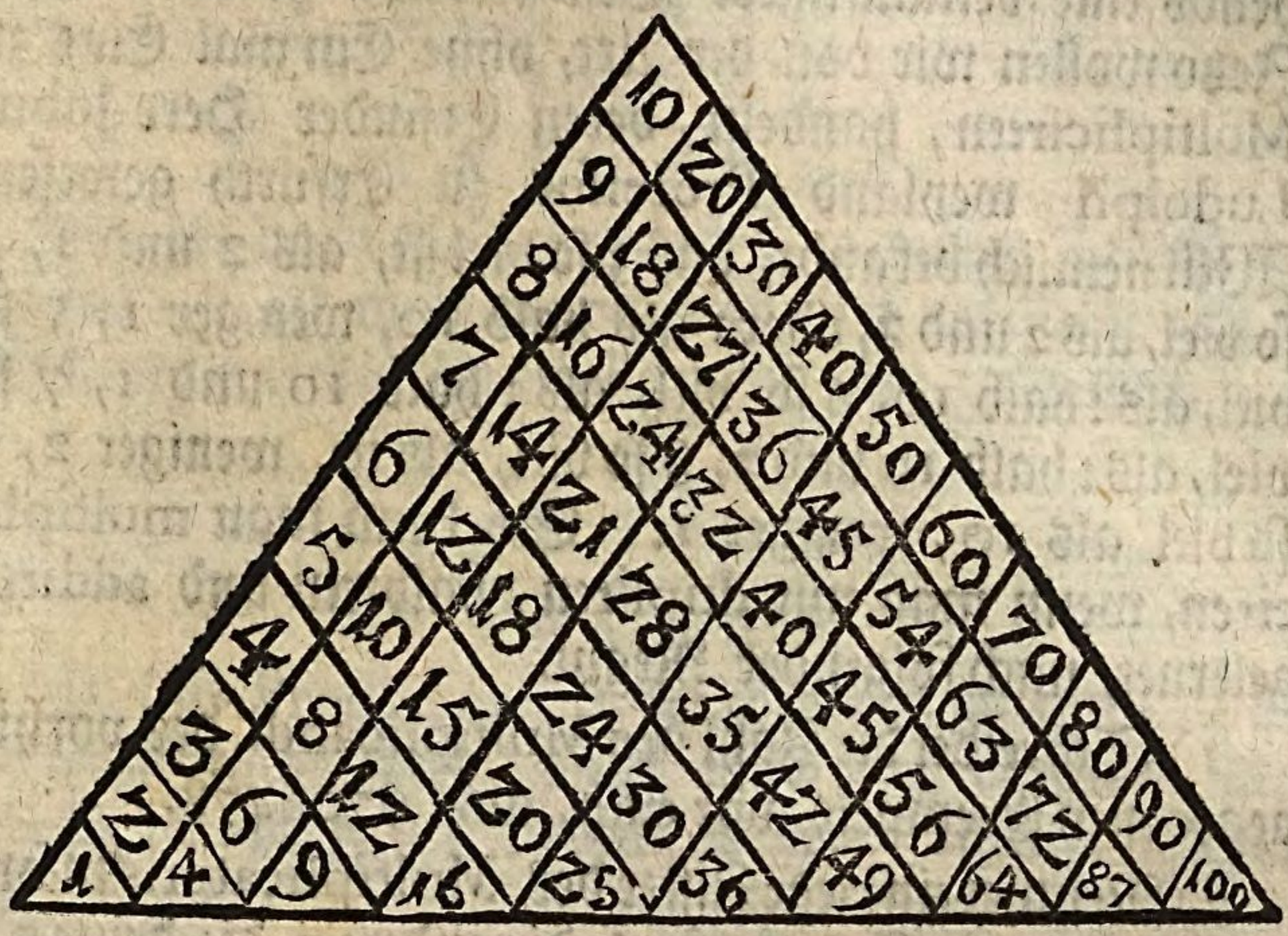
schneidet, und die in einander einzuführende Zahlen oben, und ausser der Linie, und an der Seite hersetzet, wie folget.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	3	9	12	15	18	21	24	27	30
		4	16	20	24	28	32	36	40
			5	25	30	35	40	45	50
				6	36	42	48	54	60
					7	49	56	63	70
						8	64	72	80
							9	81	90
								10	100

Oder man stellet es in einem Triangulo vor, wie folget:



Oder auf folgende Weise:



Solches geschiehet, wenn man die einzelne Zahlen quer an der einen Seite hinauf, oder: herunter schreibet, dieselben in 3 Linien schliesset, deren jede oben so lang, als die aufgeschriebene Zahlen. Ziehet an den einfachen, so in der quer stehen eine Linie her, schreibet die zweyfachen unter die erste Linie, die dreyfachen unter die folgende Linie, und so weiter, bis auf 100. Schliesset die Zahlen in so viel Fächer ein, als der Zahlen unten stehen, so wird sich das Ein mahl Eins im Triangul vorstellen: Diese Tabelle gebrauchet man, daß man die Zahl des Multiplicatoris auf der Seite suchet, und in derselben auf das Fach herunter fähret, unter welchen die Zahl des Multiplicandi stehet, wo man die begehrte Zahl findet.

Hr. Ludolphs Art, ohne Ein mal Eins zu multipliciren.

§. 46. Wer aber gar das Ein mal Eins nicht kañ ins Gedächtniß bringen, dem zu gute hat Hr. Tob. Beutel schon eine Art vorgestellet, wie man durch Addiren die Mul-

Multiplication verrichten könne, davon wir nachgehends eine weitläuftigere Beschreibung geben wollen. Jetzo wollen wir von der Art, ohne Ein mal Eins zu Multiplicireen, handeln, deren Erfinder Herr Jobus Ludolph weyland Professor zu Erfurth gewesen. Weil nemlich bekandt, daß 3 so viel ist, als 2 und 1, 4 so viel, als 2 und 2, oder: als halb 10, weniger 1, 5 so viel, als: halb 10, 6 so viel, als: halb 10 und 1, 7 so viel, als: halb 10 und 2, 8 so viel, als 10, weniger 2, 9 so viel, als 10, weniger 1. So kann man multipliciren, wenn man nur dupliren, halbiren und addiren gelernet, nach folgender Regul.

1) Schreibet die Zahl des Multiplicandi, des vorhin gegebenen Exempels vor euch, als: 9706478.

2) Nehmet eine jede Ziffer des Multiplicatoris insonderheit, als: z. E. die erste 6, die andere 7, die dritte 0.

3) Wenn die Ziffer des Multiplicatoris 3, so nehmet den Multiplicandum, und addiret denselben zweymal dazu. Ist sie 4, so setzet zu dem Multiplicando eine 0, und halbiret die Zahl, darauf ziehet den Multiplicandum davon ab, so kommet das Product. Ist sie 5, so setzet eine 0 zu dem Multiplicando, und halbiret ihn. Ist sie 6, so thut die Zahl des Multiplicandi einmal zum Product der 5. Ist sie 7, so thut den Multiplicandum zweymal zum Product der 5. Ist sie 10, so setzet eine Nulle zu dem Multiplicando. Ist sie 9, so ziehet das Simplum von dem Producte der 10. Ist sie 8 so nehmet von den Multiplicando, woran die 0 gehenget, das Duplum des Multiplicandi. Hier ist die erste Zahl des Multiplicatoris 6, darum setzet zu dem Multiplicando eine 0, halbiret solches, und thut dazu das Simplum, also:

970

9 7 0 6 4 7 8 0
4 8 5 3 2 3 9 0
9 7 0 6 4 7 8
5 8 2 3 8 8 6 8

Bringet das Product von 6. Die andere Zahl ist 7, darum addiret man entweder zu dem Producte von 6 das Simplum des Multiplicandi, als: zu obigen.

5 8 2 3 8 8 6 8
9 7 0 6 4 7 8
6 7 9 4 5 3 4 6

Ist das Product von 7, welches von gleicher Grösse hervorgebracht wird, wenn man das Duplum des Multiplicandi zu dem Producte der 5 addiret welches folgendes war.

Duplum des Multiplicandi.

4 8 5 3 2 3 9 0
1 9 4 1 2 9 5 6
6 7 9 4 5 3 4 6

Bringet das Product von 7. Die dritte Zahl ist 0. Dabey zu observiren, daß im Summiren die folgende Zahl um eine Stätte fortgerücket werden müsse. Die vierdte Zahl ist 4, oder: der Multiplicandus 2 mal gedoppelt, als:

1 9 4 1 2 9 5 6
1 9 4 1 2 9 5 6
3 8 8 2 5 9 1 2

Das Product von 4. Hierzu kommet noch das Product der fünften Zahl, und ist der Multiplicandus das Product.

4) Habet ihr alle Ziffern des Multiplicatoris, so schreibet die Producta unter einander, jegliches nach seinem Range, und addiret sie zu einer Summa, wie vorhin. z. E.

```
          5 8 2 3 8 8 6 8
        6 7 9 4 5 3 4 6
    3 8 8 2 5 9 1 2 0
    9 7 0 6 4 7 8
-----------------------
1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8
```

Herr Beutels Art, ohne Ein mal Eins zu multipliciren.

§. 47. Herr Tobias Beutel, in seinem verneurten Hand-Büchlein, und vor ihm: Adrianus Metius, in seiner Arithmetica p. 21. sq. haben eine Art gewiesen, wie man bloß durch die Addition ein Multiplications-Exempel zu rechte bringen solle. Nemlich: es räthe der Hr. Beutel, man soll ein Täflein verfertigen, in welchen der Multiplicator 9 mal addiret, und wenn man bey einer jeden Zahl beygefüget, wie sich der Multiplicator gegen selbige verhalte, dann solle man 2) den Multiplicatorem gegen die Zahl des Multiplicandi halten, und sodann aus dem Täflein nehmen die Zahl, so bey der Ziffer des Multiplicandi stehet, solche an ihren Ort unters Product schreiben, und die Producta addiren, wie sonst geschehen. Wir nehmen unser voriges Exempel: 9706478 mit 14076.

Machet das Täflein auf folgende Art.

1	—	—	14076
2	—	—	28152
3	—	—	42228
4	—	—	56304
5	—	—	70380
6	—	—	84456
7	—	—	98532
8	—	—	112608
9	—	—	126684

Schreibet das Exempel, und darunter das Factum, so in Täflein gegen 8 geschrieben. Ferner die Zahl, die

gegen

gegen sieben überstehet, und so ferner; schreibet die Producta unter einander, und addiret sie.

```
                9 7 0 6 4 7 8
                    1 4 0 7 6
  ---------------------------
                1 1 2 6 0 8
                  9 8 5 3 2
                5 6 3 0 4
              8 4 4 5 6
            9 8 5 3 2 0
        1 2 6 6 8 4
  ---------------------------
  1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8
```

Von Neperi baeillis.

§. 84. Also ohne Ein mal Eins zu multipliciren, können gar bequem, die von dem Hrn. Joh. Nepero, in sei- Rhabdologia beschriebene Bacilli, oder: Stäbchen, welche die neuern Mathematici in länglichte Plätgen verwandelt, gebrauchet werden. Denn nachdem man solche nach seiner Vorschrift verfertiget, so verfähret man nach folgender Regul.

1) Suchet die Zahlen des Multiplicandi in den Einfachen über die Stäbchen geschriebenen Zahlen auf, und leget solche zusammen.

2) Schreibet die Zahl des Multiplicatoris vor euch, und nehmet aus dem Fache die Ziffern des Products, das so weit von der Zahl des Multiplicandi stehet, als die Zahl des Multiplicaoris gilt.

3) Die heraus gefundenen Zahlen addiret zusamen, wie oben geschehen. Wir nehmen abermal unser Exempel vor, 9706478 mit 14076.

1) Leget die Stäbgen zusammen, auf welchen oben diese Ziffern stehen, und leget selbe nach der Ordnung des Multiplicandi neben einander. Schreibet die Zahl des Multiplicatoris vor euch. Nehmet die Ziffern

der

der ersten Reihe, so auf dem Stäbgen stehen, weil die foderste Zahl Eins ist.

2) Die Ziffer der 4ten Reihe, weil die ander Ziffer des Multiplicatoris 4 ist.

3) Die Ziffer der 7ten Reihe, weil die 3te Ziffer des Multiplicatoris 7. Die Ziffern der 6ten Reihe, weil die letzte Ziffer des Multiplicatoris 6 ist. Addiret solche, so kommet die gesuchte Zahl, wie folget:

9 7 0 6 4 7 8
1 4 0 7 6

9 7 0 6 4 7 8
3 8 8 2 5 9 1 2
6 7 9 4 5 3 4 6
5 8 2 3 8 8 6 8

1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8

Schluß aus dem vorhergehenden.

§. Die Reguln, so wir bisher ein Exempel zu multipliciren gegeben, bringen die Producte von den gegegebenen Zahlen, weil nach denselben die Zahl des Multiplicatoris so oft in den Multiplicandum eingeführet, als Einheiten darin enthalten, und wenn den alle Theile, der in einander geführten Factorum zusammen genommen, so folget, daß nach diesen Reguln eine Zahl gefunden, in welchen die gegebene Zahl so vielmal enthalten, als die dazu gegebene Zahl Unitäten hat, und sind also nach denselben die Multiplications-Exempel verfertiget W. z. E.

§. 50. Folgen einige Exempel zum multipliciren mit einer Figur.

1) 9 mit 2. facit 18.
2) 5 – 3. facit 15.
3) 6 – 4. facit 24.
4) 5 – 10. facit 50.

5) 37 mit 6 facit 222.
6) 478 – 7 facit 3346.
7) 9723 – 8 facit 77784.
8) 6742 – 9 facit 60678.
9) 4056 – 9 facit 36504.

10)	– –	1 fac. 746853962.
11)	– –	2 — 1493707924.
12)	– –	3 — 2240561886.
13)	– –	4 — 2987415848.
14)	746853962 mit	5 — 3734269810.
15)	– –	6 — 4481123772.
16)	– –	7 — 5227977734.
17)	– –	8 — 5974831696.
18)	– –	9 — 6721685658.

Mit zwey Figuren.

10)	– –	10 f. 4876500432178o
11)	– –	15 f. 731475064826 70
12)	– –	51 f. 2487015220410 78
13)	– –	22 f. 1072830095079 16
14)	– –	24 f. 1170360103722 72
15)	4876500432178 mit	29 f. 1414185125331 62
16)	– –	36 f. 1755540155584 08
17)	– –	43 f. 2096895185836 54
18)	– –	57 f. 2779605246341 46
19)	– –	62 f. 3023430267950 36
20)	– –	77 f. 3754905332777 06
21)	– –	80 f. 3901200345742 40
22)	– –	97 f. 4730205419212 66

Mit drey Figuren.

23)	– –	100 fac. 796004783000
24)	– –	104 fac. 827844974320
25)	7960047830 mit	210 fac. 167161004430 0
26)	– –	215 fac. 171141028345 0

27)	–	–	367 fac. 292133755 3610
28)	–	–	463 fac. 368550214 5290
29)	–	–	572 fac. 455314735 8760
30)	7960047830	mit	680 fac. 541283252 4400
31)	–	–	705 fac. 561183372 0150
32)	–	–	856 fac. 681380094 2480
33)	–	–	937 fac. 745856481 6710

Mit vier Figuren.

34)	–	–	1000 fac. 570040370 0000
35)	–	–	1007 fac. 574030652 5900
36)	–	–	1070 fac. 609943195 9000
37)	–	–	1700 fac. 969068629 0000
38)	–	–	2345 fac. 133674466 7650 0
39)	57004037 00	mit	3456 fac. 197005951 8720 0
40)	–	–	4567 fac. 260337436 9790 0
41)	–	–	5678 fac. 323668922 0860 0
42)	–	–	6789 fac. 387000407 1930 0
43)	–	–	7890 fac. 449761851 9300 0
44)	–	–	8900 fac. 507335929 3000 0
45)	–	–	4560 fac. 259938408 7200 0

Mit fünf Figuren.

46)	–	–	10000 f. 790084000
			(6007000000
47)	–	–	10008 f. 790716067
			(8011805600
48)	–	–	10880 f. 859611392
			(6535616000
49)	7900840006 00700	mit	10800 f. 853290720
			(6487560000
50)	–	–	18000 f. 142215120
			(10812600000
51)	–	–	98765 f. 780326463
			(19328135500

52)	—	—	87654 f. 692540229 (88653757800
53)	—	—	76543 f. 604753996 (57979380100
54)	—	—	65432 f. 516967763 (27305002400
55)	790084000600700	mit	54321 f. 429181529 (96630624700
56)	—	—	40032 f. 316286427 (12047222400
57)	—	—	32001 f. 252834781 (03223000700
58)	—	—	20000 f. 158016800 (12014000000

Mit sechs Figuren.

59)	—	—	100000 f. 600473000 8040 (00000
60)	—	—	100003 f. 600491014 9940 (24120
61)	—	—	100030 f. 600653142 7042 (41200
62)	—	—	100300 f. 602274419 8064 (12000
63)	600473000 8040	mit	103000 f. 618487190 8281 (20000
64)	—	—	130000 f. 780614901 0452 (00000
65)	—	—	234560 f. 140846947 0685 (862400
66)	—	—	234567 f. 140851150 3795 (918680
67)	—	—	456780 f. 274284057 3072 (511200

68) — — 456789 f. 27428946156
(42583560

69) — — 567890 f. 34100261242
(65835600

70) — — 678900 f. 40766112024
(58356000

71) 600473000 8040 mit 708090 f. 42518892713
(93043600

72) — — 800709 f. 48080413600
(07700360

73) — — 908007 f. 54523368804
(10376280

74) Multipliciret 7658497 mit 96, und thut dazu 97. 54. 187. 293. fac. 735216343.

75) 987654670 mit 683, und thut dazu 84. 562. 389 und 917. fac. 674568141562.

76) 6498735900 mit 8706, und subtrahiret davon 95. fac. 56577994745305.

77) 980976540 mit 60478, und subtrahiret davon 187. 534. 2944. und 88. fac. 593274991 82367.

78) Schluß Aufgabe. Einer will aus einen Worte von 6 Buchstaben ein anders finden, so aus eben den Buchstaben bestehet, ist die Frage: wie oftmals er die 6 Buchstaben versetzen könne, und was die Zahl sey, so heraus kommt? Antwort: das Product, so kommt, wenn man 6 mit 6 multipliciret, 36.

Wie ein Multiplications-Exempel durch die Addition zu probiren.

§. 51. Wir haben schließlich der Multiplication noch beyzufügen, wie man ein Exempel aus der Multiplication probiren kann, obs recht gemacht sey, und weil die Multiplication eine compendieuse Addition, so folget, daß dadurch zu erst die Probe der Multiplications-Exempel könne angestellet werden: wenn man

man den Multiplicandum so oft zu sich addiret, als Eins in dem Multiplicatore enthalten. z. E. Ich soll probiren, ob folgendes Exempel recht multipliciret sey.

8 7 9 6 3 4
4
3 5 1 8 5 3 6

Addiret den Multiplicandum 4 mal.

8 7 9 6 3 4
8 7 9 6 3 4
8 7 9 6 3 4
8 7 9 6 3 4
3 5 1 8 5 3 6

Ist recht multipliciret, weil diese Summe mit dem Product des multiplicirten Exempels überein kömmet.

Wie solches durch die Subtraction geschehen könne.

§. 52. Und weil eine zusammen genommene Grösse, zu der Grösse, woher sie entstanden, verringert wird, wenn man so viel davon nimmt, als man zugelegt, so kann mann weiter ein Exempel probiren, obs recht multipliciret, wenn man von dem Producte so oft den Multiplicandum abnimmt, bis derselbe wieder übrig bleibet, und wenn derselbe zuletzt im Reste bleibet, so ist recht multipliciret. Die Ursache ist, weil die Zahl des Multiplicandi so vielmal vergrössert, als der Multiplicator Unitæten hat. z. E.

von 3 5 1 8 5 3 6
subtrahiret 8 7 9 6 3 4
von dem Rest 2 6 3 8 9 0 2
nehmet: 8 7 9 6 3 4
von diesen 1 7 5 9 2 6 8 Rest ziehet
wieder ab: 8 7 9 6 3 4
8 7 9 6 3 4

Bleibet der Multiplicandus, darum ist recht multipliciret.

Wie solches durch die Division verrichtet werde.

§. 35. Weil endlich die Division einen Factorem so viel verringert, als man den andern vielmal von ihm nimt, so folget, daß durch die Division das Product in die Zahl aufgelöset werde, so durch die Multiplication in selbige eingeführet, und kann man also ferner die Multiplications-Exempla probiren durchs diviren, wenn man das Product entweder durch den Multiplicandum, oder durch den Multiplicatorem dividiret, und weñ sodañ im Quotienten der Multiplicandus, oder der Multiplicator wieder heraus kommet, so ist das Multiplications-Exempel recht gemacht. Nehmet das obige Exempel, da 1728 mit 94 multipliciret war, so kam zum Producte 161962. Dividiret solche durch 94, so muß 1723 kommen, wie aus dem Exempel zu ersehen.

```
                2  2
          6  4  3  7
          7  7  7  8
       7  6  7  9  6  2  | 1723
          9  4  4  4  4
             9  9  9
```

Dividiret eben dieses Product durch 1732, als den andern Factorem, so müssen 94 kommen, wie aus dem Exempel zu ersehen:

```
             6  8  9
       7  6  7  9  6  2  | 94
          7  7  2  3  3
             7  7  2
```

Herr Strauchs Manier, die Multiplications-Exempel zu probiren.

§. 54. Herr Strauch hat in seiner obengedachten

Do.

Doctrina Numerorum die Multiplication also probiret, daß er den Factorem der ersten, andern oder dritten Classe ꝛc. subtrahiret, und den Rest mit dem simplen Factore dividiret, u. ist das Exempel recht gemacht, wenn der Rest in dem simplen Factore aufgangen, und der Faciendus wieder kommen, so man den Numerum simplicem, so man vorhin mit dem Factore abgezogen, zu dem Quoto wieder addiret. z. E. 1723 mit 94 multipliciret, brachte zum Producte: 161962, davon subtrahiret dem 1000fachen Factorem,

ist: 94000

und 6 7 9 6 2 der Rest

2 1 8

2

94)723 dazu addiret

den abgenommenen Numerum simplicem:

1000

1723

Kommet was erfodert; war also das Exempel recht multipliciret.

Von der Probe durch die 9.

§. 55. Man kann auch ein Multiplications-Exempel probiren, wenn man 9 allezeit wegwirfft. Nehmet das vorige Exempel, werffet allezeit 9 weg aus dem Multiplicatore, bleibet — — 5

Auch aus dem Multiplicando, bleibet 4, 5 mit 4 multipliciret, sind — — 20

Werffet die 9 davon weg, bleibet 2

Werffet auch die 9 weg aus dem Producte, so bleibet auch — — 2

Und da sowol aus dem Producte, als aus den gegebenen Zahlen 2 übrig bleibet, ist recht multipliciret. Der Grund dieser Probe ist zu suchen in der Natur

der zehnden Zahl: denn da die Multiplication eine compendieuse Addition ist, so folget, daß das Product des Uberschusses von Multiplicando und Multiplicatore müsse gleich seyn dem Uberschuß des Products, wie in der Addition der Uberschuß der Summa muß gleich seyn dem Uberschuß von den Posten; wenn also nach Wegwerffung der 9 aus dem Product eben die Zahl über ist, so übrig bleibet, wenn man eben die Zahl aus dem Multiplicatore und Multiplicando weggeworffen, und das Uberbliebene in ein ander eingeführet, so folget, daß solche Wegwerffung die Richtigkeit des Exempels darthue. W. Z. E.

Herr Clausbergs Art zu probiren.

§. 56. Richtiger vollbringet man diesen Proceſs mit des Herrn Clausbergs Probe-Zahl, wenn er, wie solche in der Multiplication zu gebrauchen, folgende Regul an die Hand giebet.

1) Man suchet die Probe-Zahl aus jedem Factore insonderheit, und setzet solche bey Seite unter einander.

2) Multipliciret man die beyde Probe-Zahlen der Factorum, und so deren Product über 11, setzet man an dessen statt die Probe-Zahl.

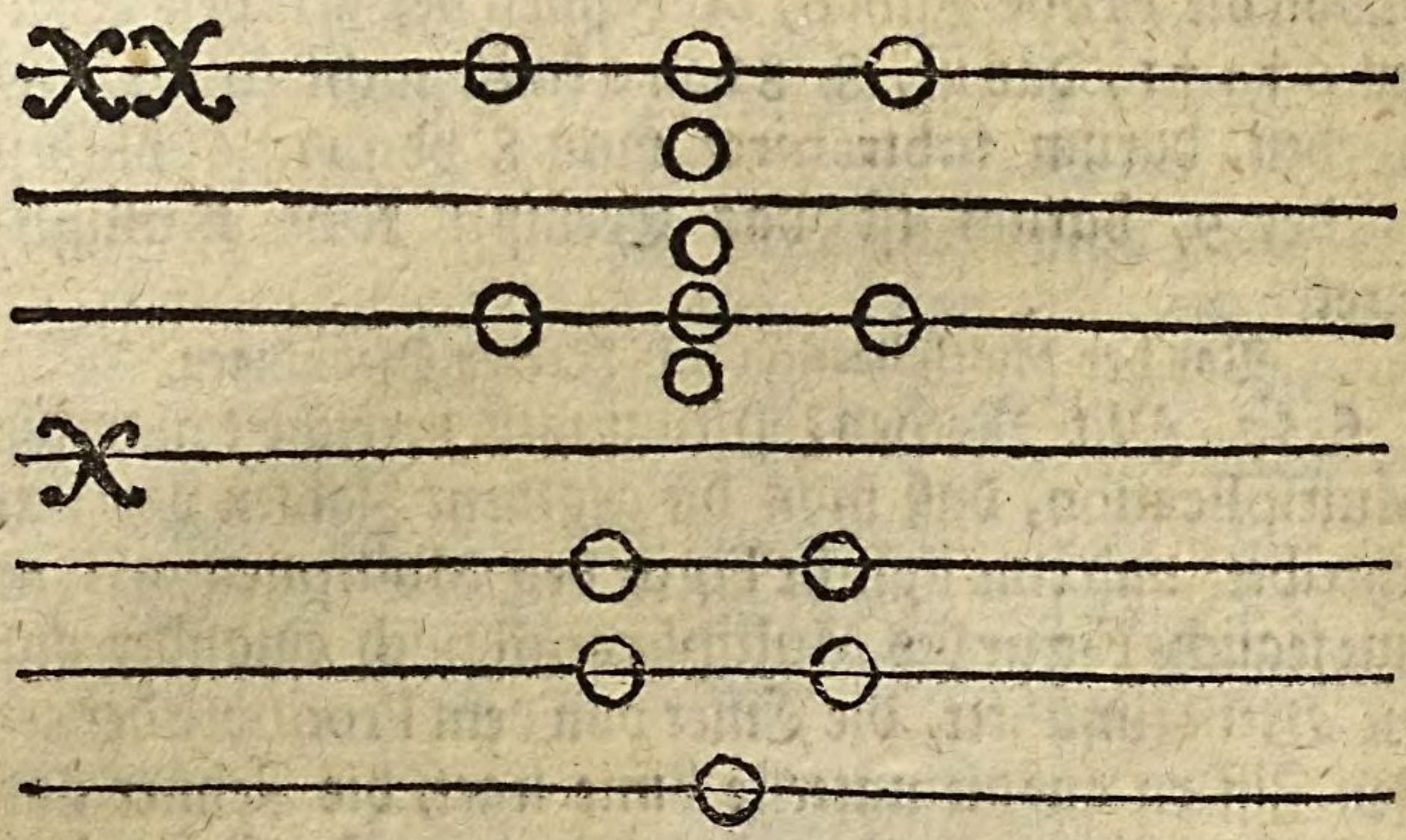
3) Suchet man die Probe-Zahl aus dem Producte dessen Richtigkeit man probiren will, und so solche mit der Probe-Zahl der Factorum überein kömet, ist das Exempel recht multipliciret. z. E. Ich soll probiren, ob 161961 das wahre Product von 1723 mit 94 sey, so suchet man die Probe-Zahl aus 1723, sind 3 † 7, das ist, 10, die ungeraden, 1 † 2, das ist 3, die geraden, und 3 von 10 noch 7 die Probe-Zahl des ersten Factoris. Und 9 von 4 kann ich nicht subtrahiren, darum ist 9 von 11 † 4, das ist: von 15, noch 6. Da nun 6 mal 7, ist 42, so kann man 4 von 2 nicht subtrahiren, darum subtrahiret 4 von 11 † 2, bleiben 9. Die Zahlen der ungeraden Classen in dem

zu

zu probirenden Producte, sind 2, † 9, † 6, das ist, 17, davon die Probe Zahl 6, die Zahlen der geraden Stellen 6 † 1 † 1, das ist, 8, 8 von 6 kann nicht subtrahiret werden, darum subtrahiret man 8 von 11 † 6, bleiben wieder 9, darum ist das Exempel recht multipliciret.

Von der Multiplication mit Rechen-Pfenningen.

§ 57. Mit Rechen-Pfenningen verrichtet man die Multiplication, daß man die gegebene Zahlen vor sich schreibet, und eine jegliche Figur des Multiplicatoris, in eine jegliche Figur des Multiplicandi nach einander auf die Weise einführet, die Einer von dem Producte der ersten Ziffern auf die unterste Linie leget, die Zehner auf die andere Linie; von dem Product der ersten Ziffer des Multiplicatoris und der andern Ziffer des Multiplicandi, die Einer auf die ander Linie, und die Zehner auf die dritte Linie; von dem Product der ersten Ziffer des Multiplicatoris und der dritten Ziffer des Multiplicandi leget man die Einer auf die dritte Linie, und die Zehner auf die vierdte Linie, u. s. w. Hat man die erste Ziffer des Multiplicatoris in den Multiplicandum eingeführet, so multipliciret man mit der andern Ziffer des Multiplicatoris, die erste Ziffer des Multiplicandi, und addiret die Einer zu der andern, die Zehner zu der dritten Linie, und so weiter, nachdem die Zahlen des Multiplicandi in ihrer Ordnung fortgehen; die Einer von der dritten Figur des Multiplicatoris, mit der ersten Ziffer des Multiplicandi addiret zu der dritten, und die Zehner zu der vierdten Linie, und so weiter, daß man jedesmal die Classes, in welchen die Ziffern stehen, wol in acht nimmt, und wenn man denn z. E. die zu multiplicirende Zahlen 35789 mit 89 vor sich geschrieben, zuerst die 9, hernach die 8 auf vorbeschriebene Weise eingeführet, so geben die Pfenninge das Product, wenn sie in folgender Ordnung liegen.



Folget noch ein Exempel zur Ergötzung.

§. 58. Zu errathen: was einer in einen Facto, so aus einen uns unbekannten Multiplicando, und uns bekannten Multiplicatore entstanden, für eine Ziffer ausgewischt? Wir haben schon oben beym §, da von einigen Vortheilen, so gewisse Zahlen in Multipliciren geben, gehandelt wird, gezeiget, daß alle Zahlen, weñ sie durch eine 9 multipliciret werden, auch in Facto lauter 9 produciren, wenn man nemlich derselben Ziffern addiret. e. g. 16. 9 = 144, da 4 † 4 † 1 = 9. Eben dieses läst sich auch practiciren, wenn man eine Zahl durch eine andere multipliciret, deren Ziffern zusamen addiret, lauter 9 geben. E. g. Multipliciret 56 durch 54, da 4 † 5 = 9. It. 226 mit 126, da 1 † 2 † 6 = 9. Deñ in ersten Exempel ist das Factum 3024, da 3 † 2 † 4 = 9, und in andern 28476 = da wiederum 2 † 8 † 4 † 7 † 6 = 9 † 9 † 9. Wenn man also errathen will, was der andere in einen Facto zu dessen Production wir den Multiplicatorem gegeben, für eine Ziffer ausgelöscht, so dürffen wir nichts weiter in acht nehmen, als: daß wir ihm eine solche Zahl geben, die entweder aus lauter

9 be-

9 bestehet, oder: deren Ziffern, wenn man selbe addiret, lauter 9 ausmachen. Als: 9, 99. 72, 126. ꝛc. Und wenn der andere alles ausser den Facto ausgewischet, auch eine Zahl in facto ausgelöscht, so darf man nur aus den Facto so oft 9 wegwerffen, als wir können, und dasjenige, so alsdenn an der letzten 9 fehlet, ist die ausgelöschte Zahl. z. E.

Es hätte der ander für sich die Zahl 314 geschrieben, und wir hätten ihm die Zahl 45 zum Multiplicatore gegeben, so würde er zum Facto heraus gebracht haben: 14130. Wenn er nun alles, ausser den Facto, wie auch in facto die Zahl 4 ausgelöscht, und das übrige gezeiget, so addiret man 1 + 1 + 3 = 5, und weil an 9 noch 4 mangeln, so sagt man: er habe 4 ausgelöscht.

CAPUT V.

Anweisung zum Dividiren in ganzen unbenahmten Zahlen.

Was Dividiren sey.

§. 1. Hat man gelernet eine gegebene Zahl mit einer andern etliche mal zu vergrössern; so muß man weiter lernen, wie man sie durch eine andere Zahl verringern könne, und die Art zu Rechnen, heisset man: dividiren, oder: theilen; welches die Art zu zählen ist, dadurch man eine Zahl findet, in welcher eben so oft Eins enthalten ist, als die gegebene kleinere in der grössern: oder eine Zahl zu finden, die sich zu Eins verhält, wie die zutheilende Zahl sich verhält zu ihren Theiler.

Was für Zahlen im Dividiren vorkommen.

§. 2. Ist also im Dividiren auf 3 Haupt-Zahlen zu se-

sehen, nemlich auf die Zahl, so getheilet werden soll, und diese heisset: Dividendus, oder: die zu theilende Zahl. (2) Auf die Zahl, dadurch die Theilung geschehen soll, welche heisset: der Theiler, Anzeiger, Angeber, oder: Divisor. Und endlich (3) auf die Zahl, so man finden will, dieselbe heisset: der Quotiente, das Quotum.

Was ein Rest, ein Complement, und ein Dividuus sey.

§. 3. Weil der Quotient anzeiget, wie vielmal der Divisor im Dividendo enthalten; so wird jeder Theil kleiner, jemehr Theile aus einer Quantität gemacht werden, und folget, daß der Quotient immer kleiner werde, je grösser der Divisor ist, und daß der Quotient 1 sey, wenn der Divisor und Dividendus gleich sind. Ist aber der Dividendus kleiner, als der Divisor, so ist der Quotiente weniger, als 1, das ist: ein Bruch. Hieraus folget ferner, daß der Divisor in dem Dividendo bisweilen etliche mal enthalten, oder ein pars aliquota von selben ist, so, daß nach geschehener Divisio nichts übrig bleibet, und von solchen Exempeln spricht man: daß sie aufgehen. Aufgehen heisset also im Dividiren, wenn die Theilung so geschiehet, daß nichts übrig bleibet, wen nemlich die zu dividirende Zahlen also beschaffen sind, daß der Divisor eben ein, oder etliche mal drin enthalten. Ist aber der Dividendus also beschaffen, daß er den Divisorem ein, oder: etliche mal, und noch dazu eine Zahl, so kleiner, als der Divisor, in sich enthält, so entstehet daher ein Bruch. Die Zahl aber, so der Dividendus, ausser dem, daß er den Divisorem ein, oder: etliche mal in sich begreiffet, noch in sich fasset, und die, wie gesagt, kleiner, als der Divisor. ist beym Dividiren wol zu beobachten, und heisset das Relict, oder: der Uberschuß. Und weil sie kleiner, als der Divisor, so zeiget sie an, daß die gegebene Zahl des Dividendi also beschaffen, daß man nicht in gantzen

Zah-

Zahlen anzugeben vermögend, wie oft der Divisor in selber enthalten. Wolte man aber, wenn sich dieser letzte Fall eräugen sollte, haben, daß der Divisor gerad in Dividendo aufgehen, oder: daß man in gantzen Zahlen angeben sollte, wie oft der Divisor in Dividendo enthalten, so müste man noch so viel zum Dividendo hinzu thun, als dasjenige, so der Dividendus, ausser dem, daß er den Divisorem ein- oder etliche mal in sich fasset, noch in sich begreiffet, kleiner ist, als der Divisor, oder: die Differentz zwischen den Divisore, und den Relict. Und diese Differentz zwischen den Divisore und dem Relict, wird das Complement genandt, und zeiget an: wie viel Unitæten noch zum Dividendo müssen hinzu gethan werden, wenn man haben wolte, daß er in Divisore gerade aufgehen sollte,: oder daß man in gantzen Zahlen anzugeben vermögend, wie oft der Divisor in Dividendo enthalten. Von den Bruch aber, der aus den Relict und Divisore entstehet, wird an andern Orte in folgenden gehandelt werden.

Endlich bestehet der Dividendus oft aus vielen Ziffern, und in solchen Fall nimmt man nur ein, oder etliche Figuren von Dividendo, und siehet, wie oft der Divisor darinn enthalten. Diese Ziffern heissen, der Dividuus scil. numerus.

Wie die Division geschiehet.

§. 4. Es wird also ein Divisions-Exempel verfertiget, wenn man eine gegebene Zahl in so viel Theile bringet, als solches nach einer andern gegebenen Zahl geschehen kann, und damit so lange fortfähret, biß die gefundene Zahl so vielmal Eins in sich hält, als der Divisor im Dividendo enthalten ist.

Eine nöthige Anmerckung.

§. 5. Es sind bey der Division folgende 2 Umstände zu beobachten. 1) Daß der Divisor und Dividendus homo-

homogenisch seyn müsse. 2) Daß sowol die Zähler, als die Nenner in einander dividiret werden, und man derowegen einen Zähler in den andern, und einen Nenner in den andern dividiren müsse, auch wo die Zahlen nicht homogenisch, solche nicht in einander können dividiret werden, biß sie zu homogenischen Zahlen reduciret sind.

Grund-Sätze zum dividiren.

§. 6. Dahero ist der Grund vom dividiren.

1) Wenn der Divisor grösser ist, als der Dividendus, so kann das Quotum keine gantze Zahl seyn, sondern ein Bruch e. g. 5 in 4, kañ keine gantze Zahl zum Quoto haben.

2) Was durch die Multiplication in das Product eingeführet, das wird durch die Division aufgelöset.

3) Weil in der Multiplication die Einführung durch das Einmal Eins geschehen; so muß auch die Auflösung durch das Ein mal Eins geschehen.

4) Der Quotient kann nicht mehr Theile in den gegebenen Zahlen anzeigen, als darinn enthalten, daher muß er so beschaffen seyn, daß das Product, so heraus gebracht wird, wenn man ihn mit den Divisore vermehret, von Dividendo abgezogen werden könne. z. E. Wenn man 13 in 3 dividiren soll, so kann man nicht 5 zum Quoto nehmen, weil 3 mal 5. 15 machet, so sich von 13 nicht abnehmen läst.

5) So vielmal der Divisor vom Dividendo abgezogen werden kañ, so viel Unitæten hat das Quotum, welches gesucht wird: z. E. Von 12 kann man 4, 3 mal abnehmen, darum ist, wenn man 12 durch 4 dividiret, das Quotum, 3.

6) So viel mal die Unitæt in dem Quotienten stecket, so viel mal muß auch der Divisor im Dividendo begriffen seyn. z. E. Wenn man 15 durch 5 dividiret, so muß 5 in 15 eben so viel mal enthalten seyn, als 1 in

den

den herausgebrachten Quotienten, 3. Welche Propoſition aus der obangeführten Definition von Dividiren flieſſet.

Woraus 7) folget: daß das Quotum dem Dividendo gleich, wenn der Divilor 1, und daß alſo die Unitæt gar nicht dividire. z. E. 758 dividiret in 1, bringet 758.

8) Wenn ein Dividendus durch ſeinen Diviſorem nicht aufgehet, ſo muß das Relict weniger ſeyn, als der Diviſor; weil, wenn das Relict ſolte ſo groß, oder: gröſſer als der Diviſor ſeyn, ſelber von denſelben Relict noch ein, oder: etliche mal hätte können genommen werden, und per conſequens das Quotum um eine, oder mehr Unitæten gröſſer ſeyn müſſen: ſintemal die Unitæt, ſo oft in dem Quotienten ſtehen muß, als der Diviſor im Dividendo enthalten. Alſo 5 in 3 dividiret, hat zum Quotienten 1, und 2 zum Relict, oder: Uberſchuß. Welche 2 in hoc caula das wahre Relict, weil es kleiner, als der Diviſor 3. Aber hiebey iſt wol zu mercken, daß dieſe Propoſition: daß wahre Relict iſt allezeit kleiner, als der Diviſor, zwar ihre ungezweifelte Richtigkeit habe: daß ſie ſich aber nicht folgender geſtalt: wenn das Relict kleiner, als der Diviſor, ſo iſt es das wahre, convertiren laſſe. Denn es kann das Relict kleiner, als der Diviſor, und doch falſch ſeyn, wenn man nemlich zwar den rechten Quotienten ertappet, aber doch nachher einen Fehler in Multiplicando, oder: Subtrahendo begangen.

9) Weil durch die Multiplication die gegebene Zahlen, ſo vielmal gröſſer werden, als Einer, Zehner, Hunderter und Tauſender in dieſelbe eingeführet; ſo folget, daß durch die Diviſion die gegebenen Zahlen ſo viemal kleiner werden, als Einer, Zehner, Hunderter, Tauſender aus ſelbigen genommen werden. z. E. 1723 iſt durch

die

die Multiplication mit 94 aus einer 1000fachen Zahl, zu einer zehntausendfachen gediehen, und dergestalt vergrössert, daß ihr Product 161962 gewesen. Wenn nun dieses Product durch 94 wieder dividiret werden soll, so wird es so viel kleiner, als Einheiten eingeführet, und wird nach Abgang des zehntausenden, nebst den übrigen Zahlen auf 1723 reduciret.

10) Es muß ferner das Quotum allemal aus einer Figur bestehen, wenn der Dividendus und der Divisor gleiche viele Figuren haben, den der Dividendus ist ex multiplicatione des Divisoris in den Quotum entstanden, wie solches aus der Multiplication und aus dem, was bey der Probe des multiplicirens gesagt, klar. Wir wollen nun setzen, ein solcher Quotus, so aus dergleichen Dividendo & Divisore entstanden, sollte 2 Ziffern haben. Wir wollen ferner setzen: wir sollten den Divisoren wieder mit den Quoto multipliciren, daß der Dividendus heraus käme, so würde der neue Dividendus um eine, oder gar zwey Zahlen grösser werden, als er vorher gewesen. Denn weil vorher der Divisor so viel Ziffern, als der Dividendus hatte, so würde das entstandene Factum um ein, oder: 2 Classen weiter gegen die lincke Hand hervor gerücket werden, wenn der Divisor mit einen Quotienten, so aus 2 Zahlen bestünde, sollte multipliciret werden. Da aber nicht ein grösserer Dividendus, sondern eben derselbe aus der Multiplication des quoti in divisorem entstehen muß, als vorher gewesen, so folget, daß der Quotus in gesetzten Fall nur aus einer Ziffer bestehen müsse. z. E.

							1		
9	3	2	4	2	2	5	9		
3		1	2		1	2	5	2	

Daß die Anzahl der Figuren des Quoti und Divisoris zusammen genommen, gleich sey der Anzahl der Figuren

guren im Dividendo, wenn der Divisor weniger Figuren hat, als der Dividendus, und die erste Ziffer des Divisoris lincker Hand grösser ist, als die erste Ziffer des Dividendi. z. E.

3 7 9 9 8 | 4212	3 7 9 9 8 | 9
9 9 9 9	4 2 1 2

Weil nemlich der Figuren Zuwachs auf der linckern Seite aus der Grösse der in einander geführten äussersten Zahlen des Quoti und Divisoris entstanden, also gehet von dem Quotienten die Figur im dividiren ab, welche durch die Multiplication mit eingeführet, folglich ist die Anzahl der Figuren des Divisoris und des Quoti gleich der Anzahl der Figuren des Dividendi.

Daß die Anzahl der Figuren des Dividendi von der Anzahl der Figuren des Quoti und Divisoris um eines übertroffen werde, wenn der Divisor sonst nicht grösser, als der Dividendus, weil nemlich nur so viel Figuren weggenommen werden, als eingeführet.

3 7 9 9 8 | 3159
1 2 2 2 2
1 1 1

Sind 5 Figuren im Dividendo, hingegen 6 im Quoto und Divisore.

11) Wenn also die letztern Figuren zur rechten Hand im Divisore Nullen sind, so gehen so viel Figuren von der gegebenen Zahl des Dividendi ab, als Nullen beym Divisore zu finden. z. E. 9 8432 in 1000, so gehen von der gegebenen Zahl des Dividendi 3 Figuren ab, nemlich, 432.

12) Weil auch durch die Multiplication die gegebene Zahlen von hinten zu in einander eingeführet, so müssen die gegebene Zahlen in der Division von forne zu durch einander aufgelöset werden. z E. Dividiret 161062 in 94, so fänget man von forne an zu dividiren, und spricht 9 in 16.

13) Wie durch die Multiplication die gesuchte Zahl gefunden, wenn man alle in einander geführte Theile addiret, so wird im dividiren die gesuchte Zahl gefunden, wenn man alle Theile des Divisoris mit dem Quotienten multipliciret, von Dividendo subtrahiret.

14) Einerley Theile zusammen, oder: nach einander aus dem Dividendo genommen, bringen einerley Quotienten, weil gleiches von gleichen genommen, ein gleiches Residium übrig läßt, als: z. E. Es ist gleich, man nimt 94 auf einmal aus 161, oder: man nimt erstlich 9 aus 16, und 4 hernach, oder: wenn man erstlich von 94 einen partem aliquotam, als 47 aus 161962, auf 3456 mal, und solchen Quotienten solches partis halb nimt, oder: man nimt die 94 auf einmal aus dem Dividendo nach ihren partibus aliquantis.

15) Auf wie vielerley Weise man den Divisorem aus dem Dividendo nehmen kann, auf so viel Arten kann die Division geschehen, wie unten wird zu sehen seyn.

Von der ersten Art zu dividiren.

§. 6. Zu erst kann man die Theile des Divisoris von dem Dividendo abziehen, wenn man die Figuren des Dividendi nach der Ordnung der einzeln Ziffern des Divisoris eintheilet, und daraus entstehet die erste und gemeineste Art zu dividiren, welche durch folgende Reguln geschiehet.

1) Schreibet den Dividendum vor euch, so, daß oben und unten, wie auch hinten an der rechten Seite Raum gelassen werde.

2) Wenn

2) Wenn der Divisor nicht grösser ist als die ersten Ziffern des Dividendi, so schreibet die erste Ziffer des Divisoris unter die erste des Dividendi; sind aber die ersten Ziffern des Dividendi kleiner als des Divisoris, so schreibet die erste Ziffer des Divisoris unter die andere Ziffer des Dividendi, und nehmet zu dem ersten Dividuo so viel Ziffern, daß er etliche, aber nicht 10 mal so groß ist, als der Divisor. Num. 1

3) Stehen hinten zur rechten Haud Nullen im Divisore, so sind die letzten Ziffern des Dividendi entweder auch Nullen, oder: es sind geltende Zahlen. Im ersten Falle streichet so viel Nullen gegen einander aus, als ihr in beyden gegebenen Zahlen findet. Im andern Falle aber schneidet vom Dividendo so viel Zahlen ab, als Nullen im Divisore zu finden, und behaltet sie zum Relict. Wo sonst auch eine Nulle im Divisore vorkommet, wird sie durchgestrichen, und wird nichts vom Dividendo abgezogen. Num. 11.

4) Machet hinten zu der rechten Hand eine Klammer oder Strich hinter den Dividendum, das Quotum von den gegebenen Zahlen, nemlich, den Dividendo und Divisore zu unterscheiden.

5) Nehmet die erste Ziffer des Divisoris zur lincken, in die erste Ziffer des Dividendi zur lincken, und gebraucht dabey das Wort: in, und solche Theilung geschiehet entweder auf den Fingern, oder: nach begefügten Täfflein. Wenn der Divisor aus mehr, als einer Ziffer bestehet, so muß man den Quotienten nicht grösser nehmen, als: daß das Factum, so entstehet, wenn man den gantzen Divisorem mit den gefundenen Quotienten multipliciret, von dem Dividendo abgezogen werden kann; noch so klein, daß das Relict bey obgesetzten Umständen grösser sey, als die Zahl des gantzen Divisoris. Num. 4. & 8.

Ob man zu viel genommen, kann man leicht schliessen, nemlich daher, wenn das Factum, so aus der gefundenen Zahl und den Divisore entstanden, von dem Dividuo nicht abgezogen werden kann. Daß man aber zu wenig genommen, ist daher zu sehen, wenn das Relict dem Divisori gleich, oder selben übertrifft; Ich rathe aber den Anfängern, daß sie sich vorsehen, daß sie nicht zu wenig nehmen, weil es leichter kund wird, weñ man zu viel, als wenn man zu wenig genommen.

6) Was ihr nehmen könnet, schreibet hinter die Klammer, oder: Strich.

7) Multipliciret mit der genommenen Zahl die erste Ziffer des Divisoris. Num. 4. & 13.

8) Das Product ziehet ab von der ersten, über der ersten Ziffer des Divisoris stehenden Ziffer des Dividendi, und was über bleibet, schreibet über die Ziffer des Dividendi, unter welcher die von euch gebrauchte Ziffer des Divisoris stehet.

9) Damit ihr wisset, was ihr für Ziffern gebrauchet habt, so streichet die Ziffer des Dividendi und Divisoris alsobald bey der Subtraction durch; es sey denn, daß ihr eine Nulle davon abgezogen: denn alsden lasset die Zahl des Divendendi stehen; die Zahl aber, so ihr abgezogen, löschet gar aus.

10) Multipliciret mit eben der Zahl, so hinter der Linie stehet, die andere Ziffer des Divisoris, ziehet das Product von der Zahl des Dividendi, darunter sie stehet, ab, und bey der Subtraction streichet die iezt genandten Zahlen mit einen Strichlein durch, und die Zahl so ihr abgezogen, löschet aus. Num. 6.

11) Bleibet im Abziehen eine Nulle, und nachher gegen der lincken Hand noch eine unausgestrichene Ziffer, so schreibet sie über die Ziffer, davon ihr subtrahiret habt. Wo aber keine unausgestrichene Zahl gegen

der

der lincken Hand stehen bleibet, so lasset sie weg, und brauchet das Wort: gehet auf.

12) Wenn ihr also alle Figuren des ersten Dividui mit dem erst gefundenen Quotiente partiali durchgenommen; so schreibet den Divisorem eine Stätte weiter. Und wenn er aus mehr als einer Ziffer bestehet, die letzte Ziffer gleich unter die folgende Zahl des Dividendi, die andern aber nach ihren Range unter die durchgestrichene Zahlen des Divisoris.

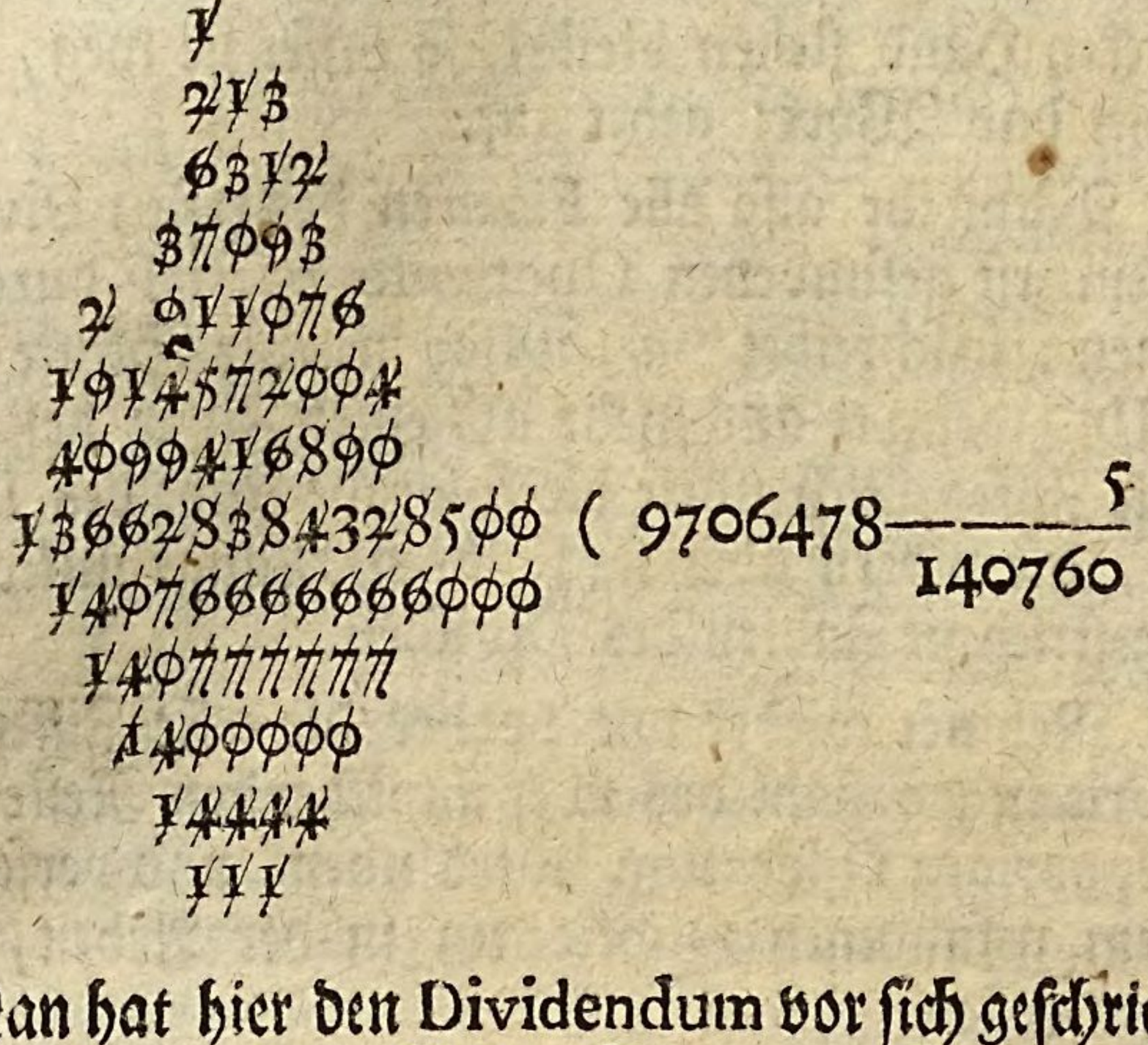
13) Nehmet wieder wie vorher die erste Ziffer des Divisoris in die Zahl des über ihr stehenden Restes, so von der vorigen Operation überblieben, und verfahret mit dem gefundenen Quotienten in der Arbeit, wie mit dem ersten.

14) Wenn es sich begiebet, daß die Zahl des Divisoris grösser, als des Dividendi, so nehmet o zum Quotienten, streichet den Divisorem durch, und rücket ihn eine Stätte weiter. Num. 1.

15) Wenn man mit dem Divisore die letzte Ziffer des Dividendi erreichet hat, so zeiget die Zahl, so hinter der Klammer stehet, die durch die Division gefundene Zahl, oder: das Quotum. Num. 13.

16) Wenn zuletzt was übrig bleibet, das bleibet unausgestrichen, und wird in einen Bruch gesetzet. Num, 8..

Diese Regul wird durch folgendes Exempel erläutert. Wenn man, nemlich, 136628384328500 in 14076000 theilen soll, so geschiehet die Operation auf folgende Weise.



Man hat hier den Dividendum vor sich geschrieben, und an der rechten Seiten Raum gelassen, nach der ersten Regul. Man hat ferner den Divisorem drunter geschrieben, und da die ersten Ziffern des Dividendi nicht so groß, als die Zahl des Divisoris, hat man die erste Ziffer des Divisoris unter die andere Ziffer des Dividendi gesetzt, nach der andern Regul. Man hat die hintersten 3 Nullen des Divisoris gantz hinten unter den Dividendum gesetzt, und weil der Dividendus auch zwey Nullen hat, hat man solche gegen die zwey letzten Nullen des Divisoris ausgestrichen; die noch übrige Nulle des Divisoris aber mit der darüber stehenden 5 des Dividendi abgeschnitten, nach der dritten Regul. Man hat weiter eine Klammer zur rechten Hand hinter die gegebenen Zahlen gezogen, nach der vierdten Regul. Man hat folglich die erste Ziffer des Divisoris in die 2 ersten Ziffern des Dividendi zu theilen angefangen, und gesagt: 1 in die 13 hab ich 9 mal, und dabey beobachtet, daß man keine grössere Zahl zum Quotienten nehmen müsse, als es die folgenden Ziffern des Divisoris leiden wollen, nach der fünfften Regul.

Die

Die Zahl des Quotienten hat man hinter die Klamer gesetzt, und damit die erste Ziffer des Divisoris multipliciret, folgender Gestalt; 9 mal 1 ist 9. Solches Product hat man von der Zahl des Divisoris abgezogen und gesprochen: 9 von 3 kann ich nicht nehmen, also setze ich einen Punct, und sage: 9 von 10, bleibt 1, und 3 dazu, sind 4. Welche man über die 3 geschrieben, und ferner gesagt, 1 von 1 geht auf. Weil nun keine unausgestrichene Zahl mehr vorher gehet, hat man die genannten Zahlen durchgestrichen, und die abgezogene Zahl ausgelöschet, nach der 6ten, 7ten, 8ten, 11ten und 9ten Regul. Nachher hat man auch die andere Ziffer des Divisoris mit dem Quotienten, nemlich der 9, vermehret und gesagt: 4 mal 9, ist 36. Diese 6 hat man unter die 3te Zahl des Dividendi geschrieben, solche davon abgezogen, indem man gesprochen: 6 von 6, bleibt 0, weil noch eine unausgestrichene Zahl vorher gehet; die 3 aber hat man gerade unter die andere Zahl des Dividendi, oder: unter die überbliebene 4 gesetzt, selbe davon abgezogen und also gesprochen: 3 von 4, bleibt 1. Nach geschehenen Abzuge hat man procediret, wie mit der ersten Ziffer des Divisoris, nach Anweisung der zehenden Regul. Hierauf findet sich eine 0 in Divisore, solche gilt nichts, darum ist sie durchgestrichen, nach der 5ten Regul. Nachdem man alle Ziffern des Divisoris mit dem zu erst gefundenen quotiente partiali durchgegangen, hat man den Divisorem eine Zahl weiter nach der rechten Hand gerücket, die letzte Ziffer 6 gleich unter die zu erst folgende Ziffer des Dividendi, und die übrigen Ziffern 1407 nach ihren Range unter die ausgestrichenen Ziffern des Divisoris gesetzt, nach der 12ten Regul. Man hat ferner den untergesetzten Divisorem in den Rest der Ziffern genommen, so noch nicht ausgestrichen waren, als: in 99443, und weil die erste Ziffer

des Divisoris 1, unter die 9 zu stehen kommen, so hat man gesprochen: 1 in die 9 hab ich 7 mal; Die 7 hat man hinter die Klammer gesetzt, und gesagt: 1 mal 7, ist 7; welche man unter die erste Zahl des übrig gebliebenen Restes, nemlich 9, geschrieben. Mit dieser 7 hat man es ferner gemacht, wie vorher mit der 9, nach der 13ten Regul. Und so ist man alle Ziffern des Dividendi durchgegangen, bis man ans Ende kommen. Nachdem man nun den Divisorem also in alle Figuren des Dividendi eingetheilet, und zuletzt 5 übrig blieben, so hat man solche mit dem Divisore hinter den Quotienten Bruchsweise gesetz, nach der 16ten Regul, und hat also endlich das Quotum 9706478. $\frac{5}{140760}$ gefunden.

NB. Weil diese Art sehr weitläufftig, so wird sie wenig mehr geachtet.

Eine andere Art zu Dividiren.

§. 7. Die andere Art Divisions-Exempla zu verfertigen, heisset man die Spanische Art, und bestehet darinn, daß man den Quotienten gleich mit dem gantzen Divisore multipliciret, und das gantze Product von jeglichen Dividuo abziehet. Es hat selbe unter andern diesen Vortheil, daß man leichter sehen kann, ob man zu viel genommen, und daß man viel Ziffern in der Operation erspahren kann. Es geschiehet aber die Operation nach folgenden Reguln.

1) Schreibet den Dividendum vor euch, und setzet den Divisorem auf die in voriger Art vorgeschriebene Weise darunter.

2) Füget hinten eine Klammer, oder: Strich zu der rechten Hand des Dividendi bey.

3) Nehmet die erste Ziffer des Divisoris in die Ziffer,

fer, oder: Ziffern des Dividendi darunter sie stehet, durch das Wort: in, und: habe ich.

4) Schreibet das Quotum hinter die Klammer.

5) Multipliciret die gantze Zahl des Divisoris mit der gefundenen Ziffer des Quoti.

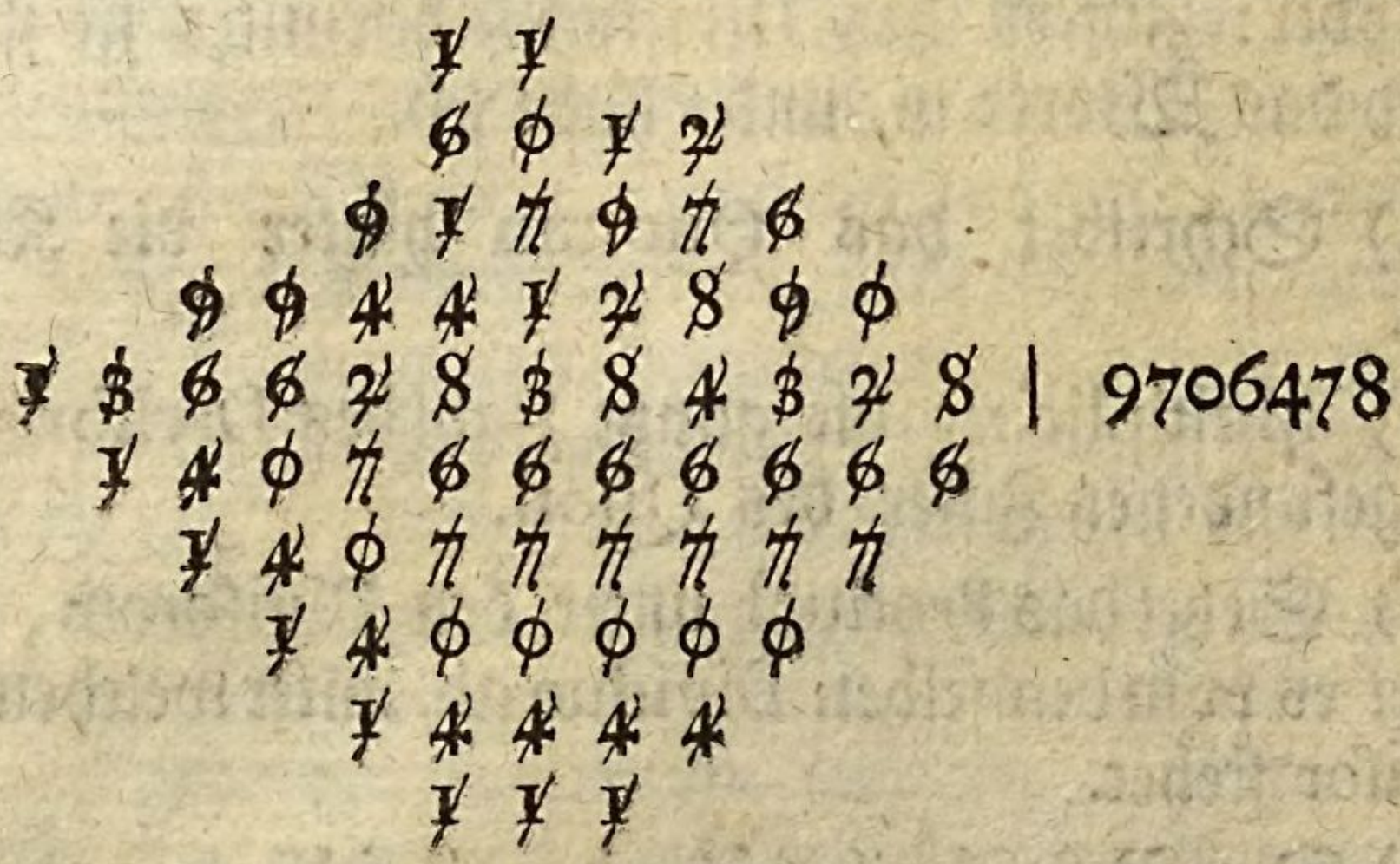
6) Setzet das Product unter den Divisorem, und ziehet es vom demselben Dividuo ab, unter welchem der Divisor stehet.

7) Den Rest schreibet über den Dividuum, und streichet die Zahlen, so ihr genannt, mit einem Strichlein durch; Die subtrahirte Zahl aber wischet weg.

8) Setzet den Divisorem eine Stätte weiter, wie in der gemeinen Art, und dividiret abermal in den Rest, so vorhin überblieben, und procediret mit dem Divisore wie das erstere mal. Fahret so fort, bis ihr alle Zahlen des Dividendi mit dem Divisore durchgangen, so wird hinter der Klammer das Quotum zu stehen kommen.

9) Mit der Nulle macht mans, wie bey der ersten Art.

10) Wenn sichs findet, daß im Quotienten eine Zahl zweymal vorkömmt, so ist nicht nöthig, zum andernmal mit dem Quotienten wieder zu multiplici-ren, sondern man kann sich des Products des ersten zu seinen Vortheil gebrauchen, und solches nur wieder abschreiben. Wir wollen obiges Exempel nehmen und dividiren: 136628384328 in 14076.



Schreibet die Zahl vor euch, so dividiret werden soll, und setzet den Divisorem darunter, nach der ersten Regul. Füget an die rechte Hand eine Klammer dabey, nach der andern Regul. Sprechet darauf: 1 in die 13 kann ich haben 9 mal, und schreibet solche 9 in die Klammer, nach der 3ten und 4ten Regul. Multiplicirt den gantzen Divisorem und sprecht: 9 mal 6 ist 54, weiter: 9 mal 7 ist 63, und 5 dazu, ist 68, ferner: 9 mal 0, ist 0, schreibet die 6 nochmal: 4 mal 9, ist 36, und endlich: 9 mal 1, ist 9, und 3, ist 12, kommt folgende Zahl 126684, solche setzet unter die Ziffer des Dividendi, so weit der Divisor stehet: sind folgende.

1 3 6 6 2 8
1 2 6 6 8 4

und 9 9 4 4 der Rest.

Solchen schreibet über den Dividendum, nach der 6ten und 7ten Regul. Endlich schreibet den Divisorem um eine Stelle weiter, so kommet die erste Zahl des Divisoris unter die 9 zu stehen. Sprechet: 1 in die 9 habe ich 7 mal, diese von neuen gefundene Zahl des Quotienten multipliciret wiederum mit den Divisore, und ziehet ihn von dem Reste, der in voriger Operation geblieben, ab, und verfahret weiter bis zum Ende. Weil die 7 im Quotienten zweymal vorkömmt, so ist

es nicht nöthig, daß man den Divisorem zum andern mal mit 7 multiplicire, sondern weil man das Factum von 7 und dem Divisore: 14076, nemlich: 98532 schon gefunden, so schreibet man selbiges nur wieder hin, und subtrahiret solches von den offenen Zahlen. Nach also vollbrachter Operation stehet das Quotum hinter der Klammer, wie oben.

Einige Veränderungen dieser Art.

§. 8. Wollet ihr aber die Reste der Producte unter den Dividendum schreiben, so geschiehet solches nach folgender Regul.

1) Schreibet den Dividendum vor euch, wie vorhin, und den Divisorem an die rechte Seite, und bedienet euch wie vorhin des Wörtleins: in.

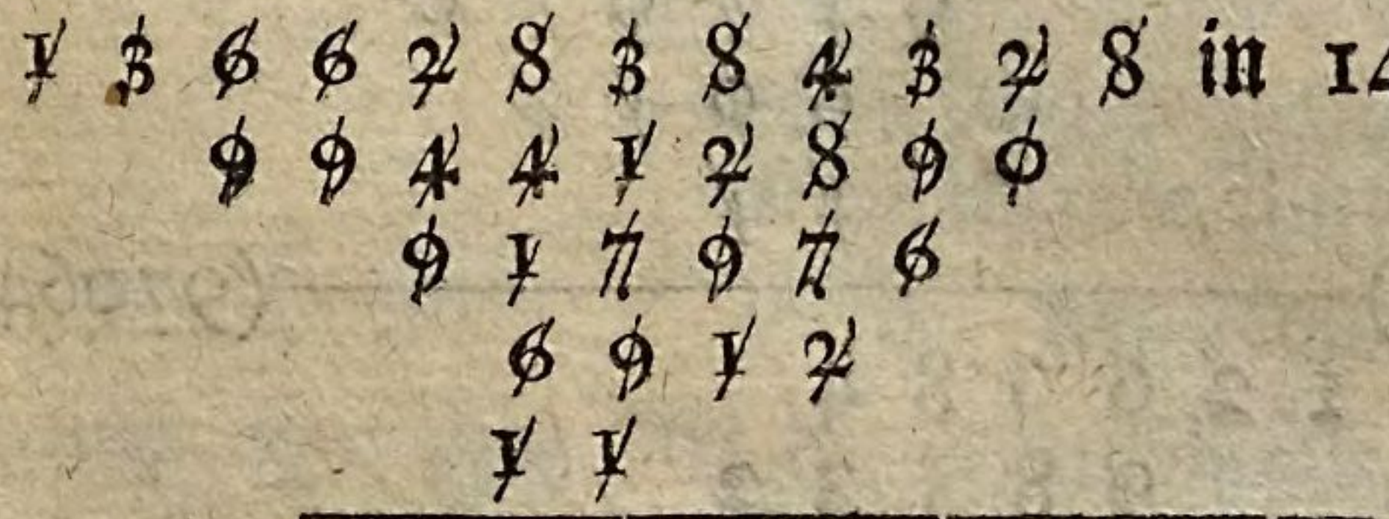
2) Lasset etwas Raum unter den Dividendum.

3) Ziehet unter dem Raum eine Linie.

4) Setzet den Divisorem forn unter die Linie in eine Klammer.

5) Machet es sonst wie vorhin, nur daß ihr die Reste unter den Dividendum schreibt.

6) Das Quotum schreibt unter die Linie zur lincken Hand des Divisoris, und füget dabey unter den Divisorem eine 1, vermittelst des Wörtleins: in, das Exempel stehet auf diese Weise also:



14076) 9 7 0 6 4 7 8 in 1

Diese Weise mit Vortheil in Schreiben.

§. 9. Andere geben diese Art im dividiren, um viel Schreibens zu erspahren, zu gebrauchen, folgende Reguln.

1) Schreibet den Divisorem zur Lincken des Dividendi.

2) Ziehet unter den Divisorem einen Strich den Quotienten darunter zu setzen.

3) Machet unter die hinterste Ziffer des ersten Dividui, ihm von den andern zu unterscheiden einen Punct.

4) Nachdem ihr aus dem ersten Dividuo den Quotienten genommen, schreibet den Rest darunter.

5) Und so fahret fort mit den übrigen Dividuis, bis zu Ende, stehet das Exempel, wie folget:

14076 der Divisor 136628384328

9706478

9944·····

9112····

6098···

10979··

112608

Diese Weise noch anders.

Oder: man schreibet die Abzüge nach Portugiesischer Weise unter die Linie, den Divisorem forne vor die Linie zur Lincken, und das Quotum hinten zur rechten Hand, so stehet das Exempel also:

14076)——————————————————(9706478

1 2 6 6 8 4

9 8 5 3 2

8 4 4 5 6

5 6 3 0 4

9 8 5 3 2

1 1 2 6 0 8 diese Abzuge

addiret, ist 1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8

Bringet den vorigen Dividendum. Oder: man schreibet die Reste unter einander, wie oben §. 8. geschehen, stehet das Exempel also:

Divis. 1 4 0 7 6

Quot. 9 7 0 6 4 7 8

9 mal 14076, ist 126684, von 136628, bleiben 9944.
7 mal 14076, ist 98532, von 99443, bleiben 911.
6 mal 14076, ist 84456, von 91184, bleiben 6728.
4 mal 14076, ist 56304, von 67783, bleiben 10979.
7 mal 14076, ist 98532, von 109792, bleiben 11260.
8 mal 14076, ist 112608, von 112608, bleibet nichts.

Wenn man nach dieser Anweisung das Exempel auf folgende Weise aufschreibet:

14076 Divis.) 136628384328 (9706478 Quotum
126684 ersterer Abzug.

99443 ersterer Rest.
98532 anderer Abzug.

91184 anderer Rest.
84456 dritter Abzug.

67283 dritter Rest.
56304 vierdter Abzug.

109792 vierdter Rest.
98532 fünfter Abzug.

112608 fünfter Rest.
112608 letzterer Abzug.

0 das Relict.

so nennet man diese Art die Frantzösische. Wobey zu mercken, daß die Abzüge zusammen addiret, den Dividendum geben, und wird von einigen angegeben, als eine Probe, ob das Exempel recht gemacht. Wiewol Herr Abraham Diepenbeck in seiner Wiskonstigen Rekenkonst p. 29. diese Art zu probiren verwirfft,

weil

weil sie zwar beweiset, daß man in der Division recht abgezogen, aber nicht darthut, daß man die rechten Abzuge gefunden; denn es kann aus der Addition solcher Abzüge die Zahl des Dividendi kommen, ob schon das Exempel nicht recht dividiret ist. Zum Exempel, dividiret:

6 4 5 6 8 in 29
6 4 1 3

29) 5 8 (1 3 (2205
6 4
1 5 5

6 4 5 6 8

Kommt der Dividendus durch Addition der Abzüge wieder, und nichts destoweniger ist doch der andere und dritte Abzug falsch, und das Exempel unrecht dividiret. Es ist darum dieser Art zu probiren nicht zu trauen.

Die dritte Art zu dividiren. Erster Fall.

§. 11. Die dritte Art zu dividiren, geschiehet durch Zerstreuung des Divisoris in seine Partes. Wo man 2 Fälle zu distinguiren, nemlich: es ist der Divisor entweder ein Numerus compositus, oder: er bestehet aus einer Prim-Zahl. Ist der Divisor ein Numerus compositus, so ist zuforderst darauf zu sehen, ob er aus solchen Theilen zusammen gesetzt, die nicht über 10 sind, und wo solches sich findet, so handelt man damit nachfolgender Regul.

1) Schreibet die zum dividiren gegebene Zahlen vor euch, daß der Dividendus forne zur lincken Hand, und der Divisor hinten zur rechten Hand gesetzt werde. Schreibet dazwischen das Wörtlein: in.

2) Sehet zu in wie viel Theile, welche aus gantzen Zahlen bestehen müssen, der Divisor zerlegt werden kan,

oder:

oder: wie viel partes aliquotas er habe, so daß die Theile nicht über 10 sind.

3) Ziehet einen Strich unter die gegebene Zahl.

4) Schreibet den größten Theil des Divisoris vor die Linie in eine Klammer.

5) Theilet den Dividendum in die Zahl, so vor der Linie stehet, von der Lincken zu der Rechten, und was heraus kömt, schreibet unter den Dividendum, unter die Linie.

6) Desgleichen thut mit dem Divisore.

7) Mit den übrigen Theilen, oder: partibus aliquotis des Divisoris, dividiret ferner die aus den Dividendo und Divisore in der vorigen Operation hervorgebrachte Quota, bis unter dem Divisorem 1 zu stehen kommt.

8) Wenn zuletzt unter dem Divisore 1 erscheinet, so ist die Zahl, so ist die Zahl die unter den Dividendum zu stehen kommt, das gesuchte Quotum.

Wir wollen es mit einem Exempel erläutern.

Dividiret 186084 in 108

9) 20676 in 12

6) 3446 in 2

2) 1723 in 1

Oder: wenn man den Divisorem 108 in andere partes aliquotas, nemlich: 9. 4. 3. zerstreuet, so stehet das Exempel, wie folget:

186084 in 108

9) 20676 in 12

4) 5169 in 3

3) 1723 in 1

Oder:

Oder: er kann auch zerfället werden in 6. 6. 3. so stehet das Exempel folgender gestalt

	1	8	6	0	8	4	in	1 0 8
6)	3	1	0	1	4		in	1 8
6)		5	1	6	9		in	3
3)			1	7	2	3	in	1

Schreibet die gegebene Zahl vor euch, nach der ersten Regul. Sehet nach der andern Regul zu, in wie viel einfache Theile in gantzen Zahlen, oder: partes aliquotas der Divisor könne zerlegt werden. Da findet sich das 108 könne zerlegt werden, entweder in 9. 6. 2, oder: in 9. 4 3, oder: in 6. 6. und 3. Ziehet einen Strich unter die gegebene Zahlen, nach der 3ten Regul. Schreibet den grösten Theil des Divisoris vor die Linie in eine Klammer, ist in der ersten und andern Operation 9, in der dritten 6, nach der 4ten Regul. Nach der 5ten Regul theilet den Dividendum in die Zahl des Theils, so vor der Linie stehet, von der Lincken zu der Rechten, und sprechet: 9 in die 18 hab ich 2mal, 2mal 9 ist 18, 18 von 18 gehet auf. Und so gehet alle Ziffern des Dividendi durch kommet 20676. Setzet solches unter den Dividendum. Theilet auch 108 in 9, kommet 12. Solches schreibet unter den Divisorem, nach der 5ten und 6ten Regul. Darunter ziehet abermal einen Strich, und nehmet den andern Theil des Divisoris, ist in der ersten Operation 6, in der andern 4, und in der dritten 6. Schreibet ihn wieder forne vor die Linie, in eine Klammer. Theilet damit die Quota, so aus der Division mit der 9 entstanden, nemlich: 20676 und 12, so kommt 3446 und 2. Solches theilet durch den letzten Theil 2, kommet 1723 und 1. Weil Weil nun unter dem Divisore 1 stehet, ist 1723 das Quotum, welches gesucht.

Der

Der dritten Art ander Fall.

§. 12. Ist aber der Numerus compositus des Divisoris aus Einern, und aus einer Prim-Zahl, so Zehner, oder: Hunderter übersteiget, zusammen gesetzt, so zerfället ihn in so viel Einer, als es geschehen kann, bis sich zuletzt die gedachte Prim-Zahl zeiget. Mit den gefundenen kleinern partibus aliquotis operiret, wie in den vorigen §. gelehret. Und die herausgebrachte Quota dividiret durch die grosse Prim-Zahl, wie bey den erstern Arten gewiesen. Man dividire z. E.

1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8 in 14076

9) 1 5 1 8 0 9 3 1 5 9 2 in 1564

4) ⅜ ⅞ ⅝ ⅝ ¾ ⅜ ¾ ⅜ ⅝ ⅜ in 391
¾ ⅞ ⅚ ⅝ ⅜ ⅚ ⅘ ¾
¾ ⅞ ⅚ ⅜ ⅚ ¼
¾ ⅞ ⅜ ⅝ ⅞
⅜

391) 9 7 0 6 4 7 8 in 1

So findet sich zuletzt der oben gefundene Quotient. Weil man bey den unterstẽ Quotis 3795232898 in 391, mit fernerer Zerstreuung in einzelne Partes nicht weiter fortkomẽn kann, hat man mit solchen verfahren, wie oben gewiesen. Oder: da 391 ein Numerus compositus aus 17 und 25 ist, so dividiret man die Quotienten in 17, und diese Quota in 25, stehet also:

⅜ ⅞ ⅝ ⅝ ¾ ⅜ ¾ ⅜ ⅝ ⅜ in 391
⅜ ⅝ ¼ ⅜ ⅝ ⅚ ⅝ ⅚
⅞ ⅞ ⅞

17) ¾ ¾ ⅜ ¾ ¼ ⅜ ⅝ ⅝ ¼ in 23
⅞ ⅚ ⅞ ⅞ ⅝ ⅞ ⅜
⅞ ⅞

23) 9 7 0 6 4 7 8 in 1

Der

Der dritte Fall der dritten Art, da der Divisor eine Prim-Zahl.

§. 13. Eine gegebene Zahl kann auch wol durch Zerstreuung in eine andere dividiret werden, ob der Divisor gleich eine Prim-Zahl ist. Denn wie das Product zweyer gegebenen Zahlen sich ergiebt, wenn man zu der Prim-Zahl so viel Unitæten hinzu thut, oder: so viel Unitæten davon nimt, bis man einen Numerum compositum, so in lauter Einer theibahr, erreichet, und von dem Producte den Multiplicandum so viel mal abziehet, als die Differentz zwischen den gegebenen und genommenen Multiplicatore austräget, oder: zu denselben so vielfach addiret, als man Unitæten von den gegebenen Multiplicatore genommen: also muß man auch den Divisorem durch so viel Unitæten aufsteigen lassen, oder: so vielmal davon nehmen, bis man eine in einfache Theile theilbahre Zahl bekömmt. Wenn man also mit dem Divisore gestiegen, verfertiget man die Exempel nach folgender Regul.

1) Wenn ihr eine in lauter Einer theilbahre Zahl gefunden, so dividiret den Dividendum in alle partes aliquotas derselben.

2) Und weil dieser Quotiente so viel Unitæten mehr aus dem Dividendo nimt, als der gegebene Divisor von dem genommenen Divisore unterschieden, so multipliciret ihn mit der Differentz, so sich zwischen der gegebenen und angenommenen Zahl findet, und dividiret.

2) Das Product in dem gegebenen Divisorem, und addiret solches zu dem gefundenen Quotienten, so habet ihr die gesuchte Zahl, als:

dividiret	6 0 0	in	109
stehet also:	6 0 0	in	120
10)	6 0	in	12
6)	1 0	in	2
2)	5	in	1

Die-

Dieses ist der Quotient, wen 600 in 120 dividiret wird. Nun aber sollen 600 in 109 dividiret werden. Derowegen suchet die Differentz zwischen 109 und 120, ist 11. Solche multipliciret mit dem Quotienten von 120, das ist 5, ist 55. Dividiret solche in den gegebenen Divisorem 109, bringet $\frac{55}{109}$. Diese addiret zu dem Quotienten 5, ist der wahre Quotient $5\frac{55}{109}$. Oder: steiget mit dem gegebenen Divisore 109 hinauf, bis 112, und dividiret mit dessen partibus aliquotis 8. 7. 2. den Dividendum 600, wie folget:

	600	in	112
8)	75	in	14
7)	$10\frac{5}{7}$	in	2
2)	$5\frac{5}{14}$	in	1

Diese $5\frac{5}{14}$ multipliciret mit der Differentz zwischen 109 und 112, daß ist 3, kommt zum Producte $16\frac{1}{14}$. Solche in 109 dividiret, bringet $\frac{225}{1526}$, diese zu $5\frac{5}{14}$ addiret bringet $5\frac{770}{1526} — 5\frac{55}{109}$.

Will man aber eine theilbahre Zahl substituiren, die geringer, als der gegebene Divisor, so werden dem Dividendo so viel Unitætē mehr gelassen, als die Differentz zwischen den gegebenen und substituirten Divisore bringet. Darum wird der Quotient von dem substituirten Divisore mit der Differentz von dem gegebenen Divisore multipliciret, das Product in den gegebenen Divisorem dividiret, und was kömmt, solches subtrahiret man von dem gefundenen Quotienten, so kömt der rechte Quotient. z. E. dividiret 600 in 109. Steiget herunter bis 100, das ist: 109—9. Darum dividiret 600 in 100, wie folget:

	600	in	100
100)	6	in	1

Diese 6 multipliciret mit der Differentz zwischen 109 und 100, ist 9, kommen 54. Solche in 109 dividiret, kommet $\frac{54}{109}$. Dieses von 6 subtrahiret, bleibet $5\frac{55}{109}$, der wahre Quotient.

Oder: nehmet an statt 109 der theilbahren Zahl 108 ihre partes aliquotas, sind 9. 6. 2, und dividiret damit 600, wie folget:

600 in 108

9) $66\frac{2}{3}$ in 12

6) $11\frac{1}{9}$ in 2

2) $5\frac{5}{9}$ in 1

Diese $5\frac{5}{9}$ multipliciret mit der Differentz zwischen dem gegebenen und substituirten Divisore, das ist 1, bleiben $5\frac{5}{9}$, solche dividiret in 109, sind $\frac{50}{981}$, und subtrahiret diesen Quotienten von dem Quotienten $5\frac{5}{9}$, bleiben $5\frac{495}{981} = 5\frac{55}{109}$, der wahre Quotient.

Anmerckung.

Daß eine Zahl durch Zerstreuung der Partium des Divisoris, so aus einer Prim-Zahl bestehet, zu dividiren möglich sey, erhellet aus diesen Exempeln. Doch ist die Arbeit so beschaffen, daß derjenige, so sie practiciren will, in Brüchen erfahren seyn muß. Uberdem mögte diese Art nur bey den Exempeln einen Vortheil haben, wo man eine solche Zahl substituiren kann, worin der Dividendus aufgehet. Dahero ist sie mehr die Curiosität zu vergnügen, als zur Imitation vorgestellet.

Die vierdte Art zu Dividiren.

§. 14. Die vierdte Art zu dividiren wollen wir hier beyfügen. Wie nemlich eine Prim-Zahl in die andere, durch eine Art der Zerfällung in die Numeros des Divi

soris

soris zu dividiren ist. Wie diese nun anzustellen, lehret folgende Regul:

1) Schreibet den Dividendum forne zur Lincken, und setzet vermittelst des Wörtleins in, den Divisorem darneben zur Rechten.

2) Ziehet, den Quotienten von den gegebenen Zahlen zu unterscheiden, einen Strich hinter den Divisorem von oben herunter.

3) Schreibet an statt des Quotienten, hinter den Strich bey den Divisorem eine 1.

4) Wenn der Dividendus aus mehr Figuren, als der Divisor bestehet, so schreibet bey die 1 so viel Nullen, als Zahlen im Dividendo übrig bleiben.

5) Nehmet den Divisorem in den Dividendum, und fanget an von der lincken zur rechten Seite, und schreibet das Quotum mit eben so viel Nullen, als bey der 1 hinter dem Strich stehen, unter eine unter die 1 gezogene Linie.

6) Multipliciret den Quotienten und die beygefügten Nullen mit dem Divisore.

7) Das Product subtrahiret vom Dividendo.

8) In den Rest nehmet wieder den Divisorem.

9) Was ihr genommen, schreibet unter den ersten Quotienten, jedoch, daß ihr allezeit eine Nulle weniger dran henget, wie vorhin.

10) Das Product dieser Zahl in dem Divisorem, ziehet von dem letzten Reste des Dividendi.

11) Wenn ihr Nullen nehmen müsset, so rücket den folgenden Quotienten zwey Stätten weiter zurücke, und lasset zwey Nullen fehlen.

12) Wenn ihr alle Zahlen des Dividendi durchgenommen, und sich bey den letzten Abzuge eine Nulle zeiget, so ist das Exempel gerade aufgangen.

13) Bleibet bey dem letzten Abzuge was übrig, so ist solches das Relict, so mit dem Divisore in einem

Bruch zu setzen. Endlich addiret die Quotienten. Z. E. 17731980 in 931, stehet also:

17731980	in	931	10000
9310000		9310000	10000
8421980		8379000	9000
8379000		37240	40
42980		5586	6
37240			19046 der Quotus.
5740			
5586			
154 das Relict.			

Man hat nach der ersten Regul den Dividendum foran gesetzt, und den Divisorem mit dem Wörtlein: in, dabey gefüget. Hinter den von oben herunter gezogenen Strich hat man eine 1 geschrieben, und weil im Dividendo vier Figuren mehr, als im Divisore; so hat man 4 Nullen bey die 1 geschrieben, nach der 2ten, 3ten und 4ten Regul. Darauf hat man den Divisorem in den Dividendum genommen und gesagt: 9 in die 17 habe ich einmal. Solche 1 ist unter die Linie gesetzt, und sind ihr 4 Nullen beygefüget, weil bey der obersten 1 vier Nullen zu finden. Solche 10000 mit 931 dem Divisore multipliciret, war 9310000. Diese Zahl vom Dividendo 17731980 subtrahiret, blieb der Rest 8421980, nach der 7ten Regul.

In diesen Rest hat man den Divisorem wieder genommen und gesagt: 9 in 84 habe ich 9 mal, nach der 8ten Regul.

Was man genommen unter den Quotienten um eine Stätte zurücke und mit einer Nulla weniger geschrieben, und mit diesen 9000 den Divisorem multipliciret. Wo man Nulle genommen, hat man hernach

den

den folgenden Quotienten: 4, zwey Stätten zrück gerücket, und nur eine Nulla dabey geschrieben.

Endlich hat man alle Quotienten addiret, und gefunden 19046, und bey Subtraction des letzten Abzuges sind blieben: 154, so mit 931 in einen Bruch gesetzet, und den Quotienten in gantzen Zahlen beygefüget, daß also das wahre Quotum gewesen: $19046\frac{154}{931}$.

Noch eine andere Art der Zerfällung.

§. 15. Man kann auch ein Divisions-Exempel folgender gestalt verfertigen. (1) Man zerfället den Dividendum in unterschiedliche partes aliquantas, solchergestalt, daß der kleinere Pars allezeit in dem nächstfolgenden grössern durch eine Zahl, die nicht über 10 sich beläufft, auffgehe. Sodann (2) dividiret man den kleinesten partem aliquantam durch den gegebenen Divisorem. Und (3) den Quotienten multipliciret man durch die Zahl, welche hervorgebracht wird, wenn man den nächstfolgenden grössern partem, durch den kleinesten dividiret, oder: durch ihren Denominatorem. Dieser gefundene Quotient wird (4) wiederum mit den Denominatore des andern, und eines nachfolgenden grössern partis multipliciret, u. s. f. Endlich (5) addiret alle bisher gefundene Quotienten, so zeiget sich der gesuchte gantze Quotiens. z. E. Man soll dividiren 1732 mit 13, so steigen die partes aliquantæ des Dividendi in solcher Proportion auf, 2. 10. 20. 100. 600, und 1000, und ist der Denominator von 10: 2 = 5, von 20: 10 = 2, von 100: 20 = 5, von 600: 100 = 6, von 1000: 100 = 10. Derowegen nimt erstlich 13 in die 2, ist $\frac{2}{13}$, solche multipliciret man mit 5, ist $\frac{10}{13}$, solche mit 2, ist $1\frac{7}{13}$, solche wieder mit 5, ist $7\frac{9}{13}$ solche mit 6, ist $46\frac{2}{13}$, und weil endlich 1000 zehnmal so viel als 100, so multipliciret $7\frac{9}{13}$ mit 10, kommen $76\frac{12}{13}$. Diese Zahlen $\frac{2}{13} + \frac{10}{13} + 1\frac{7}{13} + 7\frac{9}{13} + 46\frac{2}{13} + 76\frac{12}{13}$ addiret

man, und $133\frac{3}{13}$ ist der wahre Quotient von 1732, in 13 dividiret. Denn der Divisor der heraus kommt, wenn man den grössern partem aliquantam dividiret, muß denjenigen, der heraus kömmt, wenn man den kleinesten dividiret, so viel mal in sich begreiffen, als der grössere Pars den kleinern in sich fasset. Wenn man also den kleinesten partem aliquantam nach der andern Regel dividiret, so muß man nach der dritten Regul denselben mit den Denominatore des ersten und andern partis aliquantæ multipliciren, wenn man den Quotienten des foldenden Partis haben will. W. Z. E. und z. E. Das Exempel stehet, wie folget.

1732			in	13
13	in	2	ist	$\frac{2}{13}$
		10	—	$\frac{10}{13}$
		20	—	$1\frac{7}{13}$
		100	—	$7\frac{9}{13}$
		600	—	$46\frac{2}{13}$
		1000	—	$76\frac{12}{13}$
Summa		1732	—	$133\frac{3}{13}$

Der Vortheil den man von dieser Art zu dividiren hat, mag nicht sonderlich seyn.

Wie der Divisor 11 einen Vortheil in der Division geben kann.

§. 16. Einen Vortheil in der Division können auch besondere Zahlen an die Hand geben. z. E. Wenn 11 der Divisor ist, so kann man so leicht damit fertig werden, als mit einer eintzeln Ziffer. z. E. Man soll 78965 mit 11 dividiren, so sagt man: 11 in 78, habe ich 7, und: 7 mal 11, ist 77, bleibet 1. Ferner, 11 in die 19, habe ich 1 mal, bleiben 8. Ferner, 11 in 86, habe ich 7 mal, bleiben 9. Und endlich 11 in die 98, habe ich 8 mal, bleiben 7, das Relict.

Wie

Wie zu verfahren, mit den die Numeros simplices durch unitates theilende Zahlen.

§. 17. Ferner kann man mit Vortheil dividiren, so der Divisor ein Theil aus einem Numero simplici ist: denn so multipliciret man den Dividendum mit des Bruches Nenner, und dividiret das Product durch den Numerum simplicem. z. E. Man soll 9876450 dividiren in 125. Wenn nun 125 aus $1000\frac{1}{8}$ ist, so multipliciret 9876450 mit 8, und dividiret das Product in 1000, das ist: schneidet am Ende davon 3 Ziffern ab, so geben die übrigen den Quotienten, und die abgeschnittene Zahlen das Relict. Stehet also:

9 8 7 6 4 5 0 (8
7 9 0 1 1 1 6 0 0

Davon schneidet 600 ab, so ist 790111 der Quotient; und $\frac{600}{1000}$, oder: $\frac{3}{5}$ das Relict.

Wie zu verfahren, wenn der Divisor durch eine eintzelne Zahl von einem Numero simplici differiret.

§. 18. Weil auch dem Dividendo, dadurch so viel mehr abgehet, als ihm abgehen sollte, wenn man, anstatt daß man ihn mit den gegebenen Divisore dividiren sollte, mit einer grössern Zahl denselben dividiret; solches aber dem Dividendo wieder zurück gegeben wird, wenn man das Quotum mit der Distanz dazu thut, und damit so lange continuiret, bis der Rest kleiner, als der Divisor, so folget: daß man sich einen Vortheil in der Division schaffen könne, wenn die Zahl des Divisoris also beschaffen, daß er denen simplen Zahlen: 100, 1000, 10000 so nahe kömmt, daß die Differentz höchstens 11 sey. Denn so dividiret man

1) den Dividendum in die eintzelne Zahl, und behält so viel Zahlen hintern Abschnitte, als die simple Zahl Nullen hat.

2) Multipliciret man den kommenden Quotienten,

das ist: die Zahl, so zur lincken des Abschnittes stehet, mit der Differentz zwischen dem gegebenen Divisore und der genommenen Zahl, und setzet das Product ordentlich unter den Dividendum zur rechten. Wenn

3) dieses Product so groß, daß es über den Abschnitt zur Lincken gelanget, so multipliciret man was zur lincken des Abschnittes zu stehen gekommen, abermal mit der Differentz; setzet das Product auf vorige Weise abermal darunter, und continuiret damit so lange, bis zu letzt nichts mehr zur lincken des Abschnittes zu stehen, kommet.

4) Addiret man die Zahlen, so, wie sie unter einander stehen, so kömmt der Quotient zur Lincken, und der Rest zur Rechten des Abschnittes. Wenn man nun angegebner massen diese Posten addiret hat, und findet, daß in der letzten Classe vor dem Abschnitt eine Zahl zum Aggregat hervorgebracht wird, die über 9, oder: die aus einen Einer und Zehner, oder: einen Zehner bestehet, so: daß man eine, oder mehr Unitæten, um selbe zum Aggregat der ersten Classe, nach den Abschnitte lincker Hands, zu addiren, in mente behalten muß, so multipliciret man

5) mit diesen zur folgenden Classe genommenen Unitæten nochmals die Differentz des gegebenen und angenommenen Divisoris, und addiret das Product noch zu den vorhin gefundenen Aggregato: es kann hievon folgendes Exempel nachgesehen werden.

Exemplum.

Dividiret 1764987 in 991, 1000 — 9: so bleiben 1764 vor den Abschnitt zur lincken Hand; 987 aber kommen hintern Abschnitt zur rechten Hand zu stehen. Hierauf multipliciret man 1764 mit 9, als der Differentz, und setzet das Product 15876 unter den gegebenen Dividendum, so, wie man in addiren die Posten unter einander zu setzen, gewiesen, so kommen 876 hin-

tern

tern Abschnitt zur Rechten, und 15 vor den Abschnitt zur Lincken zu stehen. Diese 15, so vor den Abschnitt rechter Hand zu stehen gekommen, werden wieder mit 9 multipliciret, und das Factum: 135 wird wieder unter die vorigen Posten geschrieben, und weil es nur aus 3 Ziffern bestehet, so kömts gantz hinter den Abschnit rechter Hand zu stehen. Weil man aber in der Summation dieser drey Posten gefunden, daß in der Reche der Hunderter 19 zum Aggregat erschienen, daß man also eine 1 bis auf die Stelle der Tausender behalten müssen, so hat man noch ein mal 9 zum vorigen Posten gethan. Weil man aber auch gesehen, daß durch die Zusetzung dieser 9 die Zahl 998 so heran gewachsen, daß daraus 1007 geworden, und man also noch einmal eine Unitatem zu der Classe der Tausenden nehmen müssen, so hat man die 9 noch einmal zu den gefundenen Residuo gethan, und also das rechte Residium 16 gefunden.

1764	987
15	876
	135
1780	998
	9
1781	007 †9 = 16.

Wie Herr Weigel in dieser Art Exempel zu verfahren angewiesen.

§. 19. Herr Erhardus Weigelius in Idæa Matheseos universæ hat sich in dergleichen Fällen dieses Vortheils gebrauchet, daß er einen Numerum simplicem † so viel Unitæten zum Divisore angenommen, als den gegebenen Divisori fehleten, ehe er den Numerum simplicem erreichte, und mit diesen angenommenen Numero simplice und addirten Unitæten die Division

verrichtet, also, daß er das Factum der ersten Ziffer des Divisoris in den gefundenen Quotienten von dem Dividendo abgezogen, und das Factum der letzten dazu addiret. z. E. Dividiret 336478 in 998, stehet also:

1002)	3	3	6	4	7	8	337 $\frac{152}{998}$
			7	0	3	2	
				1	5		

Hier ist an statt 998 zum Divisore genommen: 1002, weil 998 zwey weniger, als 1000 ist. Und man spricht: 1 in die 3 kann ich haben, 3 mal, ein mal ist 3, 3 von 3 gehet auf, 2 mal 3 ist 6, 6 und 4 ist 10, und stehet die Nulla unter der 4, 1 ist zu der vorhergehenden 6 addiret, machte 7. Diese Art zu dividiren, nennet er: Divisionem per Vicarium, und wird durch die Addition des Facti wieder ersetzet, was der Divisor vicarius nach seiner Grösse zu viel wegnehmen würde. Welches auch der Grund zu dieser Art zu dividiren. Um sich in dieser Division zu üben, habe folgende Exempel beyfügen wollen.

Dividiret	1	5	7	6	1	2	in			9	1
	8	9	7	0	0	0	in			9	7
	9	4	3	7	6	4	5	in		9	9	9
	4	8	6	5	3	4	0	7	in	9	9	9	5
	6	5	4	8	7	6	5	3	2	in	9	9	9	9	2

Eine aus vorigen fliessende besondere Art.

§. Hieraus folget, daß man auf eben die Weise verfahren könne, wen die Zahl des Divisoris also beschaffen, daß sie von einer angewachsenen simpeln Zahl nicht weiter als bis 11 unterschieden. Mit solcher Zahl verfähret man nach folgender Regul.

1) Man dividiret den Dividendum durch die angenommene Zahl, und schneidet von selbigen so viel Ziffern ab, als die simpele angenomene Zahl Nullen hat,

und

setzet dabey zum Reste, was in der Division mit der geltenden Ziffer der angewachsenen simpeln Zahl übergeblieben.

2) Was vor dem Abschnitte stehet, multipliciret man mit der Differentz-Zahl zwischen der gegebenen und substituirten Zahl, und addiret solches zum Reste.

3) Die Summa, nachdem man wieder so viel Ziffern abgeschnitten, als der angenommene Numerus o hat, dividiret man durch der substituirten Zahl geltende Ziffern, und schreibet das Quotum zu dem ersten Quotienten, den Rest aber behält man a part. Und wenn denn (4) die Summa des Restes, und des duplirten letzt gefundenen Quotienten nicht mehr kann dividiret werden, so addiret man alle Zahlen des Quotienten, solche geben den gesuchten gantzen Quotienten, und das Duplum des letzt gefundenen quotientis partialis, und letzten Restes das Relict.

Dividiret nemlich: 284 in 18, oder: 20–2. Theilet 284 in 20, kommt 14, und in Reste 4; den Quotienten 14 multipliciret mit der Differentz-Zahl 2, sind 28. Solche addiret zum Reste 4, sind 32. Diese 32 dividiret in 20, kommet 1. Diese wird zum Quotienten 14 addiret, ist 15, und es bleibt 12 zum Reste. Endlich wird der Quotient 1 mit der Differentz multipliciret, sind 2, und solche zu dem Reste addiret, macht 14. Ist also in diesem Exempel der Quotiens 15, und der Rest 14. Das Exempel stehet also:

```
20-2) 28 | 4
      14 | 4
       2 |
      ---
      28
       4
      ---
20-2) 3 | 2
      ---   ---
      1 | 12
      2
      ---   ---
      2
     12
     --
     14
```

Wenn aber zuletzt ein Rest übrig bleibet, so so groß, als der gegebene Divisor, so ist es ein Zeichen, daß noch 1 zum gefundenen Quotienten müsse addiret werden, und daß das Exempel aufgehe. e. g.

```
20-2) 28 | 8
      14 | 8
       2 |
      ---
      28
       8
      ---
20-2) 3 | 6
      ---
      1 | 16
      2 |
      ---
      2
     16
     --
     18
```

Zur Ubung mögen hiebey folgende Exempla dienen.

Divi-

Dividiret 22399 in 13
1789473 in 29
4765866 in 67
13486541 in 191
48376459 in 7997

Wie diese Art ferner anzubringen.

§. 21. Ferner kan man diese Art zu dividiren anbringen, wenn der Divisor eine Zahl, so ein Theil in einzelnen Zahlen aus einer andern Zahl ist, die einem Numero simplici so nahe kömmt, daß die Differentz nicht über 11 ist. Denn alsdenn multipliciret man den Dividendum in des Bruchs Nenner, und verfähret mit dem Producte, wie bey vorigen Exempeln. z. E.

Dividiret 178947 in 149. Da nun 149 die Helfte von 298, die von 300 auf 2 differiret, so multipliciret 178947 mit 2, ist 357894, und dividiret solches durch 300 † 2. Denn da der *Divisor* und Dividendus durch gleiche Zahl vergrössert worden, behalten sie ihre vorige Verhältniß gegen einander, und ist es also gleich, man dividire 178947 in 149, oder: 357894 in 300−2 = 298.

Exempla zur Ubung.

Dividiret: 1965896 in 147
6854978 in 127
87654879 6 in 174

Noch eine Art zu dividiren in besondern Zahlen.

§. 22. So gibt es auch einen besondern Vortheil in dividiren, wenn der *Divisor* also beschaffen, daß das Complement, oder: die Zahl, welche man noch zu ihm addiren muß, wenn er die Grösse des nächsten Numeri simplicis erreichen soll, ein pars aliquota, der mit einen Einer zu exprimiren, von den gegebenen Divisore ist. Denn in diesen Fall darf man nur den *Dividendum*

durch

durch den Nenner des partis dividiren, den Quotienten zum Dividendo addiren, und das komende Aggregat durch denselben nächst grössern Numerum simplicem dividiren. ex g. Man soll 9648163 dividiren durch 875. Hier siehet man, daß 875 † 125 = 1000, oder: daß 125 das Complement, oder: die Zahl sey, welche an 875 noch fehlet, ehe sie bis auf 1000 steiget. Man siehet ferner, daß 125 der 7te Theil aus 875. Derohalben dividiret 9648163. durch 7, addiret den Quotienten zum Dividendo, und an statt 875, dividiret mit 1000. Denn weil man hier sowol zum Divisore, als: Dividendo jedes seinen partem septimam, und also: partes cognomines, addiret, so muß auch aus den Summis, wenn dieselben in einander dividiret werden, eben der Quotient kommen, der erschienen wäre, wenn man die Zahlen in einander dividiret hätte. Besehet folgendes Exempel:

			9	6	4	8	1	6	3
† 1/7			1	3	7	8	3	0	9
	1	1	0	2	6	4	7	2	
						1	0	0	0

Exempla zur Ubung.

Dividiret:

			9	8	7	6	5	in			1	5
		9	7	4	9	6	0	in			3	5
	8	4	7	6	9	3	2	in		2	2	5
1	7	9	8	0	4	3	2	in	1	7	5	0

Wie diese Art in einem andern Fall anzubringen.

§. 22. Was in vorigen Exempel durch die Addition verrichtet worden, kann auch durch die Subtraction zum Stande gebracht werden. Denn wenn der Divisor um so viel grösser, als ein nächst kleinerer Simplex, daß der Divisor durch den Uberschuß in einer einfachen

fachen Zahl aufgehet; so darf man nur, sowol den Divisorem, als Dividendum durch den Nenner des Theils dividiren, die heraus kommenden Quotienten von beyden abziehen, und die Division mit den Residuis verrichten. z. E. Dividiret 1768800 in 15, so ist die Differentz von 15 über 10, eben 5, so aus dem Divisore der dritte Theil, daher man aus dem *Dividendo* den dritten Theil nimt, solchen davon subtrahiret, und den Rest in 10 dividiret. Stehet das Exempel also:

1 7 6 8 8 0 0
÷ 1/3 5 8 9 6 0 0
1 1 7 9 2 0 0
10) 1 1 7 9 2 0 das Quotum

Exempla zur Ubung.

1 7 9 8 6 4 5 in 3 5
3 6 8 4 7 9 2 0 in 7 5
8 7 6 4 9 0 6 3 2 in 2 2 5
6 7 8 9 6 5 4 6 9 3 in 1 5 0 0

Wie auf den Fingern zu zählen, wie offt eine Zahl in die andere zu nehmen.

§. 24. Wir haben oben gesagt, daß man eine Zahl in die andere auf den Fingern nehmen kann, solches geschiehet auf folgende Weise. Wenn man zum Exempel nehmen soll: 2 in die 2, so hebet 2 Finger auf, und sehet, wie oft ihr davon 2 zählen könnet; Kann es nicht mehr als einmal geschehen, so sprechet: 2 in die 2, hab ich einmal. Wenn ihr 4 in die 10 nehmen sollet, so nehmet 10, oder: 2 mal fünff Finger, und sehet zu, wie oft ihr 4 Finger davon nehmen könnet, und da ihr findet, daß solches nicht 3 mal geschehen kann, so sprecht: 4 in die 10 kann ich haben 2 mal, und bleiben 2 über. Wenn ihr sagen sollt: wie vielmal ihr 8 in die 67 nehmen

men könnt, so zählet 5 Finger 12 mal, und 7 dazu, und sehet denn zu, wie oftmal ihr aus solchen 8 nehmen könnet; so werdet ihr finden, das solches nicht 9 mal geschehen könne, und sprechet also: 8 in 67 habe ich 8 mal, und bleiben übrig: 3.

Wie der Quotient aus den Ein mal Eins zu finden.

§. 25. Man siehet leicht, daß diese Art den Quotienten auf den Fingern zu suchen, sehr viel Nachdenckens erfodere und beschwerlich sey, und folglich es der ohnedem flüchtigen Jugend sehr leicht begegne, daß sie die unrechte Zahl finde. Derohalben lernet, wie ihr die Zahl, so ihr in die andere nehmen sollet, aus dem 1 mal 1 finden könnet. Suchet deswegen die Zahl des Dividendi in seinem Fache, oder: Classe. Ferner, die Zahl, darin ihr nehmen sollet, in den Producten; findet ihr solche, so ist die mittelste Zahl das Quotum. Findet ihr die Zahl darin ihr nehmen sollet nicht in den Producten, so zählet herunter, nnd nehmet in der Classe, darin der Divisor stehet, die Zahl, die dem Dividendo am nächsten ist, und die Zahl, die zwischen dem Product und dem Divisore stehet, ist dieselbe, die ihr nehmen sollet. z. E. Ihr sollet nehmen 7 in 63, so suchet die Classe, oder: das Fach, darin forne 7 stehet, darin findet sich zum Producte 63, wenn die 7, 9 mal genommen, darum sprecht: 7 in die 63 habe ich 9 mal. Oder: ihr sollet nehmen, 8 in die 70, da findet ihr 70 nicht in den Producten, die von 8 her ausgebracht werden, hingegen treffet ihr 64 an, so 70 am nächsten kommet, dabey stehet in der Mitte 8, darum sprechet: 8 in die 70 habe ich 8 mal, 8 mal 8, ist 64, von 70, bleiben 6, und so weiter. Fleißige Ubung lehret am besten, was man in dividiren nehmen soll.

Tabelle zum dividiren.

§. 26. Den Anfängern aber die Sache leichter

zu machen, wollen wir ein Täflein beyfügen, aus welchen zu sehen, was man in dividiren allezeit nehmen soll.

Täflein zum Dividiren. 1 in 1 hab ich 1 mal; und wenn 1 der Divisor, nehmet allezeit zum Quotienten den Dividendum.

2	in	2	hab ich	1	5	in	5	hab ich	1
2	in	4	—	2	5	in	10	—	2
2	in	6	—	3	5	in	15	—	3
2	in	8	—	4	5	in	20	—	4
2	in	10	—	5	4	in	25	—	5
2	in	12	—	6	5	in	30	—	6
2	in	14	—	7	5	in	35	—	7
2	in	16	—	8	5	in	40	—	8
2	in	18	—	9	5	in	45	—	9
3	in	3	hab ich	1	6	in	6	hab ich	1
3	in	6	—	2	6	in	12	—	2
3	in	9	—	3	6	in	18	—	3
3	in	12	—	4	6	in	24	—	4
3	in	15	—	5	6	in	30	—	5
3	in	18	—	6	6	in	36	—	6
3	in	21	—	7	6	in	42	—	7
3	in	24	—	8	6	in	48	—	8
3	in	27	—	9	6	in	54	—	9
4	in	4	hab ich	1	7	in	7	hab ich	1
4	in	8	—	2	7	in	14	—	2
4	in	12	—	3	7	in	21	—	3
4	in	16	—	4	7	in	28	—	4
4	in	20	—	5	7	in	35	—	5
4	in	24	—	6	7	in	42	—	6
4	in	28	—	7	7	in	49	—	7
4	in	32	—	8	7	in	56	—	8
4	in	36	—	9	7	in	63	—	9

8 in	8	hab ich	1	9 in	9	hab ich	1
8 in	16	—	2	9 in	18	—	2
8 in	24	—	3	9 in	27	—	3
8 in	32	—	4	9 in	36	—	4
8 in	40	—	5	9 in	45	—	5
8 in	48	—	6	9 in	54	—	6
8 in	56	—	7	9 in	63	—	7
8 in	64	—	8	9 in	72	—	8
8 in	72	—	9	9 in	81	—	9

Bey diesen Täflein ist zu mercken, daß man so lange einmal nehmen muß, bis die Zahl so groß, daß man 2 mal nehmen kann; so lange 5 mal nehmen muß, bis die Zahl so groß, daß man 6 mal nehmen kann, und s. w. z. E. Ihr sollet nehmen 9 in die 16, da könnet ihr nicht 2 mal nehmen, darum sprecht: 9 in die 16 hab ich ein mal; ihr sollet nehmen 8 in 47, so könnt ihr nicht 6 mal nehmen, darum so sprecht: 8 in die 47 habe ich 5 mal, u. s. w.

Herr Ludolphi Art zu dividiren

Zu Vermeidung der Schwürigkeit, welche das Nachdencken verursachet, wie viel man zum Quoto nehmen soll, hat mehrgedachter Herr Ludolph auch eine Art gefunden, wie man ohne das Ein mal eins dividiren könne; er setzet davon folgende Reguln.

1) Schreibet den Dividendum vor euch, und machet hinter demselben einen Vertical-Strich.

2) Lasset hinten Raum den Quotienten dahin zu schreiben, und ziehet unter die Städte des Quotienten einen Horizontal-Strich an die Linie.

3) Schreibet unter den Strich den Divisorem, und dabey: 1; darunter das Duplum des Divisoris, und daneben: 2; ferner die helffte des 10fachen Divisoris, und dabey: 5; und endlich den Divisorem mit einer Nulla, dabey: 10.

4) Neh-

4) Nehmet so viel Ziffern von Dividendo, als der Divisor Figuren hat, und haltet sie gegen die unter den Horizontal - Strich geschriebene Producta des Divisoris.

5) Findet ihr ein Product, daß mit der Zahl des Dividendi überein kömmt, so ist die dabey stehende Zahl der Quotient. Findet ihrs nicht, so addiret zu den nechst kleinesten, ein, oder: mehr darüber stehende, bis eine solche Summa heraus kömmt, welche so beschaffen ist, daß sie der Zahl des Dividendi so nahe trete, daß der unterscheid unter derselben, und den Dividendo kleiner sey, als der Divisor, oder: daß sie demselben gleich sey. Oder: nehmet das nechst grössere Product, und subtrahiret den einfachen, oder: den doppelten Divisorem davon, bis ihr eine Zahl bekommet, so die eben jetzt-gedachte Eigenschafften an sich hat. Verfahret sodañ mit den hinter den Producten stehenden einzelnen Zahlen, eben so, wie mit den Producten, so bekommt ihr den Quotionten, welchen ihr, wie obgemeldet, über die Linie setzen müsset.

6) Das hinten gefundene Product des Divisoris subtrahiret von den Ziffern des Dividendi, darin ihr genommen habet.

7) Zu den überbliebenen setzet von Dividendo die nechstfolgende Ziffer zur rechten, und verfahret damit, wie vorhin.

8) Fahret damit fort, bis ihr alle Theile des Dividendi durchgangen, so wird sich endlich der gantze Quotient hervorthun.

Wir wollen diese Regul mit unsern Exempel erläutern.

```
1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8          9706478
1 2 6 6 8 4                    ---------
-----------                    14076 | 1
    9 9 4 4 3                  28152 | 2
    9 8 5 3 2                  70380 | 5
  -------------                140760| 10
        9 1 1 8 4
        8 4 4 5 6
      -----------
        6 7 2 8 3
        5 6 3 0 4
      -----------
      1 0 9 7 9 2
        9 8 5 3 2
      -------------
        1 1 2 6 0 8
        1 1 2 6 0 8
    ---------------
              0
```

Man hat den Dividendum vor sich geschrieben, und hinten einen Vertical-Strich gemacht, nach der ersten Regul. Hinten Raum gelassen, damit man den Quotienten dahin schreiben können, und unter die Stätte des Quotienten einen Strich in die Länge gezogen, nach der 2ten Regul. Den Divisorem nebst seinen duplo, quintuplo, und decuplo hat man unter den Strich gesetzt, und dabey geschrieben, 1, 2, 5, 10, nach der 3ten Regul. Man hat so viel Ziffern von Dividendo genommen, als der Divisor Ziffern hat, nemlich: 136628, und sie gehalten gegen den Divisorem, und gefunden, daß die Ziffern des Dividendi am nächsten überein kommen mit der 10fachen Zahl des Divisoris, wenn davon der einfache Divisor abgezogen worden. Man hat daher geschlossen, daß 9 des Quotienten erste Ziffer sey; solche hat man oben in den Raum des Quotienten gesetzt, nach der 4ten und 5ten Regul.

Von der 10fachen Zahl des Divisoris 140760, hat man den einfachen Divisorem subtrahiret, da den überbleiben: 126684. Solche hat man von den forderſten

Ziffern

Ziffern des Dividendi 136628 abgezogen, da den 9944 übrig blieben, nach der 6ten Regul.

Nach der 7ten Regul hat man die folgende Ziffer des Dividendi: 3 zu diesen Reste gesetzet war: 99443. Solche Zahl hat man gegen die hintern Strich stehenden Producta des Divisoris gehalten und gefunden, daß sie kleiner, als der 10fache Divisor, hingegen grösser, als der 5fache sey; dahero man das Duplum, und Quintuplum des Divisoris addiret, welches 98532 brachte. Solches von dem ersten Reste und der dazu genommenen Zahl des Dividendi abgenommen, ließ übrig: 911. Zu diesem Reste setzete man: 8, als die nächst folgende Zahl des Dividendi, und fand, daß des Divisoris einfache Zahl grösser, als: 9118; derowegen setzete man zu dem Quotienten 0, und setzte zu den vorigen Reste und der schon heruntergesetzten Zahl des Dividendi, die auf die voriges mal herunter gesetzte folgende Zahl des Dividendi: 4, worauf den der Dividendus partialis folgender war: 91184. Solche hielt man gegen die facta des Divisoris, und fand, daß sie am nächsten übereinkam, mit der 5fachen und 1fachen Zahl des Divisoris zusammen genommen, und derowegen setzete man zu dem Quotienten: 6, und verfuhr damit wie vorhin. So gieng man auch um mit den übrigen Ziffern des Dividendi, bis man sie bis zum Ende durchgenommen, und brachte auf diese Weise den gantzen gesuchten Quotienten heraus.

Herr Beutels Art zu dividiren.

§. 28. Es ist hier nicht zu vergessen die Art zu dividiren, so Herr Beutel in seinen verneuerten Hand-Büchlein p. 83. angewiesen, so ohn allen Zweifel die allerleichteste und netteste ist, und wird dieselbe sonst die Jndianische genannt. Sie wird aber nach folgenden Reguln verrichtet.

1) Richtet man sich ein Täflein auf, darin man den Divisorem einfach, zweyfach, dreyfach ꝛc. bis neunfach schreibet, welches durch blosse Addition geschehen kann, wenn man den Divisorem erst zu sich selbst addiret, und das Duplum erhält; zu diesen Duplo wieder den Divisorem addiret, und das Triplum hervor bringet, u. s. f. Welche Tafel man ein Tarif nennet. Bey den einfachen Divisorem setzet man 1, beym zweyfachen 2. ꝛc.

2) Nimt man die Zahl aus den Tarif, so mit den Ziffern des Dividendi, woraus man das Quotum nehmen soll, am nächsten überein kommen.

3) Die bey gedachter Zahl stehende Ziffer, welche anzeiget, wie vielfach in derselben der Divisor enthalten, nimt man zum Quotienten an.

4) Die Zahl selbst ziehet man von den angenommenen Zahlen des Dividendi ab, und an den Rest hänget man die folgende Ziffer des Dividendi.

5) Diese Operation continuiret man, bis man alle Ziffern des Dividendi durchgangen, so ist die Zahl funden, die man gesucht hat. Wir nehmen voriges Exempel: 136628384328 in 14076, und errichten zu erst den Tarif, und da der Divisor = 14076, so ist das Duplum desselben = 28152, das Triplum 42228, ꝛc. und stehet der Tarif mit beygesetzten Ziffern, welche anzeigen, wie oft der Divisor zu sich selbst genommen, folgender gestalt.

	1	4	0	7	6 = 1
	2	8	1	5	2 = 2
	4	2	2	2	8 = 3
	5	6	3	0	4 = 4
	7	0	3	8	0 = 5
	8	4	4	5	6 = 6
	9	8	5	3	2 = 7
1	1	2	6	0	8 = 8
1	2	6	6	8	4 = 9

Wenn

Wenn wir nun 14076 in die 136628 nehmen sollten, so kam mit derselben im Tarif am nächsten überein: 126684, welche Zahl wir suchen sollten, nach der 2ten Regul. Neben dieser Zahl stand zur Seiten die Zahl 9, solche nahmen wir zum Quoto, nach der 3ten Regul: und nach der 4ten Regul zogen wir das gefundene Multiplum des Divisoris, von den angenommenen Ziffern des Dividendi ab. Nachdem wir nun auf die Weise alle Ziffern des Dividendi durchgangen, so ist das Quotum funden, und stehet das Exempel also:

```
14076) 1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8 | 9706478
       1 2 6 6 8 4
       ---------
         9 9 4 4 3
         9 8 5 3 2
         ---------
           9 1 1 8 4
           8 4 4 5 6
           ---------
             6 7 2 8 3
             5 6 3 0 4
             ---------
             1 0 9 7 9 2
               9 8 5 3 2
               ---------
               1 1 2 6 0 8
               1 1 2 6 0 8
               -----------
                         0
```

Noch eine Art ohne Ein mal Eins zu dividiren.

§. 29. Ist der Divisor eine gerade Zahl, die sich halbiren läßt, kann ein Divisions-Exempel nach folgender Regul verfertiget werden.

1) Richtet ein Tarif, oder: Tabelle auf, und setzet die ganze Zahl des Divisoris — 1 die Helffte — halb 10, oder: 5, den 4ten Theil aber — $\frac{1}{4}$ 100, oder: 25, den 8ten Theil — $\frac{1}{8}$, tausend, oder: 125, den 16ten Theil — $\frac{1}{16}$, zehn tausend, oder: 625, $\frac{1}{4}$, den 32sten Theil — $\frac{1}{32}$ hundert tausend, oder: 3125, u. s. w. Stehet also:

1	—	1
$\frac{1}{2}$	—	0 5
$\frac{1}{4}$	—	0 2 5
$\frac{1}{8}$	—	0 1 2 5
$\frac{1}{16}$	—	0 0 6 2 5
$\frac{1}{32}$	—	0 0 3 1 2 5

2) Halbiret den Divisorem, so oft ihr könnet.

3) Schreibet den Divisorem nach seiner Helffte $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, bey die Zahlen des Tarifs, jegliches an seinen Ort.

4) Schreibet den Dividendum gleichfals vor euch, und ziehet unter denselben, und an dessen rechte Seite herunter einen Strich.

5) Fanget von forn an von dem Dividendo den Theil des Divisoris abzuziehen, der sich davon subtrahiren läßt.

6) Die Zahl, so in dem Tarif, oder: Tabelle, bey dem Theile des Theilers stehet, setzet unter die Linie.

7) Was ihr nicht vor die Quer-Linie schreiben könnet, solches schreibet dahinter.

8) Addiret die Zahlen unter dem Streiche zusammen.

9) So oben was überbleibet, setzet in einen Bruch mit dem Divisore.

10) So nach der Addition hinterm Quer-Strich einige Zahlen bleiben, so suchet solche in dem Tarif, und zwar in den Zahlen, so bey dem Theiler stehen.

11) Ist sie unter demselben, so nehmet den Theil, des Theilers, wo sie neben stehet, und thut sie zu der Zahl, so oben übrig blieben, und setzet sie mit dem Divisore in einen Bruch.

12) Ist sie nicht unter demselben, so suchet unter den Zahlen, so gegen dem Theiler überstehen, diejenige, in welche die überbliebene Zahl aufgehet, und dividiret damit diese übergebliebene Zahl.

13) Was

13) Was kommt, multipliciret mit dem Theile des Divisoris, so im Tarif bey der Zahl stehet, damit die übergebliebene Zahl dividiret, und damit ihr dividiret habet, und addiret es zu der Zahl, so oben übergeblieben. z. E. Dividiret 4385088 durch 96.

96	der gantze Divisor	1
48	der halbe —	05
24	das viertel —	025
12	das 8theil —	0125
6	das 16theil —	00625
3	das 32theil —	003125

Das Exempel.

✗	✗	✠		✗	✠	✠
✠	✠	✠	✠	✠	✠	✠

0	0	3	1	2	5	
	0	1	2	5		
		0	1	2	5	
		0	0	6	2	5
				0	5	
					0	2 | 5
						0 | 5
		4	5	6	7	8 | 0

Hier ist die erste Zahl 4, davon kann man 3 abnehmen, bleibet 1, solche schreibet man oben über die 4, und unter die Linie die Zahl, so neben 3 ein Tarif stehet, 003125, von 13 kann 12 abgezogen werden, bleibet 1, stehet oben über, und darunter 0125, und so hat man continuiret, bis zu Ende hinter der Quer Linie, ist 5 und 5 zu stehen kommen, oben ist nichts überblieben, an der Seite auch nichts, ist also das Exempel aufgangen, und das Quotum 45678 durch Addition der zwischen den beyden Strichen gesetzten Zahlen gefunden.
It. dividiret 527893 in 16.

16 = 1
8 = 05
4 = 025
2 = 0125
1 = 00625

Das Exempel.

			ℱ			
ℱ	𝒜	ℬ	𝒞	𝒟	(5	
𝒟	𝒞	𝒽	8	𝒹	ℬ	
0	2	5				
	0	5				
	0	2	5			
		0	2	5		
	0	1	2	5		
		1				
	0	1	2		5	
		0	5			
			0		5	
3	2	9	9	3		0

Hier bleiben oben 5, solche setzet mit dem Divisore in einen Bruch, nach der 9ten Regul. Item: dividiret 234567 in 112.

Der Tarif.

1 1 2 = 1
5 6 = 05
2 8 = 025
1 4 = 0125
7 = 00625

Das

Das Exempel.

℔	ʒ						
ʒ	℥						
℥	ʒ	ß	ʒ	℔	(1	1	
℔	ʒ	ß	ʒ	℥	℔		
	0	1	2	5			
		0	5				
		0	2	5			
	0	0	6	2		5	
			0	2	5		
		0	0	6		25	
				0		5	
2	0	9	4			25	

Hier bleiben unten hinter der Quer-Linie 25, solche stehen im Tarif neben 28, und oben 11; addiret also 28 und 11, sind 39, ist das übergebliebene. It. Dividiret 7654393 in 128.

Der Tarif.

128	=	1
64	=	0 5
32	=	0 2 5
16	=	0 1 2 5
8	=	0 0 6 2 5
4	=	0 0 3 1 2 5
2	=	0 0 1 5 6 2 5
1	=	0 0 0 7 8 1 2 5

Das

Das Exempel.

```
        1
        3 1
    2 2 6 3 (2
    6 8 2 8 5
  1 2 1 6 1 1 (5
  7 6 5 4 3 9 3
 ---------------------
    0 5            |
      0 5          |
  0 0 3 1 2 5      |
        1          |
        0 5        |
        0 1 2 5    |
          0 2 5    |
          0 1 2    | 5
            1      |
            0 1    | 25
              1    |
      ----------------------
      5 9 7 9 9    | 75
```

Hier bleiben oben 25, und unten 75, diese 75 sind nicht mit unter den Zahlen, so im Tarif stehen, können aber in 25, so in Tarif stehen dividiret werden, kommen 3, multipliciret diese 3 mit 32, so im Tarif bey 25 stehet sind 96, dazu 25, sind 121, die übergebliebene Zahl. Den, nachdem man gegen die Helffte des Divisoris halb 10 gegen den 4ten Theil $\frac{1}{4}$ hundert; gegen den 8ten Theil, $\frac{1}{8}$ 1000; gegen die 16ten Theil, $\frac{1}{16}$ 10000 geschrieben, so gehen die nebst den partibus des Divisoris geschriebene Zahlen in eben der Proportion fort, wie die Zahlen in ihren Classen anwachsen, die in der ersten Stelle von der Rechten, einfach, in der andern vom Ende zehnfach, in der dritten hundertfach, in der vierdten tausendfach gelten, und wenn man die

erste

erste Stelle zu Lincken = 1 gelten läst, so gilt die andere $\frac{1}{10}$ von 1, die dritte $\frac{1}{100}$, und die die vierdte $\frac{1}{1000}$, und so ferner. Und also gilt e. gr. die Helfte des Divisoris 4, wen solche auf der andern Stelle von der Rechten zur Lincken in Dividendo angetroffen wird $\frac{1}{2}$ Zehn, oder: 05, das Viertel von selber, wen man es auf der dritten Stelle antrifft $\frac{1}{4}$ hundert, oder: 025. Und da sich der gantze Divisor gegen den gantzen Dividendum verhält, wie sich die gleichbenahmten Theile des Divisoris und Dividendi gegen einander verhalten, so folget; daß man unter die Stelle des Dividendi einen solchen Theil desselben setzen müsse, der mit einen in den Tarif gefundenen Theil des Divisoris ein Nahmen hat. Ex. gr. käme der in Dividendo angetroffene Theil am nächsten mit einer Zahl des Divisoris überein, so $\frac{1}{8}$ von Divisore, so folget daraus, daß man auch $\frac{1}{8}$ des auf der Classe angetroffenen Theils nehmen müsse. Weil aber die Ziffern nach unterschiedener Stellen einfach, zehnfach ꝛc. gelten, so folget ferner, daß man, damit jede Theile des Dividendi auf ihre rechten Stellen zu stehen kommen, und also ihren gehörigen Valorem erhalten mögen, daß man allemal unter der von der Lincken zu der Rechtern zuletzt ausgestrichenen Zahl zu schreiben anfangen müsse. Weil auch der Dividendus nicht allemal so viel Stellen hat, als die Theile des Quoti erfodern, so folget von selbsten, daß die hinten übrige Zahlen müssen weggeschnitten werden, und zeiget zuletzt die Summa aller solcher Theile dem Quotienten, und die oben übergebliebene Zahl aber mit der Summa der abgeschnittenen Zahlen, wenn sie in den dazu gehörigen Theil dividiret sind, das Relict. Es hat auch diese Art zu dividiren den Vortheil bey sich, daß man dadurch den Quotienten am leichtesten, und ohne Gebrauch des Ein mal Eins finden kann.

§. 30.

Mit Nepperi Bacillis zu dividiren.

§. 30. So kann man auch ohne Einmal Eins dividiren ꝛc. wenn man des Herrn Nepperi Bacillos gebrauchet, und das geschiehet nach folgender Regul.

1) Suchet die Zahlen des Divisoris oben auf dem Stäbgen, und leget solche zusammen.

2) Schreibet den Dividendum also vor euch, daß oben und unten Raum genug bleibe, und sehet zu, in welchen Fache die Zahl zu finden, welche von der ersten genommenen Zahl des Dividendi füglich abzuziehen.

3) Setzet des Faches Zahl zum Quoto, und ziehet

4) Die im Fache stehende Zahl vom Dividendo ab.

5) Fahret damit fort, bis ihr alle Zahlen durchgangen, so findet ihr das Quotum. z. E. Dividiret 136628384328 in 14076. Stehet also:

```
                1 1 2 6 0
              1 0 9 7 9
              6 7 2 8
          9 1 1
        9 9 4 4 1
1 3 6 6 2 8 3 8 4 3 2 8 | 9 7 0 6 4 7 8
1 2 6 6 8 4
      9 8 5 3 2
          8 4 4 6 6
              5 6 0 9 4
                  9 5 8 3 2
                  1 1 2 6 0 8
```

Man hat erstlich die Stäbgen zusammen gelegt, daß oben die Zahl des Divisoris 14076 zu stehen kommen. Zum andern hat man den Dividendum vor sich geschrieben und gefunden, daß die Zahl des 9ten Faches 126684 am nächsten mit den partibus des Dividendi

136628

136628, welche man zuerst genommen, überein kommen, und solche von gedachten ersten Zahlen des Dividendi abgezogen, den Rest über den Dividendum geschrieben, und 9 zum Quoto gesetzt. Weiter hat man befunden, daß von dem Reste, wen man dazu die folgende Ziffer des Dividendi gesetzet, die aus den 7ten Fache genommene Zahl könne abgezogen werden, darum hat man 7 in den Quotienten gesetzt ꝛc. Mit dieser Operation ist man fortgefahren, bis keine Zahl des Dividendi mehr übrig gewesen, und ist also der begehrte Quotient gefunden.

Beweiß der Divisions-Reguln.

§. 31. Weil der Divisor so viel mal von allen Theilen und Ziffern des Dividendi abgenommen, als vielmal er in denselben enthalten gewesen, so folget, daß eine Zahl gefunden, welche so vielmal Eins in sich hält, als der Divisor im Dividendo enthalten war, und daß auf diese Art der wahre Quotient hervor gebracht, und die Operation also verrichtet werden müssen. W. Z. E.

Exempel zum dividiren mit einer Figur.

1)	13874	in	2	Facit	6937
2)	23538	–	3	—	7846
3)	19476	–	4	—	4869
4)	46785	–	5	—	9357
5)	17856	–	6	—	2976
6)	25876	–	7	—	3698
7)	68584	–	8	—	8573
8)	67887	–	8	—	7543
9)	30712	–	4	—	7678
10)	22734	–	6	—	3789
11)	33502	–	7	—	4786
12)	41104	–	8	—	6388
13)	45171	–	9	—	5019

Mit 2. Figuren da der Divisor eine theilbahre Zahl ist.

14)	143172	in	18	Facit	7954
15)	257769	–	27	—	9547
16)	271764	–	36	—	7549
17)	215775	–	45	—	4795
18)	524232	–	54	—	9708
19)	446607	–	63	—	7089
20)	496584	–	72	—	6897
21)	726570	–	81	—	8970
22)	435456	–	96	—	4536

Mit zwey Figuren, da der Divisor nicht in eine einfache Zahl zu resolviren.

23)	37906	in	22	Facit 1723.
24)	77197	–	39	
25)	79258	–	46	
26)	96488	–	56	
27)	118887	–	69	
28)	127502	–	74	
29)	141286	–	82	
30)	160239	–	93	

Mit zwey Figuren, da der Divisor eine Prim-Zahl.

31)	94003	in	13	Facit 1723.
32)	209699	–	29	
33)	267547	–	37	
34)	296471	–	41	
35)	383243	–	53	
36)	484477	–	27	
37)	527863	–	73	
38)	643559	–	89	

Mit 3. Figuren, da der Divisor eine theilbahre Zahl ist.

39)	18630528	in	192	Facit 97034.
40)	24452568	–	252	

41)	36387750	in	375	
42)	38813600	–	400	
43)	55891584	–	576	
44)	62878032	–	648	Facit 97034
45)	76074656	–	784	
46)	81500560	–	840	
47)	94317048	–	972	

Mit 3. Figuren, da der Divisor in keine einfache Zahl kann resolviret werden.

48)	11498998	in	163	
49)	14603022	–	207	
50)	24126732	–	342	
51)	29840958	–	423	
52)	37459926	–	531	Facit 70546.
53)	43033060	–	610	
54)	50158206	–	711	
55)	57353898	–	183	
56)	70263816	–	996	

Mit 3. Figuren, da der Divisor eine Prim-Zahl ist.

57)	10973689	in	127	
58)	24971623	–	289	
59)	34303579	–	397	
60)	34649207	–	401	
61)	68175123	–	789	Facit 86407.
62)	77679893	–	899	
63)	80444917	–	931	
64)	81827429	–	947	
65)	86147779	–	997	

Mit 4. Figuren, da der Divisor eine untheilbahre Zahl ist.

66)	146437760	in	2249	
67)	240249440	–	3675	Facit 65374
68)	3514450624	–	5376	
69)	173764092	–	2658	

70)	4518650 88	in	6912	
71)	514820250	–	7876	
72)	527175936	–	8064	Facit 65374.
73)	615038592	–	9408	

Mit 4. Figuren, da der Divisor nicht in eine einfache Zahl kann resolviret werden.

74)	167136750	in	2475	
75)	215015520	–	3184	
76)	317661120	–	4704	
77)	373170708	–	5526	Facit 67530.
78)	490808040	–	7268	
79)	590752440	–	8748	
80)	675232470	–	9999	

Mit 4. Figuren, da der Divisor eine Prim-Zahl.

81)	58999257	in	1009	
82)	135014157	–	2309	
83)	202141161	–	3457	
84)	330197031	–	5647	Facit 58473.
85)	443400759	–	7583	
86)	581747877	–	9949	

Mit 5. Figuren.

87)	28904952389	in	36288	f. 796543
88)	35854576128	–	54432	f. 658704
89)	80022283425	–	99225	f. 806473
90)	100613649 60	–	13155	f. 764832
91)	58874507232	–	69792	f. 843571
92)	316740148 30	–	79654	f. 397645
93)	1140476101 9	–	19783	f. 576493
94)	569067548 62	–	57847	f. 983736
95)	428352947 07	–	97651	f. 438657

Mit

Mit 6. Figuren.

96)	513527493427 2	in	589824	f. 8706453
97)	584786615 6475	–	893025	f. 6548379
98)	545299026 6360	–	558488	f. 9763845
99)	777776922 2223	–	999999	f. 7777777
100)	44096456 87799	–	643773	f. 6847563

Proba der Divisions-Exempel durch die Multiplication.

§. 33. Es ist noch übrig, daß wir auch zeigen, wie man probiren soll, ob ein Divisions-Exempel recht gemacht sey. Weil nun der Quotient anzeiget, wie vielmal der Divisor im Dividendo enthalten gewesen, so folget, daß der Dividendus wieder kommen müsse, wan man den Quotienten in den Divisorem wieder einführet, und das Relict, wen eins vorhanden, dazu addiret. Folglich ist die gemeinste Art, die Divisions-Exempel zu probiren, die Multiplication, wen man, wie oben gesaget, den Quotienten mit dem Divisore multipliciret, und so was übrig blieben, solches zum Product addiret. Wann dann auf diese Art der Dividendus wieder kommt, so ist recht dividiret. Wir wollen solches mit unsern vorigen Exempeln erleutern. Wen man 136628384328 dividirete in: 14076, so war das Quotum: 9706478 solches wieder multipliciret

mit: 14076

58238868
67945346
388259120
9706478

bringet 136628384328 den vorigen Dividendum wieder.

Der Dividendus muß wieder kommen, wen der Divisor so vielmal wie zu sich selbst genommen wird, als es in Dividendo gesteckt, und wen der Dividendus durch

diese Operation wieder zum Vorschein gebracht wird, so ists ein Zeichen, daß der Quotient so viel Unitæten in sich halte, als der Divisor in Dividendo enthalten gewesen, und das per consequens recht dividiret worden, und der wahre Quotient gefunden.

Wie solches auf andere Weise geschehen kann.

§. 34. Weil auch der Dividendus das Haupt-Product von allen des Divisoris in den Quotienten eingeführten Theilen zusammen genommen, so folget; daß man auch die Divisions-Exempel durch die Multiplication und Subtraction probiren kann, wenn man nemlich: das Quotum durch die eintzelne Theile des Divisoris multipliciret, und solche nach einander von dem Dividendo subtrahiret. Wenn den also auf diese Art dasjenige übrig bleibet, was im dividiren übrig blieben ist, so ist recht dividiret. Nehmet unser voriges Exempel. Der Dividendus war:

136628384328	das Quot:	9706478
÷58238868	—	6
136570145460		
÷6794534 60	—	70
135890692000		
÷38825912000	—	4000
97064780000		
÷97064780000	—	10000
0		14076 der Divisor.

Man hat hier die Theile des Divisoris, als: 6, 70, 4000, 10000, mit dem Quoto, jeden absonderlich, multipliciret, und solche Producta partialia von dem Dividendo nach einander abgezogen. Zu letzt ist nichts

übrig

übrig blieben; und da im dividiren auch nichts übrig war, ist das Exempel recht dividiret.

Die dritte Art ein Divisions-Exempel zu probiren.

Die dritte Art zu probiren geschiehet durch Wegwerffung der 9.

Nehmet erstlich 9 aus dem Divisore, so offt ihr könnet, bleibet in gegebenen Exempel 0, desgleichen aus dem Quoto, bleibt 7, multipliciret beyde mit einander, kommt: 0

Werfet die 9 weg aus dem Dividendo, bleibet: 0. Ist recht dividiret, weil sowol das Product der residuorum des Divisoris und Quotienten, als das Relict des Dividendi 0 gebracht. Der Grund davon ist in vorigen Capittel §. 50 zu ersehen, wen man dasjenige, was man dort von Product gesagt, allhier vom Dividendo, und was man vom Multiplicatore und Multiplicando beygebracht, hier vom Divisore und den Quotienten verstehet.

NB. Bey dieser Art, durch Wegwerffung der 9 zu probiren, ist überhaupt zu mercken, daß selbige nicht allezeit den Stich halte. Denn weil die Zahlen in selbiger alle einfach gelten, so wird die Probe allezeit richtig kommen, wenn man nur per hazard die Ziffern des Facti Multiplicatoris & Multiplicandi. oder: des Dividendi Divisoris und Quotienten ertappet, ob man gleich dieselbe nicht in ihre gehörige Classes geschrieben, und also per consequens ein falsches Product zum Vorschein gebracht. Den bey dieser Probe gilts gleich, ob man 41 oder: 14 ꝛc. schreibe. Wiewol es auch wahr ist, was Hr. E. Wels in seinen Element. Arithm. p. 84. auf diesen Einwurf antwortet: daß es von einem nur ein wenig geübten nicht zu vermuthen, das er in einem Exempel zweymal, und zwar per Compensationem fehlen werde, welches doch geschehen

hen muß, wenn diese Probe wegen vorgesetzter Objection falliren soll. Aber es will dieses die Sache noch nicht ausmachen; sintemal dadurch die Objection, daß 2 Zahlen leichtlich an ihre unrechte Stellen mögen gesetzt werden, nicht gehoben wird. Was sonst dabey einzuwenden, davon siehe Hr. Clausbergs demonstrative Rechen-Kunst, p. 676.

Die 4te Art ein Divisions-Exempel zu probiren.

§. 36. Weil auch der Divisor und das Quotum die beyden partes aliquotæ des Dividendi sind, so kann man auch ein Divisions-Exempel durch abermalige Division probiren, wen man nemlich das Quotum zum Divisore nimt, die Division damit vollführet, und den Divisorem zum Quotienten erhält, auch dasjenige, so in der ersten Division überblieben, in der andern übrig bleibet, denn alsdenn ist solches auch ein Zeichen daß man recht gerechnet. z. E. Dividiret 57 in 9. Stehet also:

(3
5 7 | 6
9

Dividiret 57 durch 6, kommet 9 der vorige Divisor, und bleibet wie vorhin, 3; darum war das Exempel recht dividiret.

Die 5te Art solche Exempel zu probiren.

§. 37. Hieher wollen wir auch setzen, die Art Divisions-Exempel zu probiren, welche Hr. Poëtius in seiner gründlichen Anleitung anführet. Man ziehet nemlich den zehnfachen, hundertfachen ꝛc. Divisorem von dem Product ab, theilet sodann den Rest in den Divisorem, und wenn alsdann das Quotum um so viel Zehner, Hunderter ꝛc. kleiner, als man in der Subtraction von dem Dividendo genommen, erscheinet, und eben das

übrig

übrig bleibet, was in der ersten Division geblieben, so ist solches ein Zeichen, daß recht dividiret. z. E. Dividiret 795 in 6, geschiehet also:

```
      ⅌ ⅌ 3
      ℔ ϕ ʓ
6)  ---------
      1 3 2
```

Proba.

Nehmet 6 zehnfach, und ziehet solche 60 von 795 ab:

```
    7 9 5
      6 0
  ---------
bleibt: ℔ ʒ ʓ   solche dividiret in 6.
      ⅌ ⅌(3
6)  ---------
```

komen: 1 2 2, ist um 10 weniger, als oben, weil 6 zehn mal vorhin abgenommen, und 3 überblieben, wie vorhin. Ist also das Exempel recht gemacht. Oder: nehmet 6 hundertfach, und ziehet solch von:

```
    7 9 5
    6 0 0
  ---------
    ⅌ ϕ ʓ   solche dividiret mit:
      ⅌(3
  ---------
bleibet: 6)3 2   Und kommt 32, welches 100 weniger, als der Quotient seyn. Weil nun 6 vorhin 100 mal subtrahiret, und 3 übrig blieben, beweiset dieses, daß das Exempel recht gemacht worden.
```

Die 6te Art solcher Probe.

Man kann auch ein Divisions-Exempel durch dividiren probiren, wen man, nemlich durch einen partem aliquotam des Divisoris den Dividendum theilet, und das dadurch gefundene Quotum durch den Denominatorem des Divisoris und des angenommenen

nen partis aliquotæ dividiret. Oder: wen man den Divisorem 2, oder mehr mal nimt, mit diesen Multiplo dividiret, und den Quot mit der Zahl multipliciret, womit man vorher den Divisorem vervielfältiget. Wenn den eben der Quotient kommet, der in der erstern Division erschien, so ist recht dividiret. Z.E. Dividiret ℔ ℌ ß in 6. Stehet also:

```
        ℔ ℌ ß
        ℔ ℔(3
6)  ----------
        1 3 2
```

(3

3|1

6|2

Wen man dieses auf vorgeschriebene Art probiren will, so dividiret 795 in halb 6, das ist: 3, so kommen 265. Solche dividiret in dem Nahmen von 6: 3—2, kommen: $132\frac{1}{2}$, wie vorhin. Oder: nehmet 2 mal 6, ist 12, und dividiret damit:

```
        ℔ ℌ ß
          ℔(3
12)  ----------
        6 6 3/12
```

Multipliciret 2 mit solchen Quotienten, komen wieder $132\frac{3}{6}$; oder: $132\frac{1}{2}$, wie vorhin; Also ist das Exempel anfangs recht dividiret. Diese Art zu probiren, findet sich beym Hr. Strauchio, in seiner Doct. Num.

Die 7te Art zu probiren.

§. 39. Hat man ein Exempel nach der in §. 29. angewiesenen Art verfertiget, so kann man auch die Probam also anstellen, daß man mit den Theilen des Divisoris die Numeros simplices der Stätte benennet, woraus man den Theil genommen, solche unter einander setzet, und zusammen addiret; denn alsdann gibt die Summa die Zahl des Quoti. z. E. Wenn man 4385088 in 96 dividirete, so war das Quotum 45678,

und

und aus der 7ten Stätte war genommen der 32 Theil, und die erste Zahl des Quoti war also gleich 1000000

32

Aus der 6ten Stätte der 8te Theil war also gleich 100000

8

Aus der 5ten Stätte, erstlich einmal der 8te Theil = 10000

8

Und noch aus der 5ten Stätte $\frac{1}{16}$ = 10000

16

Aus der 3ten Stätte die Helffte = 100

2

Aus der andern Stätte $\frac{1}{4}$ — $\frac{10}{4}$

Aus der hintersten Stätte $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{2}$

Solches addiret, ist die Summa = 1461696

32

Solches ist in gantzen Zahlen, = 45678, wie oben. War also das Exempel recht dividiret.

NB. Wenn man wil, kann man diese Art zu probiren, auch, als eine neue Art zu dividiren, annehmen.

Die 3te Art zu probiren.

§. 40. Herr Clausberg lehret, wie man durch seine angeführte Probe-Zahl, auch die Divisions-Exempla probiren könne, wenn man nemlich die gefundene Probe-Zahl des Quotienten, mit der Probe-Zahl des Divisoris multipliciret, und wen solche der Probe-Zahl des Dividendi gleich, so ist recht dividiret. z. E. Der Quotient ist 1723, der Divisor aber 108, so sind die Zahlen der ungeraden Stellen aus dem Quotienten 3†7, das ist: 10, der geraden Stellen, 2†1, das ist: 3.

Diese 3 von 10 subtrahiret, läst 7. Die Zahlen der ungeraden Stellen des Divisoris, sind 8 † 1, das ist: 9, der geraden Stellen 0. Ist also die Probe-Zahl des Divisoris 9. Solche mit 7 der Probe-Zahl des Quotienten multipliciret, macht 63. Von 3 kann 6 nicht subtrahiren, darum saget man, 6 von 11 † 3, das ist: 14, bleiben 8. Der Dividendus ist 186084, davon sind die Zahlen der ungeraden Stellen, 4 † 0 † 8, das ist: 12, 1 von 2, bleibet 1. Die Zahlen der geraden Stellen sind, 8 † 6 † 1, das ist: 15, 1 von 5, bleiben 4. Diese 4 kann von 1 nicht subtrahiret werden, darum ziehet man sie von 11 † 1, das ist: 12, ab, so bleiben abermal 8. Und ist also das Exempel 186084 in 108, durch 1723, recht dividiret.

Schluß-Exempel.

§. 41 Verfertiget ein Division-Exempel, daß sich mit 3 Thürmen præsentiret, also: daß der erste und 3te Thurm aus einerley Zahlen bestehet. Der mittlere aber, so aus sonderbahren Zahlen bestehen kann, einerley Quotienten haben, wen dazu folgende data vorgeschrieben: 471830294 in 4832.

und

573 18789 in 587.

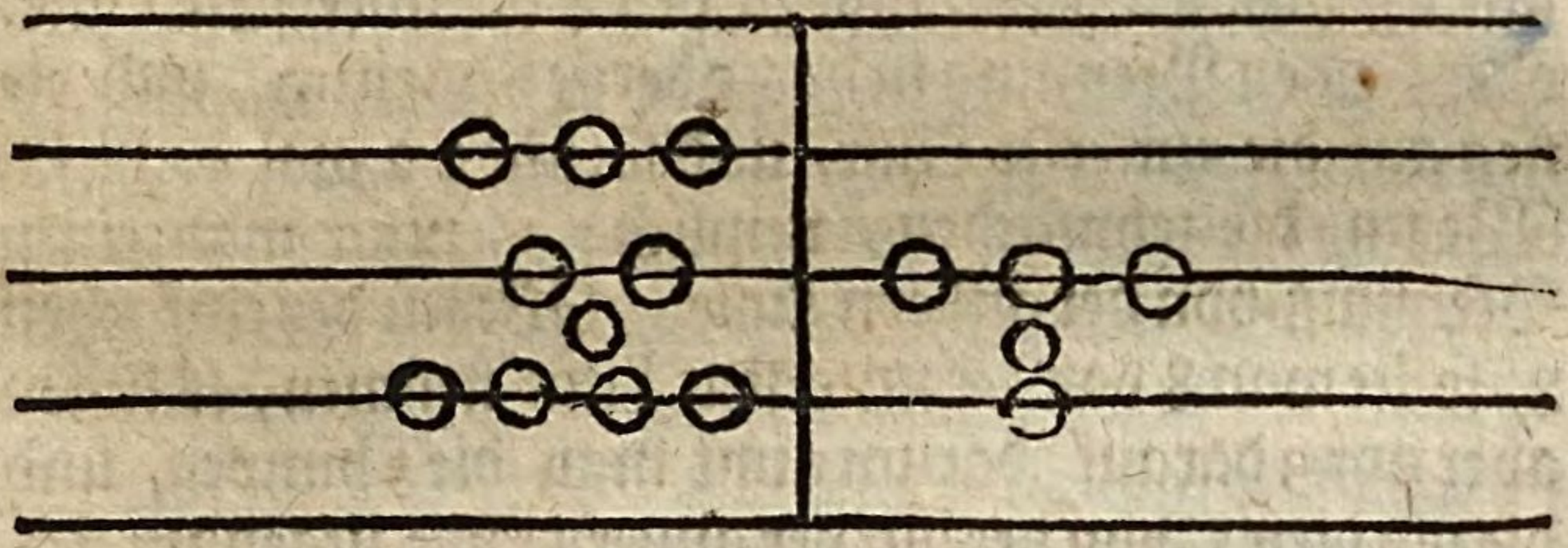
Es wird dieses Exempel sich am ansehnlichsten præsentiren, wenn es nach der gemeinsten Art verfertiget wird.

Mit Rechen-Pfenningen zu dividiren.

§. 42. Man kann die Divisions-Exempla auch mit Rechen-Pfenningen verfertigen. Man leget den Dividendum mit Pfenningen auf die Linie, und schreibet den Divisorem vor sich, und so der Divisor aus einer Figur bestehet, nimmet man solchen in die Zahl der Pfenninge, so auf der obersten Linie liegen, so oft man kann, leget den Quotienten auf die Linie zur rechten des Dividen-

videndi, und nachdem man die Zahl des Diviſoris mit dem Quoto multipliciret, ſo nimt man ſo viel Pfenninge weg, als jegliche Zahl des Products austräget; in das übrige nimt man abermal den Diviſorem, und verfähret damit gleich alſo, bis man alle Zahlen des Dividendi mit dem Diviſore herdurch gangen. Bleiben ſodann Pfenninge liegen, ſo zeigen ſolche das Relict, und werden mit dem Diviſore in einen Bruch geſetzt.

NB. Man hat zu mercken, daß man über 4 mal nicht nehmen darf. z. E. Dividiret: 329 in 9. Stehet alſo:



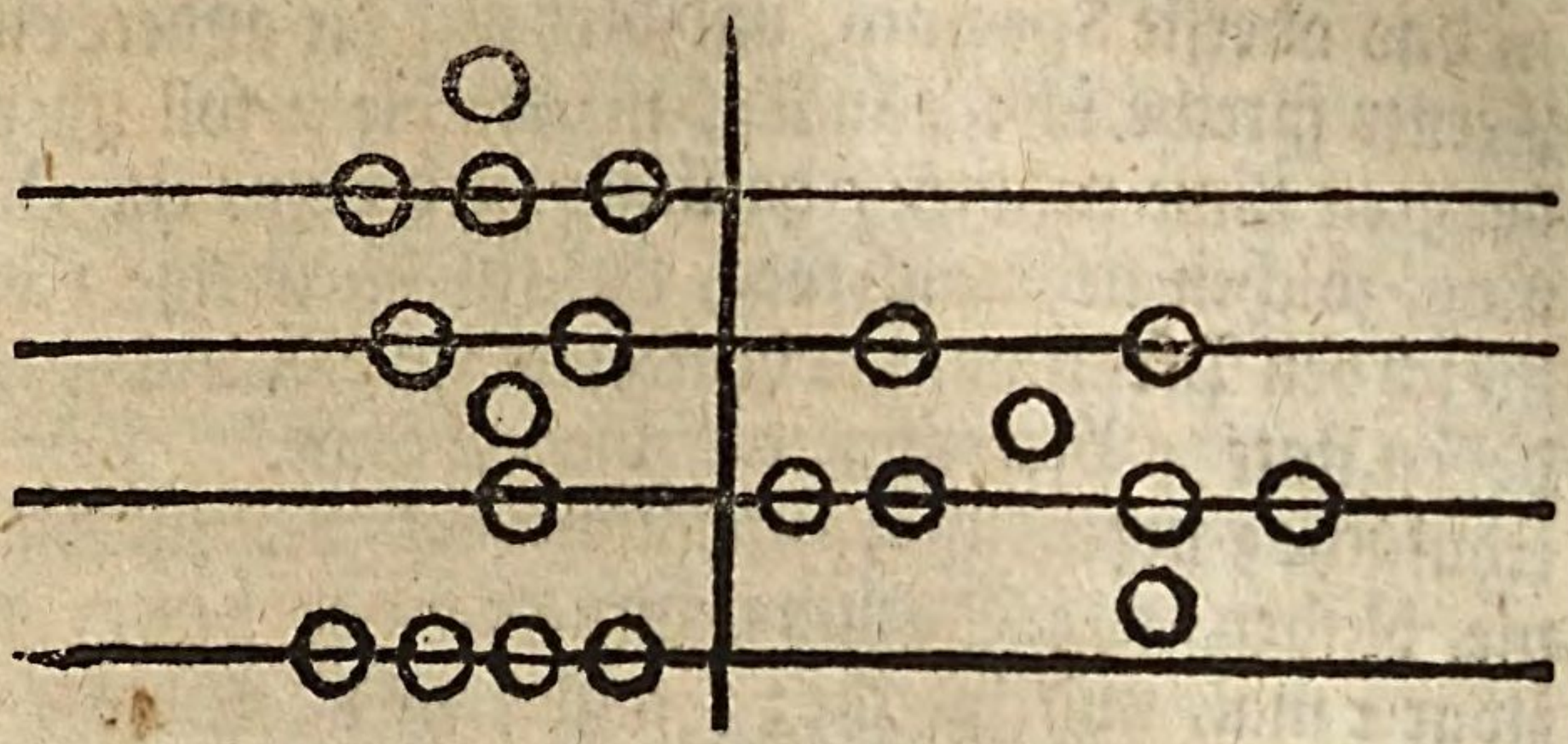
Hier hat man den Dividendum auf die Linien geleget, den Diviſorem vor ſich geſchrieben, und 9 in die Zahl der Pfenninge von der erſten und andern Linie genommen, wenn man geſagt: 9 in die 32 habe ich 3 mal. Daher 3 Pfenninge auf die andere Linie geleget. Dieſe Zahl der Pfenninge hat man ſo oft genommen, als es der Diviſor erfodert, das iſt 9 mal, macht 27; und da die zehnfache Zahl 2, ſo hat man von der oberſten Linie 2 Pfenninge genommen. Die einfache Zahl war 7, ſolche ſollen von den Pfenningen der andern Linie genommen werden, deren aber ſind 2, und 5 müſſen von den 10 der erſten Linie genommen werden, darum leget einen Pfenning in das oberſte Spacium, und nehmet den Pfenning von der oberſten Linie hinweg. Die Zahl der

übri-

übrigen Pfenninge ist 59, in solche nimt man 9, und zwar 4 mal. So viel Pfenninge leget man auf die unterste Linie zur lincken Hand, und spricht: 4 mal 9, ist 36. Nach der zehnfachen Zahl: 3, nimt man von den im obersten Spatio liegenden 5 Pfenningen 3 weg, so bleiben 2, solche leget man auf die andere Linie. Die 6 soll man von den Pfenningen der untersten Linie nehmen, da liegen aber nur 4, solche nehmt, und 2 von denen in untersten Spatio liegenden 5 Pfenningen, so bleiben 3. Solche leget man auf die unterste Linie, und nimt den Pfenning aus dem untersten Spacio weg, und bleiben so viel Pfenninge liegen, die die Zahl 25 anzeigen. In solchen kann man 9 noch 2 mal nehmen, darum leget man 2 Pfenninge zu den 4 der untersten Linie, oder: einen Pfenning in das oberste Spacium, und einen auf die unterste Linie, und spricht: 2 mal 9, ist 18. Wegen die zehnfachen, nemlich: 1, nimt man einen Pfenning von der andern Linie. Wegen der einfachen 8, sollte man 8 von der untersten Linie nehmen, es liegen aber nur 3 darauf, darum nimt man die 3 hinweg, und die übrigen 5 von der auf der andern Linie liegenden 10. Wenn man den Pfenning von solchen hinweg nimt, und einen Pfenning an dessen statt in das erste Spacium leget, solche bedeutet 5, und selbe ist das Relict.

Bestehet das Exempel aus mehr, als einer Figur, so verfähret man also zu erst mit der ersten Figur, hernach mit der andern, und wenn man alle Figuren des Divisoris durchgangen, alsdenn nimt man erstlich von neuen. z. E. dividiret 8264 in 28. Stehet also:

Man



Man hat hier abermal den Dividendum mit Pfenningen auf die Linie geleget, und den Diviſorem 28 alſo in den Dividendum dividiret, daß man erſtlich 2 in die 8 der oberſten Linie nimt, und ſaget: 2 in 8 habe ich 2 mal, und ſpreche: 2 mal 2 iſt 4. Nun liegen aber auf der oberſten Linie nur 3 Pfenninge, darum nimt man dieſelben hinweg, und den vierdten Pfenning nehme ich von den 5 Pfenningen, ſo in dem oberſten Spacio liegen, darum nehme ich den Pfenning aus ſolchen Spacio hinweg, und lege 4 Pfenninge auf die oberſte Linie. Nun ſpreche ich: 2 mal 8, iſt 16. Für die zehnfache 1 nehme ich 1 Pfenning von der oberſten Linie. Die 6 ſollte ich von der andern Linie nehmen, da liegen aber nur 2 Pfenninge, ſolche nehme ich weg, die übrigen 4 nehme ich von den 3 Pfenningen der oberſten Linie, wenn ich einen wegnehme, und an deſſen ſtatt einen Pfenning auf das andere Spacium, und einen auf die andere Linie lege. Bleiben alſo ſo viel Pfenninge liegen, als 2664 austragen, darum ſpreche ich: 2 in die 26 habe ich vier mal, und ſpreche weiter: 2 mal 4, iſt 8, darum ſoll ich 8 Pfenninge von der andern Linie nehmen, darauf lieget aber nur ein Pfenning, wenn ich ſolchen wegnehme, ſo fehlen nur noch 7, von 5 nehme ich einen Pfenning aus dem oberſten Spacio, ſo fehlen nur noch 2, vor ſolche nehme ich einen Pfenning von der oberſten Linie, und lege 8 Pfenninge herunter, für 5 einen

in

in das oberste Spacium, und drey auf die andere Linie. Ferner spreche ich: 4 mal 8, ist 32, die 2 soll ich von der 3ten Linie nehmen, da lieget wieder nur ein Pfenning, solchen nehme ich weg, und für die übrige 1 nehme ich den Pfenning aus dem 3ten Spacio, und lege an dessen statt 4 Pfenninge auf die 3te Linie. Für die zehnfache 3 nehme ich 3 Pfenninge von der andern Linie, bleiben 1544. Darum nehme ich wieder 2 in 15, und zwar 4 mal, und spreche: 2 mal 4, ist 8. Solche soll ich von der andern Linie nehmen, da finde ich nichts. In dem darüber stehenden Spacio lieget 1 Pfenning, gilt 5, solchen nehme ich weg, und fehlen nur noch 3. Darum nehme ich weg den einen Pfenning von der obersten Linie, und lege 7 Pfenninge herunter. Darauf sprech ich: 4 mal 8 ist 32, und nehme die einfache 2 von der 3ten Linie, die zehnfache 3 aber von der andern Linie, und da nur noch 1 Pfenning fehlet, so nehme ich den Pfenning aus dem andern Spacio, und lege 4 Pfenninge auf die andere Linie, so bleiben 424, drum sprech ich: 2 in die 4, habe ich einmal, und ferner: 1 mal 2, ist 2. Solche 2 nehme ich von den 4 Pfenningen der andern Linie, und spreche: 1 mal 8, ist 8. Solche soll ich nehmen von der andern Linie, , da finden sich nur 2 Pfenninge, solche nehme ich weg, so fehlen nur noch 6, dafür nehme ich 1 Pfenning von der andern Linie, und lege dafür 4 herunter auf die 3te Linie, bleiben 149. Drum sprech ich: 2 in 14, habe ich 5, und sage: 2 mal 5, ist 10, und nehme die zehnfache 1 von der 3ten Linie. Sage ferner: 5 mal 8, ist 40, und nehme die zehnfache 4 von der andern Linie, so bleiben auf der untersten Linie 4, solche sind das Relict.

Der

Der ersten Eintheilung
Ander Abschnitt.
Von der durch die 4. Species entstandenen Zahlen, Eintheilung und besondern Eigenschafften.

CAPUT I.
Von dieser Eintheilung insgemein.

Alle Zahlen haben von der 1. ihren Ursprung.

§. 1. Weil nothwendig etwas seyn muß, wann man eine Zahl davon aussprechen soll: alles aber was ist, zuerst vor sich und ohne Betracht auf andere Dinge angesehen wird; so folget, daß alle Zahlen aus der 1 ihren Ursprung haben. z. E. Wen ein Circul diese Eigenschafft hat, daß die Peripherie allenthalben gleiche, weit von ihrem Centro stehet, und man sich von solchen Circul eine Zahl vorstellen will, so siehet man den Circul zuerst vor sich an, und wen man hernach auf mehr dergleichen Figuren gedencket, so entstehet aus der Vorstellung des einen Circuls eine so grosse Anzahl solcher Figuren, als man sich den einen Circul oft vorstellet.

Wie etwas Eins ist.

§. 2. Wen demnach die Einheit ihren Ursprung daher hat, daß sie etwas vor sich ist, was das andere, seinen Eigenschafften nach, nicht ist, auch nicht seyn kann: so ist nach dieser Beschreibung ein Circkel deswegen als 1 zu consideriren, weil man kein ander Ding antrifft, daß eben die Eigenschafften hat, und die ihn von andern Sachen unterscheiden. z. E. Wen ausser dem Circul in der Welt nichts seyn kann, dessen Peripherie allent-

allenthalben gleiche weit von seinem Centro stehet, so ist der Circul an sich selbst betrachtet, Eins.

Wie eine Zahl grösser, oder: kleiner, als die andere seyn kann.

§. 3. Weil man sich aber dieser obbeschriebenen Einheiten unterschiedene auf einmal vorstellen, und diese Vorstellung vergrössern, wen man noch einige hinzu thut und verringern kann, wen man einige davon nimt, so folget: daß in ersten Fall die Zahl grösser, in andern geringer sey; wen man sich aber zu unterschiedenen malen dergleichen Uuitates in gleicher Menge vorstellet, daß ihre Zahl gleich sey.

Wie die Dinge, davon man eine Zahl aussprechen will, Homogenisch seyn müssen.

§. 4. Rühret also aller Unterscheid der Zahlen daher, daß man sich ein und eben dasselbe Ding, bald in grösserer, bald in geringerer Menge vorstellet: und müssen also die Dinge, davon man sich unterschiedliche Zahlen vorstellen soll, einerley Art seyn.

Wie jedwede Zahl von allen Dingen benennet werden kann.

§. 5. Und weil von Dingen einerley Art unterschiedliche Zahlen können ausgesprochen werden, so ist es auch möglich, daß diese Zahlen auf unterschiedliche Weise mit einander überein kommen können, und da sie nach dieser Weise unter einander einerley; von andern aber unterschieden sind, so folget, daß jedwede Art der Zahlen davon benennet werden könne, worin sie mit einander überein kommen. Und daher entstehet die Eintheilung derer Zahlen in ihre besondere Eigenschafften.

Auf wie mancherley Weise denen Zahlen Eigenschafften beygeleget werden.

§. 6. Solche Eigenschafften aber können entweder

von

von allen Zahlen, so durch Rechnung hervorgebracht werden, insgemein gesaget werden, oder: weil insonderheit nach ihren besondern Eigenschafften eine Art der Zahlen hervorgebracht wird, die für sich allein betrachtet, von andern Zahlen unterschieden, davon oben im Vorbericht gehandelt worden; und ferner eine Art der Zahlen vorhanden, so mit andern zusammen genomẽn, von andern zusammen genommenen Zahlen unterschieden sind; so entstehen daher besondere Eigenschafften, deren erste den Zahlen, die vor sich betrachtet, die andere, so den Zahlen, so mit andern zusammen genommen unterschiedlicher Art sind, beygeleget werden.

Von was Eigenschafften der Zahlen hier die Rede sey.

§. 7. Es sind demnach der Zahlen Eigenschafften, wovon wir allhier reden, nichts anders, als: die durch Rechnung ihnen zukommende sonderbahre Zufälle, dadurch von ihnen, in ihnen selbst, oder: in Verhalt gegen andere Zahlen etwas ausgesprochen werden kann, daß sie mit andern Zahlen nicht gemein haben. z. E. Wen 6 betrachtet wird, wie sie sowol durch Addition der partium aliquantarum 1 † 2 † 3, als: durch Multiplication eben derselben Partium, 1. 2. 3, entstehen könne, und ihre partes aliquantæ und aliquotæ einerley, so ist dieses ihre besondere Eigenschafft, welche von andern nicht kann gesaget werden.

Von der ersten solcher Eigenschafften.

§. 8. Unter den Zahlen, so vor sich selbst betrachtet, unterschiedlicher Art sind, finden sich welche, die sich in 2 gleiche Theile theilen, oder nicht theilen lassen; und daher mögen solche Zahlen zuerst in gerade, oder: ungerade Zahlen getheilet werden.

Von der andern solcher Eigenschafften.

§. 9. Ferner finden sich unter den Zahlen, wen

man sie für sich betrachtet, solche, die nur durch die Unität; und andere, die sich über dem durch eine, oder: mehr andere Zahlen völlig theilen lassen. Daher können die Zahlen für sich betrachtet, in Prim- oder: untheilbahre, und: in zusammen gesetzte, oder: theibahre Zahlen eingetheilet werden.

Von der dritten solcher Eigenschafften.

§. 10. Zum dritten finden sich Zahlen, die an sich selbst betrachtet, eben so groß, als alle Zahlen, dadurch sie sich dividiren lassen, zusammen genommen, oder: die kleiner, oder: grösser sind, als solche zusammen genommene Zahlen. Daher können drittens solche Zahlen eingetheilet werden, in numeros perfectos, und imperfectos, vollkommene und unvollkommene Zahlen. Und diese in abundantes, überflüßige, und diminutos, oder: mangelhaffte.

Von der vierdten solcher Eigenschafften.

§. 11. So ist auch oben P. 1. c. 2. §. 10. gezeiget, wie die Eins in 10, 100, 1000, aufsteige, wen ihr ein, oder: mehr Nullen beygefüget werden. Solche Eins mit einer, oder: mehr Nullen pfleget man sonst Numeros simplices zu nennen: denen entgegen gesetzt werden die angewachsene Zahlen; wenn nemlich ausser der Unität ein ander Einer mit einer, oder: mehr Nullen eine gewisse Grösse anzeigen soll, als: 20, 200, 4000. Von beyden ist unterschieden, eine aus bedeutlichen Ziffern bestehende Zahl: wann nemlich eine Zahl pur aus solchen Ziffern bestehet, die vor sich etwas bedeuten.

Von der fünfften Eigenschafft.

§. 12. Was die Zahlen, so zusammen genommen, und in gewissen Verhalt von andern unterschieden, beriff t; so sind dieselbe entweder auf die Weise mit ein-

an

ander einig, daß ihrer zwey, oder: mehr in einer Zahl aufgehen, oder: nicht, und werden sie deswegen primi oder: compositi inter se, genannt. Oder: daß eine jede gleich ist den Theilen der andern, die insbesondere etliche mal genommen, der gantzen gleich werden, oder: denselben nicht gleich ist. Daher theilet man solche Zahlen: in Numeros amicabiles, und: non-amicabiles.

Warum wir allhier von diesen Zahlen handeln.

§. 13. Weilen wir nun in den 4. Speciebus gezeiget, wie Zahlen von einerley Art der Dinge wachsen und abnehmen können, so erfodert die Ordnung, daß wir auch von den Eigenschafften solcher Zahlen, die aus solcher Ordnung ihr zukommen, oder: was von ihnen gesagt werden kann, handeln; und dieses soll also geschehen, daß wir zu erst von den Eigenschafften solcher Zahlen insgemein, hernach von den Zahlen, in so ferne sie vor sich, und gegen andere betrachtet, von einander unterschieden sind, insonderheit einige Anmerckungen geben.

Von Nutzen dieser Lehre.

§. 14. Es hat aber die Lehre von den Eigenschafften der Zahlen in der Arithmetica einen gedoppelten Nutzen; den man erstlich aus den bekannten Eigenschafften der Zahlen besondere Lehren herleiten, (2) daher besondere Vortheile in Rechnen finden kann.

CAPUT II.

Von etlichen gemeinen Eigenschafften, so von den Zahlen durch die 4. Rechnungs-Arten können ausgesprochen werden.

Daß die Zahl ihr selbst gleich sey.

§. 1. Wen man zu einer Zahl, oder: Grösse nichts weiter hinzu thut, oder: nichts davon nimt, so bleibet sie eben dieselbe Zahl, oder: in allen Stücken eben das, was sie war. Daher folget; daß eben solche Zahl ihr selbst gleich sey.

Das quantitates homogeneæ können gleich, oder: ungleich seyn.

§. 2. Aus der Zahlen Zusammen-Nehmung, oder: Abkürtzung entstehen die Grössen solcher Dinge, die einander übertreffen, oder: aufheben, wen sie etliche mal zu einander gethan, oder: von einander genommen werden. Und solche Grössen heissen quantitates homogeneæ, (Vorb. §. 14.) und selbe können also gleich, oder: ungleich seyn.

Woher gleiche Grössen entstehen.

§. 3. Eine jegliche Zahl wird um so viel grösser, als man Einheiten dazu nimmet, folglich entstehen so offt 2 gleiche Grössen, als man zu 2 Unitæten, oder: gleich grossen Zahlen, zu jeder insonderheit, gleich viel Unitæten, oder: gleich grosse Zahlen leget, oder: abziehet.

Wenn man eine Zahl für die andere substituiren kann.

§. 4. Und da 2 gleich grossen Gantzen eben die Zähler und Nenner haben, und folglich eben das sind; (Vorb. §. 2.) so folget, daß man von 2 gleichen Grös-

sen,

sen, oder: Zahlen eine für die andere substituiren könne. z. E. Für einen Rthlr. von 36 gr. oder: 288 pf. kann man allezeit 36 gr. oder: 288 pf. setzen: Oder: da 3. 4 = 2. 6 = 6 + 6 ꝛc. so kann man statt 3. 4. setzen, 6 + 6, nachdem es in der Operation vortheilhafftig.

Wen gleiche Theile gleiche Grössen ausmachen.

§. 5. Weil alle Theile einer Zahl zusammen genommen, der Zahl selbst gleich sind; (Vorb. §. 38.) so folget, daß gleich grosse in gleicher Anzahl zusammen gelegte Theile, gleich grosse Zahlen geben. ex. gr.

18 ggr. = 27 mgr.
6 ggr. = 9 mgr.

daher ist 18 ggr. + 6 ggr. = 27 mgr. + 9 mgr.

Gleiches zu gleichen addiret, giebet gleiche Summen.

§. 6. Weil nun die Posten einer zusammen gesetzten Zahl die Theile derselben, (1. 2. 6.) so folget, daß gleich grosse Summen heraus kommen, wen man gleiches zu gleichen addiret. ex. gr.

da 18 ggr. = 27 mgr.
und 6 ggr. = 9 mgr.

so ist auch 18 ggr. + 6 ggr. = 27 mgr. + 9 mgr.
oder: 18 ggr. + 9 mgr. = 27 mgr. + 6 ggr.

Daß es gleich viel, ob man die Zahlen selbst, oder: deren Theile insonderheit addire.

§. 7. Hieraus folget, daß es gleich viel sey, ob man zwey, oder: mehr Grössen 8 und 9 selbst, oder: deren Theile 5 + 3, und 2 + 7 addiret. Denn weil die Theile zusammen den Gantzen gleich; so kann man gleiches für gleiches substituiren, und an statt des Gantzen alle seine Partes substituiren.

8 = 5 + 3
9 = 7 + 2

17 = 7 + 5 + 3 + 2

Zahlen, so einer dritten gleich sind, sind auch gleich unter sich selbst.

§. 8. Weil eine Zahl der andern gleich ist, so sie so viel Einheiten von einerley Art in sich hält, als die andere; (Vorb. §. 12.) so folget, daß jede Zahlen, so eben der 3ten gleich, auch unter sich gleich sind. e. gr.

8 † 4 pf. = 1 ggr.
und 8 † 4 pf. = 12 pf.

Ergo 1 ggr. = 12 pf.
denn da 8 † 4 pf. = 1 ggr, so kann man 1 ggr. für 8 † 4 pf. substituiren.

Wen eine Zahl grösser, oder kleiner, als zwey gleiche Zahlen.

§. 9 Weil nun eine Zahl grösser, als die andere, wenn sie mehrere Einheiten, als die andere, und kleiner als die andere, wenn sie weniger Einheiten, als die andere in sich enthält; (Vorb. §. 12.) so folget; daß dasjenige, was grösser, oder: kleiner, als eine von 2 gleichen Zahlen, auch grösser, oder: kleiner sey, als die andere vondenselben. z. E. Wen 12 pf. = 1 ggr und 16 pf. > 12 pf, so ist 16 pf. > 1 ggr. den da 12 pf = 1 ggr. und obẽ gesagt: daß man gleiches für gleiches substituiren könne, so folget, daß man auch in der Propositon, 16 pf. > 12 pf. an statt 12 pf. einen ggr. substituiren könne. Item wen eine Grösse kleiner ist, als eine von 2 gleichen, so ist sie auch kleiner, als die andere. ex. gr.

12 pf. = 1 ggr.
8 pf < 12 pf.

derohalben ist 8 pf. < 1 ggr.

Und kann diese Proposition eben wie vorhergehende lediglich ex substitutione quantitatum æqualium demonstriret werden: da man in dieser Proposition 8 pf.

< 12 pf. an statt 12 pf. die ihr gleiche Grösse 1 ggr. substituiret.

Zwey Grössen sind unter sich gleich, wen sie mit einer Dritten eine gleiche Summe machen.

§. 10. Indem zwey Grossen unter sich gleich, wenn sie einer Dritten gleich sind, (§. 8.) und gleiches zu gleichen, oder: eben denselben addiret, gleiche Summen geben, (§. 6.) so folget auch umgekehrt, daß 2 grössen unter einander gleich, wenn sie mit einer 3ten eine gleiche Summa machen. Z. E. 18 mgr. und 12 ggr. sind zwey Grössen, wenn man jegliche derselben zu 45 X addiret, so machen sie gleiche Sumen, nemlich jegliche mit 45 X 1 Rthlr. darum ist 18 mgr. = 12 ggr.

Wen eine Summa kleiner als die andere.

§. 11. Wen man zu einer kleinern 9, und zu einer grösern Zahl 12, beyderseits ein gleiches (6) addiret, so wird die erstere Summa (15) kleiner, und die andere (18) grösser. Den da die eine von ungleichen Zahlen mehr Unitæten in sich fasset, als die andere, und per consequens eben so viel mehr Unitæten behält, als die andere, ob man gleich zu beyden gleiche viel Unitæten, oder: eben dieselbe zuleget. So folget; daß, wen man zu einer grössern und kleinern Zahl eben dieselbe, oder: gleiche Zahlen addiret, daß die Summen ungleich seyn müssen.

Daß die Versetzung einerley Theile kein ander Totum geben.

§. 12. Weil gleich gesamte Theile gleiche Grössen geben; (§. 5.) so folget, daß die Versetzung einerley Theile einer Zahl, der Grösse nach kein ander Totum mache. z. E. 7 † 8 † 9 machet ein Totum 24, und 9 † 8 † 7 eben dasselbe.

Gleiches von gleichen subtrahiret, giebet gleiche Reste.

§. 13. Wen man von gleichen Zahlen 9 † 3, und 8 † 4

gleiche 5 † 1, und 4 † 2 abziehet, so ist der Rest gleich.

Den da 4 † 8 = 9 † 3
und 5 † 1 = 4 † 2

Und man gleiches für gleiches substituiren kann, so ist auch:

4 † 8 − 5 † 1 = 8 † 4 − 4 † 2.

Weil man aber auch an statt 8 † 4 sein gleiches 9 † 3 substituiren kann, so ist folgends auch:

8 † 4 − 5 † 1 = 9 † 3 − 4 † 2. W.Z.E.

Die Reste der Theile von einem gantzen zusammen genommen, sind gleich der Differentz der gantzen Zahlen.

§. 14. Weil alle Theile zusammen genommen den gantzen gleich, (1. 2. §. 6.) und gleiche Zahlen, gleiche Reste geben, wen gleiche Zahlen davon subtrahiret werden; (§. 12.) so folget, daß die Reste der Theile zusammen, gleich den Resten von Gantzen. z. E. Von 24, sind die Theile 18 und 6, und von 15, sind die Theile 10 und 5. Darum (18 † 6) − (10 † 5) = 8 † 1 = 9 und 24 − 15 = 9.

Die Differentz und der Minor von zweyen Zahlen zusammen geben den Majorem

§. 15. Wen man zweyer Grössen 8 und 5 ihre Differentz 3 zu der kleinen 5 addiret, restituiret solche die grössere 8. Den wen 8 > 5, und 8 − 5 = 3 der Differentz, so addiret man beyderseits die kleinere 5 zu der Differentz, und folglich ist 8 = 5 † 3, das ist: 8. (§. 6.)

Die Differentz von dem Majore zweyer Zahlen subtrahiret, giebet den Minorem von selbigen Zahlen.

§. 16. Folglich kommt von 2 Grössen 8 und 5, die kleinere Zahl 5, wen man die Differentz 3 von der grössern Zahl subtrahiret. Den weil 8 = 5 † 3; so folget, daß

daß wen 3 an beyden Seiten abgezogen wird, 8 − 3 = 5, das ist: 5 = 5. (§. 13.)

Eben die Zahl von 2 ungleichen Grössen abgezogen, läst ungleiche Reste.

§. 17. Wen man von 2 ungleichen Grössen 8 und 5 eine gleiche Zahl 2 subtrahiret, so ist ein Rest kleiner, der ander grösser. Den 5 < 8 ist einem Theil von 8 gleich, (Vorb. §. 12.) und ist 8 zusamen gesetzet von 5, und noch einen Theil von 8, das ist: 3. (Vorb. §. 42.) Ist also 8 = 5 + 3, und folglich 8 − 2 = 5 + 3 − 2. (1. 2. §. 6.) Nun aber ist 5 − 2 ein Theil von 3 + 5 − 2, darum ist 3 + 5 − 2 > 5 − 2, (Vorb. §. 42.) und 8 − 2 > 5 − 2 (1. 2. §. 6.)

Zu der Summa zweyer ungleichen Grössen ihre Differentz addiret, giebet die Gröste gedoppelt.

§. 18. Wen man zu zweyen ungleichen Grössen 8 und 5, Summa: 13 ihre Differentz 3 addiret, so kommt die grössere Zahl 8 gedoppelt, nemlich: 16. Den weil 8 + 5 die Summa ist, von 8 und 5, so ist ihre Differentz 8 − 5, solche addiret, bringet 16, das Duplum von 8. Den + 5 und − 5 heben sich einander auf, und bleibt nur: 8 + 8 = 16.

Die Differenz von der Summa zweyer Grössen subtrahiret, giebet die kleinere Zahl gedoppelt.

§. 19. Wen man hingegen die Differentz 3 von der Summa zweyer Grössen 8 + 5, das ist: 13 subtrahiret, so kommet das Duplum der kleinern Zahl, das ist: 10. Den 8 + 5 ist die Summa von 8 und 5, darum ist ihre Differentz 8 − 5, solche von 8 + 5 subtrahiret, bleiben 5 + 5 = 10 das Duplum von 5. Den es heist die Regula algebraica; wen zwey Quantitates mit diversen signis bezeichnet, sollen von einander subtrahiret werden, so addiret man beyde, und setzet davor das Signum der öbersten, also ist hier − 5 von + 5 = 5 + 5.

Die halbe Differentz zu der halben Summa 2er Zahlen addiret, giebet die grössere Zahl und vice versa,

§. 20. Wen man zu zwey Grössen 8 und 6 halben Summa 7, die halbe Differentz 1 addiret, so kommet die grössere Zahl 8: so man aber von derselben 7 die halbe Differenz 1 subtrahiret, so kommet die kleinere Zahl 6. Den da die grössere Zahl 8, und die kleinere 6, so ist die halbe Summa 4 † 3, und die halbe Differentz 4 − 3, solche addiret, ist: 8, die Grössere; und subtrahiret, ist: 6, die kleinere Zahl. (§. 17. sq.)

Eins multipliciret nicht, kann aber mit einer andern Zahl multipliciret werden.

§. 21. Da Eins allezeit dasselbe ist, so folget, daß wen ein Ding 1 mal genommen, das genommene allezeit sich gleich sey, (§. 1.) und daß also 1 nicht vermannigfältige: aber durch eine andere Zahl vermannigfältiget werden könne.

Gleiches mit gleichen multipliciret, machet gleiche Producta.

§. 22. Gleiche Zahlen: 2 † 4, und: 5 † 1, mit gleichen Zahlen: 6 † 3, und: 7 † 2 multipliciret, bringen gleiche Producta. Den wen 2 † 4 = 5 † 1, und man 2 † 4, und 5 † 1, beyderseits mit 7 † 2 multipliciret, so sind 12 † 30 † 12 = 35 † 17 † 2. Da nun ferner 6 † 3 = 7 † 2, so müssen auch eben die Facta erscheinen, wen man 2 † 4 und 5 † 1 durch 6 † 3 multipliciret, und ist 12 † 30 † 12 = 30 † 21 † 3. Da man nun gleiche Facta für gleiche substituiren kann, so muß auch das Factum von (2 † 4.)(6 † 3.) gleich seyn den Facto von (5 † 1.)(7 † 2.) W. Z. E.

Die Zahlen selbst, oder: deren Theile mit einander multipliciret, machen gleiche Producta.

§. 23. Daher folget, daß von zwey Zahlen eben das Product kommet, wen man sie selber, oder: ihre Theile

nach

nach einander, in einander einführet. z. E. 4 mal 6 in sich selbst eingeführet, ist: 24. Die Theile von 4, sind 2 mal 2, und von 6, sind 2 mal 3. Es ist also gleich viel, ob man 4 und 6, oder: ob man 2. 2 und 3. 2 in einander multipliciret.

Eben so gehets mit den partibus aliquantis.

§. 24. Hieraus folget ferner, daß einerley Producta kommen, wen man eine Zahl 6 mit allen ihren partibus aliquantis, jeden insonderheit in eine andere 47 einführet, und deren Producta addiret: oder: wen man sie selbst auf einmal einführet: denn 6 mal 47, ist: 282. Die partes aliquantæ von 6, sind 1 † 2 † 3. Wen man also erstlich nimt 1 mal 47, so macht das 47. Dazu doppelt 47 = 94, und noch dazu dreyfach 47 = 141, so macht 47 † 94 † 141 auch 282.

§. 25. So eine Zahl: 8 so mannigmal begriffen ist in einer andern: 32, als eine dritte Zahl: 6 in einer vierdten: 24, so ist die Summa von der ersten: 8, nnd der dritten: 6, so mannigmal begriffen in der Summa von der andern: 32, und der vierdten 24, das ist: 56, als die erste Zahl 8 in der andern: 32, oder: die dritte: 4 in der vierdten: 24. Den weil die Summa von 8 † 6 = 14, und die Summa von 32 † 24 = 56, und 8 † 6 die Theile von 14, wie 32 † 24 die Theile sind von 56. So muß auch 14 so offt in 56 enthalten seyn, als alle die Theile von 14 = 6 † 8 in den gleichnahmigten Theilen von 56 = 32 und 24 enthalten gewesen; Acht ist aber in 32 so offt enthalten gewesen, als 6 in 24. Derowegen ist auch 14 die Summa von 8 und 6, so vielmal in 56, der Summa von 32 und 24 enthalten, als: die erste: 8, in der andern: 32, oder: die dritte: in der vierdten: 24. W. Z. E.

Wenn

Daß die Differentz von zwey Zahlen in der Differentz zwey ander Zahlen, so offt enthalten, als der ersten Major und Minor in dem Majori und Minori der andern.

§. 26. Hieraus folget, daß die Differentz zwischen 2 Zahlen: 8, und: 6 so mannigmal begriffen sey in dem Reste von 2 andern Zahlen 32 und 24, als der Major von den ersten Zahlen 8 in dem Majore von den andern 32, und als der Minor von der ersten 6 in dem Minore von den andern 24, wen der Minor der ersten 6, so offt begriffen in dem Minore der andern 24, als der Major der ersten 8, in dem Majore der andern 32 begreiffen. Den weil 8 so monigmal in 32 begriffen, als 6 in 24, nach der Aufgabe 6 † 8 aber, und 32 † 24 Theile von 2 Zahlen 14 und 56 sind, (Vorb. §. 38.) so ist 2 der Rest von 8 – 6, und 8 der Rest von 32–24, und wie 8 in 32, 6 in 24, und 14 in 56 stecket 4 mal, so stecket 2 in 8 auch 4 mal.

Zwey Zahlen, so gleiche Theile von einem Gantzen, sind unter sich selbst gleich.

§. 27. Wen 2 Grössen 2 † 6 und 3 † 5 gleiche Theile von einer dritten 32, so sind sie einander selbst gleich; den 2 † 6 = 32: 4 und auch 3 † 5 = 32: 4, folglich ist 2 † 6 = 3 † 5. (§. 8.)

Daß zwey gleiche Producta, wen sie von gleichen Factoribus gemacht, anzeigen, daß die Faciendi auch gleich.

§. 28. Wen zwey gleiche Grössen: 2 † 6 = 3 † 5, beyderseits mit 2 andern Grössen: 5 † 2 und 4 † 3, jede insonderheit multipliciret werden, so sind die 2 andern Grössen: 5 † 2 und 4 † 3 auch gleich, so gleiche Facta heraus gebracht werden. Den der Multiplicans 2 † 5 nimmet 2 † 6, so offt als er Unitæten hat, desgleichen der andere Multiplicans 4 † 3 nimt 3 † 5 auch so offt. Nun aber enthält nach der Aufgabe das Product von 2 † 6. 5 † 2, eben so viel Unitæten, als das Product von 3 † 5. 4 † 3, folglich müssen 5 † 2 und 4 † 3 auch gleich

Glei-

seyn.

Gleiche Zahlen mit ungleichen multipliciret, bringen ungleiche Producta.

§. 29. Wen zwey gleiche Grössen 2 † 6 = 3 † 5 mit einer grössern 7 und kleinern 4 multipliciret werden, so ist das erste Fectum: 14 † 42, das ist: 56 grösser, als: 12†20, das ist: 32. Den im ersten Facto ist 2†6 eben so viel mal genommen, als: 7 Unitæten hat, im andern aber 3 † 5 so vielmal genommen, als: 4 Unitæten hat. (l. 5. 1.) Nun aber hat 7 eben die Unitæten die 4 hat, aber doch mehr, als: 4. Folglich ist 14 † 42 > 12 † 20. (Vorb. §. 12.)

Daß ein Product in seine Facteres aufgehoben werde.

Das Product zweyer in einander geführten Zahlen wird aufgehoben in den Multiplicatorem durch den Multiplicandum, und in dem Multiplicandum durch den Multiplicatorem. z. E. 63 ist das Product von 7. 9, und soll also in dem Multiplicatorem 7, durch den Multiplicandum 9, oder: in dem Multiplicandum 9, durch den Multiplicatorem 7, aufgehoben worden. Nun aber ist 63 : 7 = 9 : 1, (l. 5. §. 1.) oder 63:9 = 7 : 1. Wen man also 63 mit 7 dividiret, bringet man eben so viel heraus, als: wen 9 mit 1 dividiret, i. e. 7. Dividiret mans aber mit 9, so komt 7.

Eine Zahl mit zwey andern multipliciret, bringet zwey Zahlen zum Producte von einerley Verhältnisse mit den Factoribus.

§. 31. Wen man eine dritte Zahl: 8 mit 2 unterschiedlichen Zahlen: 3 und 6 multipliciret, so sind die Facta 24 und 48, eben so vielmal in einander enthalten, als die Factores. Den jeglicher Multiplicator nimt seinen Multiplicandum so offt, als er Unitæten hat. (l. 5. 1.) Da nun die erste Zahl: 3 die helffte von der andern: 6, so hat 3 den Multiplicandum: 8 halb so viel-

vielmal genommen, als die andere: 6; folglich ist 3 mal 8, das ist: 24 so offt mal in 6 mal 8, das ist: 48 enthalten, als: 3 in 6 enthalten war.

Einerley versetzte Factores geben gleiche Producta.

§. 32. Einerley Factores 6, 7. mögen versetzet seyn wie sie wollen, geben einerley Facta, und wen 6 mal 7 ist: 42, so ist auch 7 mal 6 eben: 42. Den aus der Definition des multiplicirens fliesset: daß 1: 6 = 7: 6.7 und 1: 7 = 6: 7.6. Nun ist auch 1: 6 = 7:6.7. Da nun: 7 = 7, so ist auch 6. 7 = 7. 6.

§. 33. Das Product **einer gantzen Grösse** 7 **mit einem ihrer** partium aliquantarum 3 multipliciret, **ist gleich dem** Producte **desselben Theils mit sich selbst zusammt der gantzen Grösse** complemente 4 multipliciret. Den 7. 3 = 3. 7. (§. 32.) Nun aber ist 3 † 4 = 7. (Vorb. §. 42.) Darum muß 3 † 4. 3 = 7. 3 seyn. (§. 24.)

§. 34. **Wenn eine Zahl in 2 Theile getheilet wird, so ist das** Product **von der gantzen Grösse mit sich selbst** multipliciret **gleich der** Summa **der** Producte **von einem jeglichen Theile 4 und 5 mit sich selbst, und dem** Duplo **eines Theiles mit dem andern** multipliciret. z. E. Die Gantze ist: 9, solche selbst mit sich multipliciret, ist: 81. Die 2 Theile von 9, sind: 4 und 5. So nun jeglicher mit sich selbst und eines Theils: 5 Duplum: 10 mit dem andern: 4 multipliciret wird, so ist 4. 4 = 16, und 5. 5 = 25, und das Duplum 4. 2. 5 = 40. Dieser Producte: 16 † 25 † 40. Summa: 81 soll gleich seyn. 9. 9. Den da 9 = 5 † 4, so ist 9. 9 = (5 † 4.) (5 † 4.) Solches mit einander multipliciret, stehet also:

5 † 4

5 † 4
5 † 4

20 † 16
25 † 20 †

25 † 40 † 16 wie oben,
und ist 25 † 40 † 16 = 81 = 9.9.

§. 35. So eine Zahl: 4 in einer andern Zahl: 20 so mannigmal begriffen ist, als eine dritte Zahl: 6 in der vierdten: 30, so begreifft die andere Zahl: 20 so mannigmal die erste 4, als: die vierdte 30, die dritte 6. Den 20: 4 = 5, und auch 30: 6 = 5, darum ist 20 zu 4, und 30 zu 6, wie 5 zu 1. (1. 6. 1.) Folglich 4: 20 und 6: 30 = 1: 5. Nun aber ist 20: 4 = 30: 6 nach der Aufgabe, darum wir eben dieselbe 1 zu 5, oder: 20: 4 so ist sie auch zu 5, oder 30: 6. (Vorb. §. 54.) und ist 20: 4 = 30: 6. (§. 8.)

Wen die ander Zahl so offt in der ersten, als die vierdte in der dritten steckt, ist das Factum der beyden äussersten gleich den Facto der mittelsten.

§. 36. Von 4 Grossen 12, 4, 18, 6, da die andere 4 so offt in der ersten 12 enthalten, als die vierdte 6 in der 3ten 18, ist das Factum der äusserssen 12. 6, gleich dem Facto der mittlern 18. 4. Den die erste ist entstanden aus der andern 4, und den exponente rationis, 3. Die dritte ist entstanden aus der 4ten: 6 und den exponente rationis: 3. Wen man also die erste und vierdte multipliciret, so multipliciret in præsenti casu 6, 3, 4, in einander. Eben die Zahlen multipliciret man auch mit einander, wen man die ander und dritte multipliciret. Weil nun aus einerley Zahlen unmüglich diverse facta erscheinen können, so muß auch dasjenige folgen, was oben gesaget worden.

Der

Der Quotient in das Product von zweyen Zahlen dividiret, giebet den Divisorem zum Quotienten.

§. 37. **Wen eine Zahl: 36, mit einer andern: 4 dividiret wird, so giebet der Quotient: 9 den Divisorem: 4, wen der Dividendus 36 wieder darin getheilet wird.** Den 36 : 4 = 9 : 1. (1, 6, 1,) Nun aber ist 9 der Quotus von 36 : 4. Folglich ist 36 : 9 = 4: 1. (§. 8.)

Dieses wird noch weiter erleutert.

§. 38. Das Product 18 von 2 Zahlen 3 und 6, hat einen von seinen Factoribus: 3 zum Quotienten, wen es in den andern: 6 dividiret wird. Den das Product: 18 = 6.3, oder: 3.6, ist gegen: 6, oder: 3, wie: 6, oder: 3 gegen: 1. (1. 5. 1.) Nun aber sind 3 und 6 die Factores von dem Producte: 3.6, darum ist 18: 6 = 3, und 18 : 3 = 6. (§. 37.)

Der Quotient mit dem Divisore multipliciret, giebet den Dividendum.

§. 39. **Hingegen, wen 2 Zahlen: 3 und 6 von einer dritten 18 der Quotient und Divisor sind, so geben sie das Product, wen sie in einander geführet werden.** Den 18 : 6 = 3. (1.6. 1.) Nun ist 6 der Divisor, und 3 der Quotient, darum ist 6.3 = 18. (1. 5. 1.)

Wie 1 in der Division anzusehen.

§. 40. **Eins kann durch keine gantze Zahl getheilet werden.** Eine jedwede Zahl aber in 1 getheilet, hat einen Quotienten der ihr gleich ist, den jede Zahl muß in eine kleinere getheilet werden. (Vorb. §. 20. Nun aber ist 1 der Grund aller Zahlen, darum kann 1 durch keine andere Zahl in gantzen Zahlen getheilet werden. Ferner wird eine Zahl grösser, oder: kleiner, wie sie gewesen, so man eine, oder: mehr Ein-

heiten ihr hinzu thut. (Vorb. §. 12.) Nun aber wird durch die Multiplication mit 1 einer Zahl nichts hinzu gethan, noch davon genommmen, (§. 21.) darum ist jede Zahl in 1 multipliciret, oder: dividiret ihr selbst gleich. (Vorb. §. 23.)

Gleiches mit gleichen dividiret, giebet gleiche Quotienten.

§. 41. **Wen 2 Grössen 24 ggr. und 1 Rthlr. mit einander gleich, und so sie mit 2 andern Grössen: 6 ggr. und 72 pf. dividiret werden, gleiche Quotos bringen, so sind die beyden letztern Grössen: 6 ggr. und 72 pf. auch gleich.** Oder: wen gleiches mit gleichen dividiret wird, so sind die Quoti auch gleich. Den wen man die ersten beyden gleichen Grössen 24 ggr. und 1 Rthlr. mit den Divisoribus 6 ggr. und 72 pf. multipliciret, so ist 6 ggr. 24 ggr. = 144 ggr. und 1 Rthlr. 72 pf. = 1728 pf. = 144 ggr. (1. 6 §. 31.) und folglich ist 6 ggr. zu 1, wie 72 pf. zu 1 und 6 ggr. = 72 pf. (Vorb. §. 12.

Wen zwey Zahlen durch eine dritte dividiret werden, so verhalten sich die Quoti, als die gegebenen Zahlen.

§. 42. **Wen man 2 unterschiedliche Zahlen: 24 und: 36 mit einer dritten Zahl: 4 dividiret, so sind die Quotienten so vielmal in einander enthalten, als die dividirten Zahlen.** Den 24 : 4 = 6, und 36 : 4 = 9, darum ist 6 gegen 9, wie 24 gegen 36, sintemal 4. 6 = 24, und 4. 9 = 36. Nun ist aber 6 gegen 9, wie 4. 6. gegen 4. 9. (§ 30.) Folglich ist 6 gegen 9, wie 24 gegen 36.

Wen von vier Zahlen das Factum extremorum, gleich den facto intermediorum, so verhält sich die erste zur andern, wie die dritte zur vierdten.

§. 43. **Wen von 4 Zahlen, 20, 4, 30, 6, das Factum der äussersten 20, 6 gleich ist dem Facto der beyden mittelsten 4, 30, so ist der Quotient aus der**

ersten 20 in die andere: 4, gleich dem Quotienten aus der dritten: 30 in die 4te: 6. Oder: die erste enthält, so offt die andere, als die dritte die vierdte. Den wen 20. 6 = 4. 30, so ist 20 gegen 4, wie 30 gegen 6. Wen man nun 30 und 6, jede mit 20 multipliciret, so verhält sich 30. 20 gegen 6. 20, wie 30 gegen 6, (§. 31.) und so man vor 20. 6, die ihr gleiche Zahl 4. 30 substituiret, so ist: 20. 30 gegen: 4. 30, wie 30 gegen 6. (§. 4.) Darum wen man 20. 30, und 4. 30 mit 30 dividiret, so ist 20 gegen 4, wie 30 gegen 6. (§. 36.)

Wen die erste sich verhält zu der andern, wie die dritte zu der vierdten, so verhält sich auch die erste zur dritten, wie die andere zur vierdten.

§. 44. Wen 2 Zahlen 8 und 4 eben den Quotienten haben, oder: so viel mal in einander stecken, als 2 andere: 24 und 12, so stecket die erste eben so vielmal in der dritten, als die andere in der vierdten. Den wie 8 gegen 4, so ist 24 gegen 12, und 8: 4 = 2, und 24: 12 = 2. Darum ist 4. 2 = 8, wie 12. 2 = 24. (§ 6. 31.) Wen nun per substitutionem 4. 2 gegen 4 wie 12. 2 gegen 12, so ist 4. 2 gegen 12. 2, wie 4 gegen 12. (§. 31.) So ist auch 8 gegen 24, wie 4 gegen 12, und folglich 8 so viel mal in 24, als: 4 in 12 enthalten.

Wen zwey ungleiche Zahlen durch eine dritte dividiret werden, so sind die Quoti ungleich.

§. 45. Wen man eine kleinere: 12, und eine grössere Grösse: 16 mit einer dritten Grösse: 4 dividiret, so ist der erste Quotient 3 auch kleiner, als der andere 4. Den wie 16 > 12, und 16: 4 = 4, und 12: 4 = 3, so ist 4 > 3. Nun aber ist 4 so offt in 16 enthalten, als 1 in 4; und 4 ist so offt in

12 enthalten, als 1 in 3. (1.6.§.2.) Da nun 4 mehr mal in 16, als: in 12 stecket, so stecket die Unität mehrmal in 4, als in 3, und daher ist 4 > 3. (Vorb. §.12.)

Zwey gleiche Grössen durch zwey ungleiche Zahlen getheilet, geben ungleiche Quotienten.

§. 46. **Wen man zwey gleiche Grössen:** 36 **mgr. und** 24 **ggr. eine mit einem grössern** Divisore: 9, **und die anderen mit einem kleinern:** 6 **dividiret, so ist der erste** Quotus **kleiner, als der andere.** Den 9 > 6, und 36 mgr: 9=4 mgr. und 24: 6=4 ggr. so ist 4 mgr < 4 ggr. Den eine grössere Zahl reichet nicht so viel mal in eine zutheilende Zahl, als eine kleinere. (1.6. §. 3.) Also ist 9 nicht so viel mal in 36 mgr, als: 6 in 24 ggr. und 1 nicht so viel mal in 4 mgr. als: in 4 ggr. enthalten. Folglich ist 4 mgr. < 4 ggr. (Vorb. §. 12.)

Die Quotienten der Theile einer Zahl durch eine dritte Zahl, sind gleich den Quotienten der gantzen Zahl, in eben dieselbe dritte Zahl.

§. 47. **Wen man eine Zahl:** 15, **entweder selbst: oder: nach ihren Theilen** 9 **und** 6 **besonders durch eine andere Zahl** 3 **theilet, so ist die** Summa **der** Quotienten **von den Theilen gleich dem** Quotienten **der gantzen** Zahl. Den nach der Aufgabe, sind 9†6 die Theile der Summa 15, darum ist 9†6=15, und da 15: 3=5, so muß aus 9:3†6: 3=5 seyn. Den da alle Partes den Toto gleich, so hat man an statt des gantzen alle seine Theile substituiret.

§. 48. **So man eine** Zahl 30 **dividiret durch eine andere** 6, **und den** Quotienten 5 **durch eine 3te** Zahl 3 **multipliciret, so verhält sich das** Product 15 **gegen die erste** Zahl 30, **wie die 3te** Zahl 3 **gegen die andere** 6. Den wen 30: 6=5, und

5. 3=15, so ist 15 gegen 3, wie 30 gegen 6, und 6 ist so mannigmal begriffen in 30, als 1 in 5, und 3 ist auch so mannigmal in 15 begriffen, als: 1 in: 5.(1.6.2.) Darum ist 5 gegen 15, wie 6 gegen 30, (§. 8.) und 15 gegen 30, wie 3 gegen 6.

§. 49. **Von drey Zahlen:** 6,18,72, **ist der** Quotus: 12 **von der ersten:** 6 **in die 3te:** 72 **gleich dem Producte der** Quotienten **aus der ersten:** 6 **in:** 18, **das ist:** 3, **und der andern in die 3te, das ist;** 4. Den 72: 6=12 und 18: 6=3, auch 72: 18=4. Nun aber 4. 3=12. Darum da 72: 12=6, und 18: 6=3 so vielmal 1 in sich begreifft, als 6 in 18 beriffen, (1.6.1.) so ist auch 72: 18=4 und 4. 3=12, so mannigmal in 72 begriffen, als: 3 in 18. (§. 47.) Folglich 1 so offt in 6, als: 6 in 72. (§. 8.) Und endlich 3.4, oder: das Product der beyden Quotienten 6 in 18, und 18 in 72 gleich dem Quotienten von 6 in 72, das ist: 12.

§. 50. **Der** Quotient **von einer** Zahl 120 **in einer andern** Zahl 30 dividiret, **ist gleich dem** Quotienten **derselben** Zahl, **wen solche in deren** partes aliquotas 5 **und** 6 dividiret **wird.** Den 120:30=4, und 120: 5=24, und 24: 6=4, und da 5. 6=30, so kann man allezeit 6. 5 vor 30 substituiren, (§. 4.) und 120:30=120: (5.6.)

§. 51. **Wen man etliche** Zahlen **durch ihre Theile, es mögen** partes aliquotæ cognomines, **oder:** partes aliquantæ similes **seyn, jegliche vor sich** dividiret, **so werden die** Quoti **gleich seyn.** z. E. 4, 6, 12, sind partes aliquantæ similes, und zugleich partes aliquotæ cognomines, von 6, 9, 18. Den alle partes similes, enthalten jegliche partes aliquotas von ihren Multiplici in gleicher Anzahl. (Vorb. §, 66.) Nun aber sind 4, 6, 12, partes aliquantæ von 6, 9, 18,

dar-

darum sind die Quoti von 4, 6, 12, in 6. 9, 18, einander durch $1\frac{1}{2}$ gleich, sie mögen, als: partes aliquotæ cognomines, oder: als partes similes aliquantæ betrachtet werden.

§. 51. **Der** Quotient 8 **von einer** Zahl 5, **so in dem** Producte **von zwey** Zahlen 4 **und** 10 **begriffen, ist gleich dem** Producte **von dem** Quotienten 5, **so er mit der andern** Zahl: 8 multipliciret **wird.** Deme 4. 10=40, und 40: 5=8, wie auch 10: 5=2, und 2. 4=8. Da nun 40=4. 10, und 10=5. 2, auch 8=4. 2. so ist 10 so offt in 5, als: 8 in 4, foglich 10. 4=5. 8. Und da 10. 4=40, so ist auch 5. 8=40. (§. 36.) und 40 gegen 5, was 10. 4 gegen 5. (§. 4.)

§. 53. **Das** Product 30, **von zwey** Zahlen 6 **und** 5, **ist gleich dem** Producte **des** Quotienten 2. **von einer dritten** Zahl 3. **so in einen der zwey** Zahlen 6, **begriffen, wenn sie** multipliciret **wird mit dem** Product **des andern** Quotienten, **der zweymal** 5 **mit derselben dritten** Zahl 3. Den 6. 5=30, und und 3. 2=6, auch 5. 3=15, und endlich 2. 15=30. Da nun 2 gegen 6, wie 5 gegen 15, so ist 2. 15=5. 6, und 2. 3=6, auch 5. 6=30, und per substitutionem (§. 4.) 5. 2. 3=30, und auch 5. 6=30, wie also 5. 6 gegen 30, so ist 5. 2. 3. auch gegen 30 (§. 22.)

§. 54. **Wen eine** Zahl 8 **mit einer andern** Zahl 6 multipliciret, **und das** Product 48 **durch eine dritte** Zahl 3 dividiret **wird, so ist die erste** Zahl 8 **so offt in den** Quotienten **von der dritten** Zahl 3 **in dem** Product **der ersten und andern** Zahl 48, **das ist:** 16, **als die dritte** Zahl 3 **in der andern** 6. Den da 6. 8=48 und 6. 8: 3=48: 3=16. So ist, wen man an beyden Seiten mit 8 dividiret: 6: 3=16: 8. W. Z. E.

§. 55. **Wen eine Zahl 12 in einer andern Zahl 24 begriffen ist, so ist der Quotient 2 mit einer dritten Zahl 8 multipliciret, das ist: 16, gleich dem Producte das heraus kömt, wen man die erste Zahl: 12 theilet durch eine vierdte: 4, durch diesen Quotienten wieder die andere 24 dividiret, und diesen neuen Quotienten multipliciret mit den Quotienten der dritten Zahl 8, in die vierdte Zahl 4. Wen 24: 12=2, und 2. 8=16, so ist 12: 4=3, 24: 3=8, 8: 4=2, und 8. 2=16.**

§. 56. **Wen man eine Zahl 9 mit einer andern 6 multipliciret, und das Product durch eine dritte Zahl 3 dividiret, so ist der Quotient 18 gleich dem Quotienten, so man eben die erste Zahl 9 mit einer vierdten Zahl 2 multipliciret, so in der andern 6 enthalten, und solche dividiret durch eine fünffte Zahl, die eben so offt in der dritten Zahl 3 enthalten, als die vierdte in der andern. Den 9. 6=54, und 54: 3=18. Wen nun 3 in 6, ist 2 mal, 1 in 3, ist 3 mal, so ist: 9. 2=18, und 18: 1=18. Also wie 9 in 18, so ist 3 in 6, und wie 9 in 18, so ist auch 1 in 2; darum 9. 6=18. 3, wie 9. 2=18. 1, und folglich 9. 6=54, und 54. 3=18, wie 9. 2=18, und 18. 1=18. (§. 8.)**

§. 57. **Wen eine Zahl 18 nicht eben in einer andern 8 aufgehet, so kann man den würcklichen Quotienten 2 in gantzen Zahlen nennen, und sagen: es bleibet ein Rest 2, oder: man kann 1 mehr nennen, als den Quotienten 2, und dazu sagen: es fehlet etwas: 6. (Vorb. §. 22.)**

§. 58. **Wen man von einer Zahl 20 getheilet in eine andere 8, den Rest 4 abnimt, oder: das Complement 4 dazu addiret, so gehet die heraus gebrachte Zahl 16 und 24 in die andere Zahl:**

8 völ=

8 völlig auf. Den da das gantze von 8 in 20 enthalten ist 2 mal, und überdem noch 4 Theile, so folget, daß die 20 – 4 eine Zahl sey, die in 8 aufgehe. (1. 2. 14.) Da auch das gantze 8 enthält 2 mal, und überdem noch 4; so folget, daß man nur noch 4, als der Zahl zwantzig Complement, ehe sie dreymal 8 in sich enthält, dazu addiren dürffe, und das 20+4 durch 8 per 3 divisibel.

§. 59. **Wen eine Zahl 20 in einer andern Zahl 8 dividiret wird, so ist die Summa des Restes 4, und des Complements 4 gleich dem gantzen Divisori.** Den da der Rest ein Theil, und das Complement 4 (Vorb. §. 24.) das andere Theil des Divisoris, so folget, daß beyde Theile zusammen genommen, dem gantzen gleich sind. (Vorb. ib.)

§. 60. **Wen man eine Zahl 20 in 8 dividiret, so ist die Summa des Restes 4, und des Complements 4 allezeit in den Divisorem theilbahr.** Den da die Summa des Restes, und des Complements gleich dem gantzen Divisori, (§. 59.) so mag sie auch allezeit durch den Divisorem durch 1 getheilet werden. (Vorb. §. 17.)

§. 61. **Von 2 Zahlen 18 in 5 dividiret, ist der Rest 3, die Differentz zwischen dem Complement 2, und dem Divisore 5, und das Complement 2, die Differenz zwischen dem Rest 3, und dem Divisore 5.** Den da der Rest 3, und das Complement 2 gleich dem gantzen Divisori: 5, (§. 59.) und so offt man einen Theil von dem gantzen nimt, der andere die Differentz ist. Ferner das gantze 5 gleich allen Theilen 2 und 3 zusammen genommen; (Vorb. §. 25) so folget, daß der andere Theil, nemlich: das Complement 2: bleibe, so man den Rest 3, als den einen Theil von den Divisore: 5 subtrahiret, und der

Rest 3, als der erste Theil, so man das Complement: 2, als den andern Theil des gantzen: 5 davon subtrahiret. (1. 3. 1.)

Wen der Rest, oder: das Complement bekannt ist, das Complement, oder den Rest zu determiniren.

§. 62. Wen bey einer Division 18 in 5, der Divisor 5, und der Rest 3, oder: der Divisor 5, und das Complement 2 bekannt, so kann man durch die Subtraction 2 von 5 den Rest 3, und 3 von 5 das Complement 2 finden. Den so das Complement 2 bleibet, so man den Rest 3 vom Divisore abziehet; und der Rest 3 bleibet, so man das Complement 2 vom Divisore abziehet, so ist 2 das Complement, und 3 der Rest von der Division 5 in 18. (§. 57.)

§. 63. Wen 2 Zahlen 10, und 24 jede insonderheit durch die 3te 7 nicht eben aufgehen, so sind die Complemente gleich, wen ihre Reste gleich sind. Den 10: 7 = 1, und bleibt 3. Also 24. 7 = 3, und bleibt auch 3. Da nun, wie in Theoremate gesaget, die Divisores und Reste gleich groß sind. Der Divisor aber so groß ist, wie der Rest und das Complement: so folget, daß auch, wen die Reste gleich, die Complemente gleich seyn müssen. Den wenn man die gleichen Reste von den gleichen Divisoribus abziehet, so bleibet gleiches, nemlich die Complementa.

§. 64. Wen 2 verschiedene Zahlen 10 und 25 in einer 3ten 7 nicht eben aufgehen, und der Rest 3 der einen gleich dem Complemente 3 der andern, so ist die Summa solcher Zahlen 10+25, in dem Divisorem theilbar. Den da es ausgemacht, daß der Rest und das Complement gleich ist dem Divisori, der Divisor aber in beyden Fallen einerley; so folget,

wen

wen der Rest in der ersten Division gleich den Complemente in der andern, daß auch das Complement in der ersten Division gleich dem Rest in der andern. Da man nun ferner gleiches für gleiches substituiren kann, so fliesset ferner hieraus, das die beyden Reste, so in beyden Divisionibus überblieben, eben so groß, als der Divisor seye, und folglich in denselben Divisibel seyn müssen. Und da die Zahlen – den Resten in den angenommenen Divisorem theilbar; so folget, daß sie auch ohne Abnahme ihre Reste, wen man sie nemlich zusammen addiret, theilbar seyn müssen.

§. 65. **Wen von 2 Zahlen 8 und 11, so in einer 3ten Zahl 5 nicht eben aufgehen, der Rest der einen 3 nicht gleich ist dem Complement der andern 4, so ist die Summa beyder Zahlen 8 + 11 = 19, in die dritte 5 untheilbar.** Diese Propositon ist nur die vorige umgekehrt, und braucht also keines Beweises.

§. 66. **Wen von 2 Zahlen die Summa nicht theilbar in die 3te Zahl 5, und das Complement der einen kleiner wie der Rest der andern, so ist der Rest der Summa beyder Zahlen gleich, der Differentz zwischen dem Complemente der andern, und dem Reste der einen Zahl. Oder: so das Complement der einen Zahl grösser, als der Rest der andern, so ist das Complement der Summa beyder Zahlen gleich der Differentz zwischen dem Rest der einen, und dem Complement der andern Zahl.** z. E. Diese Propositon ist aus den beyden vorigen zu demonstriren. Den da in den vorigen erwiesen worden, daß die Summa zweyer Zahlen divisibel sey durch ein 3te Zahl, wen der einen Complement so groß, als der Rest der andern, oder: welches eben so viel; wen beyde Reste so groß, als die dritte Zahl, dadurch beyde Zahlen dividiret worden: so

get hieraus: 1) daß zweyer Zahlen Summa nicht divisibel durch eine 3te, wen das Complement der einen gröſſer, oder: kleiner als der Rest der andern, und 2) dieses: daß wen man solcher Zahlen Summa, deren einen ihr Comqlement kleiner, als der andern ihr Rest, addiret, und diese Summa durch die vorige 3te Zahl dividiret, so viel müsse überbleiben, als das Complcment der einen kleiner, als der Rest der andern gewesen: welches der erste war. Ist aber das Complement der einen Zahl gröſſer, als der Rest der andern, und man addiret solche 2 Zahlen, so ist klar, daß an der Summa so viel fehlen müsse, als das Complement der einen gröſſer gewesen, als der Rest der andern. Den da das Complement dasjenige ist, so dem Reste noch ermangelt, ehe er so groß wird, als der Divisor, so muß, wen das Complement gröſſer, als der Rest, etwas fehlen an der Summa, daß sie nicht in Divisore aufgehet, nemlich so viel, als selbes gröſſer gewesen, als der Rest. Ein gröſſers – mit einen kleinern † addiret, geben –. Es sey in ersten Fall 23: 8 = 2, und der Rest 7 das Complement 1, und 18: 8 = 2, der Rest 2, und das Complement 6. So ist das Complement kleiner, als der Rest der andern, und folglich der Rest der Summa = 7 – 6 = 1. Die Summa 23 † 18 = 41, 41: 8 = 5, und der Rest ist 1. In andern Fall ist 8: 5 = 1, der Rest 3, und das Complement 2, 11: 5 = 2 der Rest 1, und das Complement 4, da die Complementa gröſſer, als die Reste. Es muß also in diesen Fall das Complement der Summa gleich seyn der Differents des einen Rests, und des Complements des andern, folglich 4 – 3 = 1. oder: 2 – 1 = 1, Die Summa 8 † 11 = 19, 19: 5 = 3, der Rest 4, und das Complement 1.

§. 67. Wen unterschiedliche Zahlen: 11, 13, 37 und 49 in einer andern Zahl 10 untheilbar; so

geher

geher deren Summa in solcher Zahl auf, wen die Reste zusammen sich in dieselbe aufheben lassen. Es sey 11 †23 †37 †49 = 120, und so jegliche obgenandter Zahlen in 10 dividiret werden, so bleiben folgende Reste 1 †3 †7 †9 = 20, welches in 10 theibar, darum soll auch die Summa 120 in 10 theilbar seyn. Den so man die Reste: 1. 3. 7. 9. von obgedachten Zahlen: 11. 13. 37. 49, und zwar jeden von seinen Dividendo subtrahiret, so bleiben lauter in 10 theilbare Zahlen, 10. 20. 30. 40. (§. 58. Da nun die Reste zusammen genommen, auch eine in 10 theilbare Zahlen geben, nach der Aufgabe; so folget, daß die Summa von den in 10 theilbaren Zahlen, und die in 10 theilbare Summa der Reste zusammen genommen, auch in 10 theilbar sey. (Vorb. §. 21.)

§. 68. Hieraus folget, daß zweyer Zahlen 16 und 19, deren eine 16 in eine 3te 4 theilbar, die andere 19 aber nicht, Summa: 35 auch nicht in dieselbe Zahl 4 theilbar sey Den 16: 4 = 4, und 19: 4 = 4 †3. Da nun 19 deswegen untheilbar, weil sie nicht anders, als mit einen Uberschuß in 4 sich dividiren läst, und 16 eben in 4 aufgehet; so folget, daß auch die Summa solcher Zahlen sich nicht eben in 4 aufheben lasse. (§. 65.)

§. 69. Und wen demnach zwey Zahlen, deren eine: 16 in 4 theilbar, die andere: 19 aber in derselben untheilbar addiret werden, so ist die Summa untheilbar, und 35 hat eben so viel zum Rest und Complement, als die untheilbare Zahl 19 hat. Den da 19 = 16 †3, so ist die Summa 16 †16 †3, und da 16 durch 4 theilbar, so folget, daß auch 16 †16 in 4 theilbar sey, und daß 16 †16 †3, eine in 4 untheilbare Zahl überlasse. Diese aber bleibt auch über, wen man 16 †3 mit mit 4 dividiret: dahero ist dasjenige erwiesen, was

zu

zu erweisen war, nemlich: das der Rest von 35 : 4 dem Rest 19 : 4. Sind die Reste gleich, so haben sie auch gleiche Complementa.

§. 70. **Woraus den weiter folget, daß unterschiedlicher Zahlen:** 7, 10, 15, 27, 39. Summa 98, **in die andere Zahl** 5 dividiret, **also untheilbar, daß der Rest und das** Complement **der** Summa **der Zahlen gleich sey, dem Reste und** Complemente **der** Summa **von den Resten der gegebenen Zahlen, wen jede insonderheit in die andere Zahl** 5 **diviviret werden, und sie entweder alle, oder: etliche derselben nicht in die andere Zahl aufgehen.** Den da in voriger Proposition erwiesen, daß zweyer Zahlen Summa, davon die eine in eine dritte theilbar, die andere aber untheilbar ist, eben einen so grossen Rest und Complement überlasse, wen man sie durch die angenommene dritte Zahl theilet, als die untheilbare Zahl übergelassen; und man die Reste der Zahlen, als eine durch die dritte untheilbare Zahl ansehen kann, so folget, daß auch der Rest und das Complement der Reste müsse gleich seyn, dem Reste und dem Complement der Zahlen zusammen genommen.

§. 71. **Wen zweyer Grössen** 8 † 6. Summa 14 **in ein gewisses Maaß,** 2, **oder :** 7 **theilbar, so ist entweder jede vor sich auch in solches Maaß** 2 **theilbar, oder: so die eine :** 6 **nicht theilbar in das Maaß der** Summa 7, **so ist der Rest der** 8 : 7 **gleich dem** Complement **der andern** 6. Wir wollen setzen, daß 14, als die Summa von 6 † 8 theilbar sey durch 2, wie auch der eine Theil 6. Wir wollen ferner setzen, der andere Pars 8 sollte nicht theilbar seyn in 2, so würde folgen, daß auch die von diesen Partibus entstandene Summa nicht theilbar wäre: weil wir

oben

oben (§. 69) erwiesen, daß eine theil- und untheilbare Zahl eine untheilbare Summa geben. Da aber vorausgesetzt worden, daß die Summa soll theilbar seyn, so folget: daß wen die eine Zahl in eine dritte theilbar, auch die andern in eben dieselbe theilbar seyn müsse. Welches das erste war. Zum andern, wen die Summa durch eine dritte Zahl theilbar, die eine Zahl aber nicht, so muß die andere Zahl so viel mehr haben, als der ersten fehlet, bis sie durch die dritte theilbar wird und folglich auch untheilbar seyn. Den wäre die andere Zahl ohne Rest theilbar, so müsse auch die erstere theilbar seyn, wie schon erwiesen. Nun aber ist die erstere untheilbar, also muß auch die andere untheilbar seyn, und der Rest, welcher heraus kömt, wen man die andere dividiret durch den angenommenen Numerum tertium, muß das complement der erstern seyn.

§. 72. **Wen etliche Zahlen 11. 13. 37 und 49, jede vor sich in eine andere 10 untheilbar; so ist die Summa ihrer Complemente in eben die Grösse theilbar, wen die Summa ihrer Reste darin theilbar ist; und auch umgekehrt: die Summa ihrer Reste ist in dieselbe theilbar, wenn die Summa ihrer Complemente darin aufgehoben werden kan.** Den da einer Zahl Complement, und der Rest zusammen genommen, eben so viel ausmachet, als der Divisor derselben Zahl, wie aus der Beschreibung des Complements klar, so machen die Reste und Complementa, aller Zahlen zusammen genommen, eben so viel aus, als die Divisores aller vorhandenen Zahlen. Und da alle Reste und Complementa so viel ausmachen, als alle Divisores zusammen genommen; die Divisores aber einerley sind, so folget: daß auch die Summa aller Reste und Complementen durch die angenommene dritte Zahl, als den gemeinschafftlichen Divisorem theilbar. Weil man ferner die Summa aller Complemen-

menten und aller Reste considériren kann, als ob sie entstanden aus der separaten Summa, oder: Zahlen aller Complementorum, und der Zahl aller Reste, und die andere Zahl durch eine dritte theilbar seyn muß, wen die Summa und die erste Zahl durch eine angenommene dritte theilbar sind, wie (§. 71.) erwiesen, die Summa aber aller Reste und Complementen allezeit in den angenommenen Numerum theilbar seyn muß, wie oben erwiesen, so folget: daß, wen die Zahl der Complementorum theilbar durch eine dritte Zahl, auch die Reste durch eben dieselbe theilbar seyn müssen. & vice versa. W. Z. E.

§. 73. Wen aber etlicher Zahlen 7 † 10 † 15 † 27 † 39. Reste 2 † 0 † 0 † 2 † 4. Summa: 8, oder: deren Complemente 3 † 0 † 0 † 3 † 1. Summa 7: in 5 untheilbar, so ist auch der Complementorum und Reste Summa in dieselbe Zahl 5 untheilbar, und der Rest von einer solchen Summa 8, gleich dem Complemente der andern. Dieß ist nicht schwer zu erweisen: den weil, wie in §. 72. dargethan, die Summa aller Complementen und Reste allezeit in den angenommenen Numerum tertium theilbar, diese aber, als eine Summa, so aus den sæparaten Summis aller Complementen und aller Reste entstanden, considériret werden kann; in §. 71 aber gezeiget worden, daß, wen von einer theilbaren Summa der eine Post untheilbar, der andere auch dergleichen seyn müsse, so folget: daß wen die Summa der Reste in den angenommenen Numerum tertium untheilbar, auch die Summa der Complementorum, als des andern Theils in denselben untheilbar seyn müsse. Welches das erste war.

Ferner, da §. 64 & 65. dargethan worden, daß, wen zweyer durch eine dritte untheilbaren Zahlen Summa durch eben die dritte theilbar, daß Complement

de

der einen so groß sey, wie der Rest der andern, so folget auch, daß in vorgegebenen Fall der Rest aus der Summa der Complementorum so groß seyn müsse, wie das Complementum aus der Summa der Reste. Welches das ander war.

§. 74. **Wen 2 Zahlen 10 und 24 jede insonderheit in eine dritte 7 dividiret, gleiche Reste haben, so ist ihre Differentz 14 in solche Zahl 7 theilbar.** Wir wollen setzen, die grössere sey entstanden aus einer in eine dritte Zahl theilbaren theile und einen in eben dieselbe Zahl untheilbaren. Es sey ferner die kleinere entstanden aus einen andern in eben dieselbe dritte Zahl theilbaren Theile, und einen untheilbaren, der von eben der Grösse, wie der gewesen, so man bey der grössern angetroffen. Wir setzen ferner, wir sollten die Kleinere abziehen von der Grössern, so muß der Rest entstehen aus den beyden in die dritte theilbaren Theilen; den der in beyden Theilen gleich grosse untheilbare Theil fält gegen einander weg. Es ist also ferner der grössere theilbare Theil entstanden, als eine Summa aus den kleinern und der Differentz. Da nun der Grössere, den wir hier für die Summa annehmen, wie auch der Kleinere in die angenommene dritte Zahl theibar seyn, so muß auch die Differentz, als der andere Theil der Summa in eben dieselbe dritte Zahl theilbar seyn. (§. 69. und 71.) W. z. E.

§. 75. **Wen von 2 Zahlen 18 und 29 in die 3te 7 dividiret, die Reste ungleich, so ist ihre Differentz 11 in diese Zahl 7 untheilbar.** Diese Propositon hat ihre Klarheit schon aus der vorigen, und braucht keines Beweises. Es kann in übrigen geführet werden, wie bey der vorigen Propositon geschehen.

§. 76. **Wen von 2 Zahlen 18 und 33, jede in die 3te 7 dividiret, die Reste ungleich, und der Rest**

der

der kleinern Zahl kleiner, als der Rest der grössern, so ist ihre Differentz untheilbar, und der Rest von ihrer Differentz gleich der Differentz zwischen dem Rest des Majoris und Minoris. Oder: wo der Rest des Minoris grösser, als der Rest des Majoris, so ist der Differentz gleich dem, was der Rest des Majoris zusamt der dritten Zahl grösser, als der Rest des Minoris. Daß die Differentz von zweyen Zahlen theilbar, wen die Reste gleich groß, ist §. 74. gezeiget. Das dieselbe untheilbar, wen die Reste ungleich, ist in §. 75. gesaget. Es ist also erstlich zu erweisen, daß wen die Reste ungleich, und der Rest der kleinern Zahl kleiner, als der Rest der grössern, der Rest der Differentz = sey der Differentz der Reste der Zahlen. Die Differentz der Zahlen entstehet, wen man den Majorem von den Minore abziehet. Der Major bestehet aus einer in die angenommene dritte Zahl theilbaren Theile und dem Reste. Der Minor bestehet gleichfals aus einen in die angenommene dritte Zahl theilbaren Theile und ihren Reste. Wen man also die kleinere Zahl von der grösseren abziehet, so ziehet man einen in die dritte theilbaren Theil von einen in die eben die dritte theilbaren Theile ab, und einen Rest von den andern. Bestehet also die Differentz der Zahlen aus der Differentz der theilbaren Theile des Majoris und Minoris, welche wieder theilbar, §. 69. 71. 74. und der Differentz der Reste. Wen man also die Differentz wider durch den angenommenen Numerum tertium dividiret, so ist klar, daß zum Rest so viel bleiben müsse, als die Differentz zwischen den Resten des Majoris und Minoris ausmachte, weil die Differentz der theilbaren Partium, wie oben gesaget, theilbar war. W. z. E.

Zum andern muß bewiesen werden, daß, wen der Rest der kleinern Zahl grösser, als der Rest der grössern, der Rest der Differentz = sey dem Numero tertio † den

Rest

Rest des Majoris – den Rest der kleinern Zahl. Wen man in diesen Fall die Differentz der Zahlen finden will, so ziehet man wieder ab den Minorem von Majore. Der Major bestehet aus einem in die dritte Zahl theilbaren, und einen in dieselbe untheibaren Theile. Desgleichen der Minor. Weil aber in præsenti casu der untheilbare Theil des Majoris, oder: der Rest desselben kleiner, als der Rest des Minoris, so kann man den Rest des Minoris davon nicht abziehen, wo man nicht von der theilbaren Zahl, oder: Theile des Majoris, so viel Unitæten wegnimt, und den Reste desselben zuleget, als der angenommene Numerus tertius Unitæten hat, da man den von dieser Summa des Rests des Majoris und des Numerii tertii den Rest des Minoris, oder desselben untheilbaren Theil subtrahiren kann. Also bestehet in diesen Fall die gantze Differentz aus der per §. 69. 71. 74. theilbaren Differentz der theilbaren Theile des Majoris und Minoris, und aus dem Unterscheid des untheilbaren Theils des Majoris † dem Numero tertio und dem untheilbaren Theil des Minoris. Wen man also in diesen Fall die Differentz der Numerorum durch den angenommenen Numerum tertium dividiret, so ist klar, daß das Relict so groß seyn müsse, als die Differentz des Relicts des Majoris † der angenommenen dritten Zahl grösser, als das Relict des Minoris: weil der unterscheid der theibaren Theile der Zahlen wieder theilbar ist. W. z. E.

§. 77. **Wenn eine Zahl: 6, so in ein gewisses Maas: 3 theilbar, von einer in dasselbe Maas untheilbaren Zahl: 23 subtrahiret wird, so ist die Differentz in dasselbe Maas untheilbar, und muß deren Rest: 2 gleich seyn, dem Reste der untheilbaren Zahl.** Denn die in dasselbe angenommene Maas untheilbare Zahl, bestehet aus einen in dasselbe Maas theilbaren, und einen in dasselbe untheilbaren Theile,

nemlich dem Reste. Wen ich also von derselben eine Zahl subtrahiren soll, so in dasselbe angenommene Maas theilbar, so subtrahire ich eine theilbare Zahl von den theilbaren Theile der angenommenen Zahl, folglich bleibt zum Reste ein theilbarer Theil, und der in der angenommenen Zahl gewesene untheilbare Theil, oder: dessen Rest. Folglich ist der Rest in dasselbe Maas untheilbar, und der Rest der Differentz gleich dem Rest der Zahl. W. z. E.

§. 78. **Wen eine in ein gewisses Maas 3 untheilbare Zahl 8 von einer in solches Maas theilbaren Zahl 24 subtrahiret wird, so ist die Differentz in solches Maas untheilbar, und der Rest der Differentz 16 gleich dem Complemente des Minoris.** Wen man eine in eine dritte untheilbare Zahl von einer in dieselbe theilbaren subtrahiret, so kann man den Majorem considériren, als das Totum, oder: die Summam. Die abzuziehende Zahl, als ein Partem und das Residuum, oder: die Differentz, als den andern Partem. Da nun oben erwiesen, daß, wen von einer in eine dritte Zahl theilbaren Summa der ander Pars untheilbar, wen der erste untheilbar, so folget: daß in diesen Fall die Differentz untheilbar seyn müsse, da der Minor untheilbar. W. das erste war.

Zum andern, da die abzuziehende untheilbare Zahl bestehet aus einen in die dritte theilbaren, und einen in dieselbe untheilbaren Theile, nemlich: dem Relict; die grössere aber aus lauter theilbaren: oder: so grossen Theilen, als das Maas ist, und das Relict mit dem Complement gleich ist dem Divisori, oder dem Maas, so folget: wen man einen, oder: mehr theilbare Theile, nebst dem Relict von lauter theilbaren Theilen abziehet, der Rest der Differentz gleich seyn müsse dem Complement der untheilbaren Zahl sc. des Minoris. W. z. E.

§. 79.

§. 79. Wie das Product von 2 in einander geführten Zahlen, deren eine, oder: alle beyde in ein gewisses Maas theilbar, auch in dasselbe Maas theilbar ist, (Vorb. §. 21.) also verhält sich das Maas des Products zweyer Zahlen, 26 und 10, so in eine 3te Zahl 3, als ihr Maas nicht theilbar, wie das Product der Reste beyder Factorum 26 und 10, und ist theilbar in dasselbe Maas, wen das Product der Reste der Factorum in solches theilbar, und hat eben den Rest und Complement, als das Product beyder Reste der Factorum. Den 26. 10 = 260, dieses Product getheilet in 3 = 86 † 2 und 26: 3 = 8 † 2, wie 10: 3 = 3 † 1. Diese 1. 2 soll gleich seyn dem Reste des Products 260: 3 = 2. Da nun jede Factores in 3 untheilbar, nach der Aufgabe, so bestehet jeglicher derselben aus einer in 3 theilbaren, und untheilbaren Theile. Den 26 = 24 † 2, und 10 = 9 † 1, so man nun den in 3 theilbaren Theil des Multiplicandi 24 mit dem Factore 9 † 1, oder: 10 multipliciret, so gehet das Product 240 auch in 3 auf, (Vorb. §. 21.) und so man den auch den untheilbaren Theil des Multiplicandi 2 mit 9 † 1, oder 10 multipliciret, so lässet das Product 20 sich nicht anders in 3 dividiren, als mit einem Uberschuß 2. So nun die Producta 26. 10, gleich den Producten von 24. 10 † 2. 10, so kann man allezeit 24. 10 † 2. 10, vor 26. 10 substituiren, (§. 4.) und folglich verhält sich das Maas des Products von 2 in eine 3te untheilbare Zahl, wie die Producte der Reste beyder Factorum.

Beschreibung einer Geometrischen Progression.

§. 80. Wen eine Zahl 2 mit eben derselben 2, oder: einer andern 3 multipliciret, und das Product abermal mit derselben multipliciret wird, und so weiter, so entstehen daher Zahlen, die in einer Geometrischen

Progreſſion aufſteigen; und die Zahl 2, oder: 3, damit ſie aufſteigen, nennet man der Progreſſion exponenten; die Producte ſelbſt aber: der Progreſſion Glieder.

§. 81. **Der Reſt von einem jeden höhern Gliede einer** Geometriſchen Progreſſion, **wen es ſowol als der** Exponente **in ein gewiſſes Maas untheilbar, iſt allezeit ſo groß, als der Reſt des Products iſt, welches aus der** Multiplication **des Reſtes des nechſt vorhergehenden kleinern Gliedes mit dem Reſte des** Exponenten multipliciret, **entſtehet.** z. E. 1 ſteiget mit 10 zu einer Geometriſchen Progreſſion auf, durch 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000. ꝛc. Dieſe Zahlen nebſt dem Exponenten 10, ſind in 7 untheilbar, darum ſoll der Reſt von dem erſten Producte 10 gleich ſeyn, dem Reſte von dem erſten Gliede 1 multipliciret mit dem Reſt des Exponenten 10: 7 = 3. Der Reſt des andern Products 100: 7 dem Reſte von 10: 7 = 3 mit dem Reſte des Exponenten 10: 7 = 3. Den da ein jedes Glied allezeit der Faciendus, und der Exponente der Factor von jedem Gliede der Geometriſchen Progreſſion, iſt das Maas eines jeden Gliedes allezeit gleich dem Maas des Reſtes vom Producte des vorhergehenden Gliedes und des Exponenten (vid. §. 79.)

§. 82. **Wen man den Reſt von dem kleineſten Gliede und** Exponenten **einer** Geometriſchen Progreſſion **weiß, ſo kann man den Reſt vom jeden Gliede wiſſen, ohne ſolches erſt in dem** Numerum tertium **zu** dividiren. **Den weil die Glieder durch eben die Zahl aufſteigen, ſo ſteigen auch die Reſte durch eben die Zahl des Reſtes von dem erſten Gliede in dem Reſt des Expenenten auf. Wen alſo die Progreſſio Geometrica folgende iſt: 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000.**

So

So ist der Rest des ersten Gliedes = 1, der Rest des andern Gliedes = den Facto der Reste aus dem ersten Gliede, und den Exponenten 10 = 3. Der Rest des dritten Gliedes = dem Rest aus Facto des Rest des andern Gliedes 3 in den Rest des Exponenten 3 = 9 = 7 † 2 = 2. Der Rest des 4ten Gliedes = dem Rest aus den Facto des Restes des dritten Gliedes 2 in den Rest des Exponenten = 2. 3 = 6. Der Rest des 5ten Gliedes = dem Rest aus den Facto des Rests des 4ten Gliedes 6 in den Rest des Exponenten 3 = 3. 6 = 7 † 7 † 4 = 4. Der Rest des 6ten Gliedes gleich dem Rest des Facti aus dem Rest des 5ten Gliedes in den Rest des Exponenten 3 = 3. 4 = 7 † 5 = 5. ꝛc.

§. 83. **Wen der Rest des Exponenten 1 ist, so ist der Rest aller Glieder gleich dem Reste des ersten Gliedes.** z. E. Die Progression ist, 2. 10. 50. 250, und deren Maas 4, so ist der Exponente 5, und solche 5 in das Maas 4 dividiret, hat zum Reste 1. Da nun das erste Glied 2: 4 zum Reste 2 lässet, so sollen alle übrige Glieder auch 2 lassen, wenn sie in 4 dividiret werden; den weil die Reste in diesen Falle alle durch 1 aufsteigen, (§. 76.) und aber 1 nicht vermannigfaltiget (§. 21.) so müssen alle Reste der Glieder einer Geometrischen Proportional-Zahl gleich seyn, dem Reste des ersten Gliedes, durch eine andere Zahl dividiret.

§. 84. **Wen eine Summa zählbarer Dinge 8 Rthlr. und der Wehrt der Unität in kleinerer Benennung 36 gr. in ein gewisses Maas 5 untheilbar, so ist der Rest des Products der kleinern Benennung 36 in die grössere 8 = 288, gleich dem Reste der grösseren Benennung 8 Rthlr. mit dem Reste des Wehrtes der Unität 36. gr.** Den weil §. 79 erwiesen worden, daß der Rest eines Facti zweyer

in eine dritte untheilbaren Zahlen gleich sey dem Reste, der überbleibet aus dem Facto der Reste der beyden untheilbaren Zahlen; und hier die grössere und kleinere Benennung 2 Factores, so in einander multipliciret werden müssen, wenn man aller Unitæten der grössern Benennung, kleinere Benennung wissen will; so folget, daß auch in diesen Fall der Rest von 288 gr, als der kleinern Benennung von 8 Rthlr. gleich seyn müsse den Facto der Reste aus 8 Rthlr. und 36 gr. W.z.E.

CAPUT III.

Von ungeraden und geraden Zahlen insonderheit.

Was eine ungerade Zahl sey.

§. 1. Eine ungerade Zahl heisset sonst unpaar, oder: Numerus impar, und ist eine solche Zahl, die sich nicht in 2 gleiche Zahlen von ihrer Art theilen läst, oder: die durch 2 nicht völlig aufgehet, oder: die von einer geraden um eins unterschieden, als: 7, 9, 11.

Was eine gerade Zahl sey.

§. 2. Eine gerade Zahl heisset sonst paar, oder: Numerus par, und ist eine solche Zahl, die in 2 völlig aufgehet, oder: die sich in zwey gleiche Theile von ihrer Art zertheilen läßt, als: 6 in 3 und 3, 8 in 4 und 4, 10 in 5 und 5.

Woran gerade und ungerade Zahlen zu erkennen.

§. 3. Da eine ungerade Zahl eine solche, so von einer geraden um Eins unterschieden, so ist auch in grossen

Zah-

Zahlen aus der letzten Ziffer leichtlich zu erkeñen, welche Zahl gerade, oder: ungerade ist. Den wen deren letzte Ziffer eine Nulla, oder eine in 2 theilbare Zahl ist, so ist die gantze Zahl gerade, wen auch ausser der letzten keine gerade Ziffer in derselben vorhanden; wo nicht, so ist sie ungrade, wenn auch alle übrigen Ziffern gerade wären. z. E. 195376 ist eine gerade Zahl, weil die letzte Ziffer in 2 aufgehet, ob gleich solches von allen übrigen Ziffern dieser Zahl nicht kann gesaget werden; und 206487 ist eine ungerade Zahl, weil ihre letzte Ziffer 7, die nicht in 2 aufgehet, ob gleich alle übrigen sich darin aufheben lassen. Den wir nehmen vor bekannt an, daß jede Zahl, so am Ende eine Nulla hat, in 10 aufgehet. Nun aber gehet 10 in 2 auf; darum ist jegliche Zahl, so am Ende eine Nulla hat, eine gerade Zahl. (Vorb. §. 31.) Setzet man aber an statt der Nulla eine in 2 theilbare Zahl, so gehet dieselbe gantze Zahl in 2 auf, (Vorb. §. 29.) und ist also eine gerade Zahl. (§. 2.)

Dieser Zahlen Ursprung.

§. 4. Die Natur und Eigenschafften dieser Eintheilung desto besser zu erkennen, so haben wir auf den Ursprung dieses Unterscheides zu sehen. Weil nemlich eine jegliche gantze Zahl daraus erwächset, wen man ein Ding zum wenigsten noch einmal betrachtet, und die Zahl eines Dinges so offte grösser wird, als man 1 hinzu thut; so folget, daß eine Zahl ausser 1 in gantzen Zahlen nicht weniger, als in 2 Theile kann getheilet werden; darum hat man die Zahlen 1 und 2 anzusehen, jene, als der ungeraden, diese, als der geraden Ursprung; und weil zwey von der 1 selbst ihren Ursprung hat, und dadurch zu einer geraden Zahl worden, daß eben das gantze, so es vorher nur vor sich betrachtet, allein war, noch einmal genommen worden, so entstehet so offte eine Zahl, die sich in 2 Theile von ihrer Art theilen

läst, das ist eine gerade Zahl, so offte man Dinge einer Art zweymal zugleich nimt. Wen man aber etwas nur vor sich, oder dasselbige einmal weniger, oder: öffter, als zweymal betrachtet, so entstehet daher eine Zahl, die sich nicht in zwey gleiche Theile von ihrer Art theilen läßt; welches man eine ungerade Zahl nennet. Und also folget, daß der Unterscheid der geraden und ungeraden Zahlen daher seinen Ursprung habe, wen man die Zahl gleicher Art Dinge eben 2 mal, oder: 1mal über, oder: unter zweymal betrachtet.

Von der geraden und ungeraden Zahlen unterschiedlichen Benennung.

§. 5. Weilen aber die ungerade Zahl Eins über die gerade Zahl ist, und die gerade Zahlen durch dieselbe gezeuget werden, so wird sie deswegen von Macrobio, wie Marsilius Ficinus bemercket, Mas, oder: Pater genannt; und weil die geraden Zahlen von der 1 durch die 2 ihren Ursprung haben, so heisset sie deswegen Fœmina, oder: Mater, vid. Neutville Arithm. p. 148.

Von Verhalt der geraden und ungeraden Zahlen gegen einander.

§. 6. Weil die Zahl so offt gerade wird, als man die Unität zu der ungeraden Zahl thut, oder: sie davon nimt, so folget: daß eine ungerade Zahl allezeit 1 grösser ist, als die vorhergehende gerade Zahl, und kleiner, als die darauf folgende gerade Zahl; und daß die Zahlen in ihrer natürlichen Ordnung eins ums andere gerade und ungerade sind. z. E. 5 ist 1 grösser, als 4, und 1 kleiner, als die darauf folgende 6. Also sind 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. eins ums andere gerade und ungerade Zahlen.

Wie diese Zahlen insgemein gefunden werden.

§. 7. Weil aber die geraden und ungeraden Zahlen bald grösser, bald kleiner, so mögen sowol durch Vergrösserung, als Verringerung der Zahlen, gerade, oder: ungerade Zahlen entstehen.

Wie unterschiedliche Zahlen eine gerade Summam geben.

§. 8. Wen lauter gerade Zahlen addiret werden, so ist die Summa allezeit gerade. z. E. 4 † 6 † 8 † 10 sind lauter gerade Zahlen, darum soll die Summa 28 eine gerade Zahl seyn. Den da 4 † 6 † 8 † 10 die Theile der Summa 28, alle gerade, oder: in 2 theilbar, so folget, daß auch die Summa in 2 theilbar, und gerade seyn müsse. (Vorb. §. 21.)

Wie die Summa unterschiedlicher Zahlen ungerade seyn könne.

§. 9. Wen man lauter ungerade Zahlen zu addiren hat, so ist die Summa eine ungerade Zahl, wen die Anzahl der zu addirenden Zahlen ungerade. z. E 7. 5. 9. sind lauter ungerade Zahlen, und ihre Anzahl ist auch ungerade, darum soll ihre Summa 21 auch ungerade seyn. Den da die ungeraden Zahlen bestehen aus einer geraden Zahl † 1, so geben zwar die in den ungeraden Zahlen steckende geraden wieder eine gerade Zahl ab; allein weil in der Summa die 1 noch in ungerader Anzahl anzutreffen, so folget, daß die Summa von ungeraden Zahlen in ungerader Anzahl ungerade seyn müsse. W. z. E.

Wie aus ungeraden Zahlen eine gerade Summa werde.

§. 10. Wenn hergegen die Anzahl der zu addirenden ungeraden Zahlen gerade, so ist die Summa gerade. z. E. 7. 5. 9. 11. sind lauter ungerade Zahlen, in gerader Anzahl, darum soll ihre Summa 32, gerade seyn; 7 = 6 † 1. 5 = 4 † 1. 9 = 8 † 1, und 11 = 10 † 1.

(§. 9.) Da nun die Summa der Reste 1 † 1 † 1 † 1 gerade, oder: in 2 theilbar ist; so ist die gantze Summa der gegebenen in 2 untheilbaren Zahlen, doch gerade, oder: theilbar in 2. (2. §. 67.)

Wie aus geraden und ungeraden Zahlen, eine gerade und ungerade Summa werde.

§. 11. Wen demnach unterschiedliche zu addirende Zahlen gerade und ungerade durch einander sind, so komt eine ungerade Zahl, wen die ungeraden Zahlen in einer ungeraden Anzahl in den Posten zu finden; hergegen eine grade Zahl, wen die ungeraden in gerader Zahl darin anzutreffen. z. E. 5. 6. 8. 12. 3. 7. sind unterschiedliche Posten von geraden und ungeraden Zahlen durch einander, darunter die Posten der ungeraden, in ungerader Anzahl. Folglich soll deren Summa 41 ungerade seyn; den obgleich die Posten der geraden Zahlen eine gerade Summa ausmachen, (§. 8.) so machen doch die ungeraden Posten in ungerader Anzahl eine ungerade Summa aus. (§. 9.) Wen man aber eine gerade und ungerade Summa abermal addiret, so ist die Summa wieder ungerade. (2. §. 68.) Da nun in der Summa der geraden und ungeraden Theile, so wol die geraden, als ungeraden Zahlē begriffen; so folget, daß solche nothwendig ungerade seyn müsse, wen sie aus geraden und ungeraden Posten in ungerader Anzahl zusammen gesetzt. Hingegen 5 † 6 † 8 † 12 † 3 sind unterschiedliche Posten gerader und ungerader Zahlen, in gerader Anzahl durch einander, und soll die Summa 34 gerade seyn. Den wie die geraden Posten zusamen eine gerade Summa ausmachen, (§. 8.) so machen die ungeraden Posten in gerader Anzahl auch eine gerade Summa, (§. 10.) und beyde dieser geraden und ungeraden Posten gerade Summen, die in der Summa aller Posten durch einander enthalten, wieder eine gerade Summam. W. z. E.

Wie die Differentz zwischen 2 geraden Zahlen gerade sey.

§. 12. Der Rest ist gerade, wen eine gerade Zahl von der andern geraden Zahl abgezogen wird. z. E. 6. und 14 sind 2 gerade Zahlen, wen solche von einander abgezogen werden, so soll der Rest 8 auch gerade seyn. Oben ist erwiesen, daß die Summa aus einigen geraden Zahlen, und in ungerader Anzahl ungeraden Zahlen ungerade sey. Wir wollen nun die grössere Zahl, davon die kleinere soll abgezogen werden, als eine Summa consideriren, die aus der kleinen und Differentz entstanden. Wir wollen setzen die Differentz sollte ungerade seyn: so würde folgen, daß auch die Summa (hier der Major) ungerade seyn müsse, der ist aber gerade: deswegen muß auch die Differentz gerade seyn. W.z.E.

Wie die Differentz von einer geraden und ungeraden Zahl ungerade sey.

§. 13. Wen eine ungerade Zahl von einer geraden, oder: wen eine gerade von einer ungeraden Zahl subtrahiret wird, so ist der Rest ungerade. z. E. Von einer ungeraden Zahl: 15, soll eine gerade Zahl: 6 abgezogen werden, darum soll der Rest: 9 ungerade seyn, oder: von einer geraden Zahl: 6 soll eine ungerade: 3 abgezogen werden, so ist der Rest: 3 auch ungerade. Diese Proposition wird eben wie die vorige demonstriret. Der Major soll wieder, als eine Summa consideriret werden. Wir wollen setzen die zu suchende Differentz solle gerade seyn, so würde in casu priori folgen, daß der Major auch gerade seyn müste. Der ist aber ungrade: deswegen muß die Differentz ungerade seyn, W. das erste war. Wir wollen in andern Fall auch setzen der Rest solle gerade seyn; so würde folgen, das der Major ungerade wäre: Den eine gerade Zahl, und ungerade in ungerader Anzahl machen ein ungera-

des

des Totum. Nun aber ist der Major gerade; also muß nothwendig die Differentz ungerade seyn. W. das andere war.

Wie die Differentz zweyer ungeraden Zahlen gerade sey.

§. 14. Zwey ungerade Zahlen von einander subtrahiret, lassen eine gerade Zahl in Reste. z. E. Von einer ungeraden Zahl 11, soll eine andere 7 subtrahiret werden, so wird der Rest 4 gerade seyn. Den ungerade Zahlen bestehen aus einer geraden † 1. Wenn man nun eine ungerade Zahl von der andern ungeraden abziehet, so ziehet man in der That eine gerade Zahl von einer geraden ab, und: 1 von: 1. Eine gerade Zahl von einer geraden abgezogen, giebt zum Rest eine gerade Zahl, (§. 12.) und: 1 von: 1 giebt: 0. Eine gerade Zahl † 0, ist eine gerade Zahl. Ergo ist erwiesen, was sollte erwiesen werden.

Nur gerade Zahlen gehen in geraden auf, oder: können dadurch ohne Rest dividiret werden.

§. 15. Alle Zahlen, so in einer geraden Zahl aufgehen müssen gerade seyn. z. E. 18 gehet auf in einer geraden Zahl darum soll sie gerade seyn. Den da 2 das Maas von der Zahl 6, darin 18 aufgehet, so muß sie auch das Maas von der Zahl 18 seyn, die darin aufgehet. (Vorb. §. 21.) Und da also 6 eine gerade Zahl, so muß auch 18 gerade seyn.

Wie das Product zweyer Zahlen gerade sey.

§. 16. Das Product von einer geraden Zahl mit einer andern geraden, oder: ungeraden Zahl multipliciret, muß gerade seyn. z. E. 6 ist eine gerade Zahl, solche multipliciret mit einer andern geraden Zahl 4, oder: mit einer ungeraden 5, soll eine gerade Zahl 24, oder: 30 bringen. Den da die Multiplicatio eine multiplex

addi-

additio ist, und man in ersten Fall, wen man eine gerade Zahl mit einer geraden multipliciret, in der That eine Addition von lauter geraden Zahlen anstellet, so folget daher in diesen Fall was gesaget worden. In andern Fall, da man eine gerade Zahl mit einer ungeraden multipliciret, da addiret man in der That lauter ungerade Zahlen in gerader Anzahl, und also muß auch die Summa, oder: Factum gerade seyn.

Ungerade Zahlen müssen in ungeraden Zahlen aufgehoben werden.

§. 17. Ungerade Zahlen können nicht anders, als durch ungerade Zahlen aufgehoben werden. z. E. 35 ist eine ungerade Zahl, darum kann sie nicht anders, als durch ungerade Zahlen aufgehen. Den die ungeraden Zahlen sind von den geraden †, oder: — 1 unterschieden (§. 4.) Eine jegliche gerade Zahl aber ist theilbar in 2. (§. 2.) Nun aber kann 1 in 2 nicht theilbar seyn, darum kann keine ungerade Zahl in eine gerade aufgehoben werden.

Der Quotient von zwey ungeraden Zahlen ist ungerad.

§. 18. Eine ungerade Zahl kann in einer andern ungeraden Zahl nicht anders, als durch eine ungerade Zahl aufgehoben werden. z. E. 35 ist eine ungerade Zahl, und gehet auf in einer andern ungeraden Zahl 7, darum soll die Zahl, wodurch sie aufgehet, 5 auch ungerade seyn. Den die Zahl, wodurch eine andere Zahl aufgehet, hebet dieselbe wieder auf, durch eben die Zahl, wodurch die andere aufgegangen. (Vorb. §. 36.) Nun aber kann eine ungerade Zahl nicht durch eine gerade Zahl aufgehen. (§. 17.) Darum kann eine ungerade Zahl nicht anders, als durch eine ungerade in einer ungeraden aufgehen.

Wie das Product zweyer ungeraden Zahlen ungerade.

§. 19. Das Product einer ungeraden Zahl ist ungerade, wen ungerade Zahlen mit andern ungeraden multipliciret werden. z. E. 7. 9 sind zwey ungerade Zahlen, darum soll deren Product 63 ungerade sey. Den da die multiplicatio eine multiplex additio ist, und man, wenn man ungerade Zahlen mit ungeraden multipliciret nichts anders thut, als daß man ungerade Zahlen in ungerader Anzahl addiret: so folget, daß das Factum ungerade seyn müsse. Den ungerade Zahlen in ungerader Anzahl addiret, geben eine ungerade Summam. W. z. E.

Wie der Quotiente von geraden und ungeraden Zahlen gerade sey.

§. 20. Wen eine ungerade Zahl eine gerade Zahl aufhebet, so ist der Quotient eine gerade Zahl. z. E. 36 ist eine gerade Zahl, solche durch eine ungerade Zahl 9 aufgehoben, hat eine gerade Zahl 4 zum Quotienten. Den wen der Quotiente und der Divisor ungerade wäre, so müste auch der Dividendus ungerade seyn. (§. 19.) Nun aber ist nach der Aufgabe der Dividendus gerade, darum muß auch der Quotiente, da eine gerade Zahl in einer ungeraden dividiret, gerade seyn.

§. 21. Jegliche ungerade Zahl, so eine gerade Zahl aufhebet, hebet auch der geraden Zahl Helfauf. z. E. 36 ist eine gerade Zahl, deren Helffte 18, wen nun 9 eine ungerade Zahl, 36 aufhebet, soll sie auch 18 aufheben. Den wen eine ungerade Zahl eine gerade durch eine andere gerade Zahl aufhebet; so kann man die gerade Zahl, so zum Quotienten heraus kömt, in zwey Theile ohne Rest theilen, wie aus der Definition der geraden Zahlen klar. Da nun der gantze Quotient aus den gantzen Dividendo ohne Rest hervor gebracht wird, eben so muß der halbe Quotient solcher mas-

massen aus den halben Dividendo zum Vorschein gebracht werden, und also auch der halbe Dividendus durch den Divisorem theilbar seyn.

Unterschied der geraden Zahlen.

§. 22. Eine gerade Zahl ist entweder die 2 selbst, und heisset deswegen Numerus binarius, oder: eine Zahl, so von 2 mit einer andern Zahl gemacht ist. z. E. 2 mit 3, ist 6, und 2 mit 4, ist 8. ꝛc. Den jegliche Zahl ist gerade, so durch 2 aufgehet, nun aber gehet 2 und alle Zahlen, so mit 2 gemacht werden, in 2 auf. (2. §. 30.) Darum ist 2, und jede Zahl, so in 2 aufgehet eine gerade Zahl.

Was Numerus pariter-par sey.

§. 23. Eine jede gerade Zahl, so von 2 mit 2 gemacht ist, heisset pariter par, und ist nicht anders, als eine solche Zahl, welche aufzuheben, ausser 1 allezeit eine gerade Zahl erfodert wird.

Kennzeichen der Pariter-parium.

§. 24. Ausser den geraden Zahlen, die von 2 mit 2 gemacht werden, sind keine Pariter pares. z. E. 4, 8, 16 ꝛc. sind gerade Zahlen von 2 mit 2 gemacht, und ausser denen keine andere. Denn ein Numerus pariter-par soll in keine ungerade Zahl aufgehen. (§. 25.) Nun aber kann eine Zahl, so von 2 mit 2 gemacht, in keiner ungeraden Zahl aufgehen, den 2 ist in keiner Zahl ausser 1 theibar, darum sind alle Zahlen von 2 mit 2 gemacht, Numeri pariter-pares. (§. 21.) Und da alle übrige gerade Zahlen von 2 mit einer ungeraden Zahl gemacht werden, (§. 6.) so folget, daß solche nicht pariter-pares seyn können. (Vorb. §. 31.)

Wie die Pariter-pares aufgehoben werden können.

§. 25. Ein jeglicher Numerus pariter-par kann nicht an-

anders, als in 2, oder: einen andern Numerum pariter-parem aufgehoben werden. z. E. 64 ist ein Numerus pariter-par, darum kann er nicht anders, als in Numeros pariter-pares, 32, 16, 8, 4, oder: 2 aufgehen. Den kein Numerus pariter-par gehet in einer ungeraden Zahl auf. (§. 23.) Nun aber würden sie in einer ungeraden aufgehen, wen sie in einer andern, als in einem Pariter-pari theilbar wären. (Vorb. §. 51.) Darum gehet kein Mumerus pariter-par anders, als in einem andern Pariter-pari, oder: 2 auf.

Wen die Summa unterschiedlicher Pariter-pariam ein Pariter par sey.

§. 26. Jeglicher Numerorum pariter-parium Summa, ist ein Numerus pariter-par, wen er so offt zu sich selbst addiret wird, als er, oder: ein anderer Pariter-par Einheiten in sich enthält. z. E. 4 ist ein Numerus pariter-par, so vier Einheiten in sich enthält, so er nun 4 mal zu sich selbst addiret wird, soll die Summa 16 ein Numerus pariter-par seyn. Den jegliche Summa ist gleich allen Posten zusammen genommen. (2. §. 6.) Nun aber sind alle Posten nach der Aufgabe Numeri pariter-pares, in Numero pariter-pari, darum muß auch die Summa ein Numerus pariter-par seyn.

Wen die Differentz der Pariter-parium, pariter-par sey.

§. 27. Ein jeglicher Rest von 2 Numeris pariter-paribus, ist ein Numerus pariter-par, oder: eine 2, so man deren Helffte davon abziehet. z. E. 8 ist ein Numerus pariter-par, dessen Helffte ist 4, solche von 8 subtrahiret, soll der Rest 4 ein Numerus par seyn; den die Reste der Theile zusammen, sind gleich dem gantzen (2. §. 14.) Nun aber sind der Minor 4, und die Differentz 4 die Theile vom Majore, als 8, als dem gantzen. (2. §. 15.) Darum muß sowol der Minor

nor 4, als der Rest 4 ein Numerus pariter par seyn. (§. 26.)

Wen das Factum pariter parium pariter par sey.

§. 28. Zwey Numeri pariter pares 8 und 4 mit einander multipliciret, machen einen Numerum pariter parem. Den die Multiplication nimt den Faciendum so offt, als der Factor Unitæten hat. (1. §. 1.) Nun aber enthält ein jeglicher Numerus pariter par so viel Einheiten, als zum Numero pariter pari genug sind, darum machet ein jeder Numerus pariter par einen Numerum pariter parem, so er mit einem Numero pariter pari multipliciret wird. (§. 26.)

Wen der Quotus der Pariter parium pariter par sey.

§. 29. Jeglicher Numerus pariter par hat einen Numerum pariter parem zum Quotienten, so er mit einem Numero pariter pari, oder: 2 dividiret wird. z. E. 16 ist ein Numerus pariter par, solche in 2, oder: in einen Numerum pariter parem 4, oder: 8 dividiret, soll einen Numerum pariter parem: 8, oder: 4, oder: 2 zum Quotienten haben. Den jegliche Zahl wird in eine andere, durch eben die Zahl gemessen, die in derselben durch ihr Maas aufgehet. (Vorb. §. 36.) Nun aber gehet kein Numerus pariter par in einer andern Zahl auf, als die Pariter par ist. (§. 25.) Folglich ist der Quotient pariter par, oder: 2, so ein Numerus pariter par in einem andern pariter parem, oder: 2 aufgehoben wird.

Welches die Partes aliquotæ eines Pariter paris seyn können.

§. 30. Eines Numeri pariter paris partes aliquotæ sind 1 und 2 und alle dieselben Zahlen, so von 2 mit 2 gemacht, wen sie kleiner, als die gegebene Zahl, und

ausser dem keine andere. z. E. 64 ist ein Numerus pariter par. Ausser 1 und 2 finden sich noch andere Zahlen, so von 2 mit 2 gemacht sind, als: 4, 8, 16, 32, und über diese keine andere, so kleiner sind, als 64, darin 64 aufgehet, darum sollen 1, 2, 4, 8, 16 und 32 die Partes aliquotæ von 64 seyn, und sonst keine mehr. Denn ein jeglicher Numerus pariter par hebet einen Numerum pariter parem, durch einen Numerum pariter parem auf. (§. 30.) Nun aber heben die Zahlen 1, 2, 4, 8, 16, 64, die Zahl 64 auf, darum sind sie partes aliquotæ von 64, (Vorb. §. 46.) und keine andere können derselben partes aliquotæ seyn. (§. 25.)

Ein Numerus pariter par übertrifft die Summam seiner partium aliquotarum um 1.

§. 31. Ein jeglicher Numerus pariter par ist um 1 grösser, als alle seine partes aliquotæ zusamen genommen. z. E. Die Partes aliquotæ von 16, sind 8. 4. 2. 1, solche addiret, ist die Summa 15, soll eins weniger seyn, als der folgende Theil 16. Den wir wollen setzen, der erste Pars aliquota von einen Numero pariter pari 1, sey ═ a, so ist der ander ═ 2 a, der dritte ═ 4 a, und die gantze Series ═ a † 2 a † 4 a † 8 a, ꝛc. deren Summa ═ 15 a, der folgende Numerus pariter par, davon vorige Series partes aliquotæ, ist, ═ 16 a, 16 a – 15 a ═ a ═ 1. W. z. E.

Was ein Numerus pariter impar sey.

§. 32. Eine jegliche ungerade Zahl, wen dieselbe mit 2 multipliciret ist, machet eine gerade Zahl, die man Numerum pariter imparem nennet. Und dieselbe ist eine solche Zahl, die eine gerade Zahl durch eine ungerade Zahl aufhebet. z. E. 6 ist eine gerade Zahl, und gehet in 2 durch eine ungerade 3 auf; darum ist sie pariter impar, und heisset also, weil sie eine ungerade Zahl in gerader Zahl enthält.

Kennzeichen solcher Zahlen.

§. 33. Nur die Zahlen sind Pariter impares, deren Helffte eine ungerade Zahl ist. z.E. 6, 10, 14, sind gerade Zahlen, ihre Helfften aber sind ungerade Zahlen, 3, 5, 7, darum soll 6, 10, 14, und ihres gleichen nur Numeri pariter impares seyn. Den ein Numerus impariter par gehet in einer geraden Zahl nur durch eine ungerade Zahl auf. Nun aber gehen 6, 10, 14, nur durch ihre Helffte, 3, 5, 7 in der geraden Zahl 2 auf; darum sind sie Numeri pariter impares. Und da alle andere Zahlen auch durch eine gerade Zahl, in einer andern geraden Zahl aufgehen, als durch ihre Helffte. z. E. 12 in 2 durch 6, und in 6 durch 2, (2. §. 25) so folget, daß solche nicht können pariter impares seyn.

Dieser Zahlen Ursprung.

§. 34. Ein jeglicher Numerus pariter impar wird mit 2 gemacht von den Zahlen, so von 3 durch die 2 von einander differiren. z.E. 3, 5, 7, 9, differiret von einander durch 2, darum sind die Producta von 3, 5, 7, 9, multipliciret mit 2 solche, wovon Numeri pariter impares gemacht werden. Den 1 und 2 wird mit zu denen pariter paribus gezählet; darum muß man von 3 anfangen, so man die Zahlen finden will, woher die Numeri pariter impares entstehen. Und jede Zahlen sind in ihrer natürlichen Ordnung eins ums andere, gerade und ungerade. Nun aber sollen die Zahlen, wovon ein Numerus pariter impar durch 2 gemacht wird, ungerade seyn. (§. 33.) Darum müssen die Zahlen, wovon ein Numerus pariter impar soll gemacht werden, von einander allezeit um 2 differiren.

Von dem Aufsteigen der Impariter parium.

§. 35. Jeder Numerus pariter impar steiget von dem nechst vorhergehendē Numero pariter impari 4 auf. z.E.

6, 10, 14, 18, sind 4 Numeri pariter impares, darum soll 18 um 4 grösser seyn: als 14, 14 um 4 grösser, als: 10, 10 um 4 grösser, als: 6. Den jeglicher Numerus pariter impar ist das Duplum von der Zahl, davon er gemacht ist. (§. 33.) Da nun die Zahlen, wovon der Numerus pariter impar gemacht, durch 2 aufsteigen, und 2 mal 2 gleich 4, so steiget ein jeder Numerus pariter impar von seinen vorhergehenden um 4 auf.

Was Pariter impariterque pares sind.

§. 36. Wen endlich in einem Numerum pariter parem eine andere gerade Zahl, oder: 2 eingeführet wird, so entstehet daher die dritte Art gerader Zahlen, so man pariter impariterque pares nennet, und das sind die geraden Zahlen, welche eine gerade Zahl, so wol durch eine andere gerade Zahl, als auch durch eine ungerade Zahl aufheben kann. z. E. 12 gehet auf in 4 durch 3, und in 6 durch 2, wie auch in 2 durch 6; darum ist 12 ein Numerus impariter pariterque par, und wird also genannt, weil er sowol durch gerade, als ungerade Zahlen in einer geraden Zahl theilbar ist.

Kennzeichen solcher Zahlen.

§. 37. Alle Zahlen, so weder das Duplum 2, noch eine ungerade Zahl zu ihrer Helffte haben, sind Numeri impariter pariterque pares: dann wen sie das Duplum von 2 zu ihrer Helffte hätten, so wären sie pariter pares; (§. 24.) wen aber ihre ihre Helffte eine ungerade Zahl wäre, so wären sie pariter impares. (§. 33.) Nun aber sollen die Numeri impariter pariterque pares, weder pariter pares, noch pariter impares seyn. Darum können sie weder das Duplum von 2 seyn, noch eine ungerade Zahl zur Helffte haben.

Dieser Zahlen Ursprung.

§. 38. Jegliche Zahl, so mit 2, oder: einem andern Nume-

Numero pariter impari, oder: einem Numero pariter pari, von einem Numero impariter pari gemacht wird, ist ein Numerus impariter pariterque par. z E. 6 ist ein Numerus pariter impar, solche mit 2, oder: 10 einem Numero pariter impari, oder: 4,8,16,32, ꝛc. Numeris pariter paribus multipliciret, machet einen Numerum impariter pariterque parem. Den ein Numerus impariter pariterque par, kann weder das Duplum von 2, noch eine ungerade Zahl zur Helffte haben. (§. 37.) Nun aber können alle Zahlen, die von einem Numero pariter impari gemacht werden, weder das Duplum von 2, (§. 24.) noch eine ungerade Zahl zur Helffte haben. (§. 33.) Darum werden alle Numeri pariter impariterque pares mit 2, oder: einem andern Numero impari-pari oder: einem pariter-pari gemacht.

CAPUT IV.

Von den Prim- und zusammen gesetzten Zahlen.

Inhalt dieses Capittels.

§. 1. Nachdem wir die erste Eintheilung, der vor sich selbst betrachteten Zahlen, nemlich: der geraden und ungeraden consideriret, so wollen wir auch derselben Eintheilung vor uns nehmen, Krafft deren diese Zahlen, entweder: Prim oder: untheilbare, und zusammen gesetzte, oder: theilbare Zahlen seyn.

Was Prim-Zahlen sind.

§. 2. Prim- oder: untheilbare Zahlen werden sonst auch wol Lineares genennet, und sind diejenigen, die

sich durch keine andere Zahl, als: 1 völlig aufheben lassen, oder: die durch keine andere Zahl, als sich selbst in gleiche Theile in gantzen Zahlen können getheilet werden. Sie werden aber Prim-Zahlen genennet, weil sie ausser 1, und sich selbst keine Partes aliquotas haben, noch in gleiche Theile getheilet werden können, und der zusammen gesetzten Elementa also sind, daß diese von jenen ihren Ursprung haben. Oder: man nennet sie Lineares, weil sie nicht eine gantze Fläche, sondern nur eine Linie, oder: latus derselben abgeben können, dergleichen Zahlen sind: 3, 7, 11, 13, 17, 19.

Was Numeri compositi sind.

§. 3. Zusammen gesetzte Zahlen, oder: Numeri compositi werden auch sonst Secundi, oder: Geometrici, oder: theilbare, oder: Flächen-Zahlen, und: Numeri plani genennet, und sind solche Zahlen, die sich ausser 1 auch in andere durch gantze Zahlen völlig aufheben lassen; oder: welche aus der Multiplication zweyer, oder: mehr Zahlen, deren jegliche mehr als 1, mit einander entstehen.

Was die Elementa eines Numeri compositi sind.

§. 4. Eines jeglichen Numeri compositi kleinere Zahlen, darin er aufgehet, sind dessen Elementa. z. E. 3 und 5 sind kleinere Zahlen, worin 15 aufgehet, darum sind 3 und 5 Elementa von 15.

Der Ursprung dieses Unterscheides.

§. 5. Der Unterscheid zwischen den Prim- und zusammen gesetzten Zahlen, hat aus der Einheit unterschiedlichen Anwachse seinen Ursprung. Denn durch der Einheiten unterschiedlichen Anwachs wird eine Zahl grösser als die andere. (Vorb. §. 12.) Nun aber sind nicht alle grössere Zahlen in kleinere theibar. (Vorb. §. 17.) Darum entstehet der Unterscheid zwischen den

Prim-

Prim- und zusammen gesetzten Zahlen aus den unterschiedlichen Anwachse der Einheiten.

Der Ursprung theilbarer Zahlen.

§. 6. Wen die Einheiten zu einer solchen Zahl aufgestiegen, daß sie die Einheiten einer anderen Zahl eben in sich begreiffen, so machen sie einen Numerum compositum. Den ein Numerus compositus ist in einer andern Zahl theilbar. (§. 3.) Nun aber ist jegliche Zahl in derselben theilbar, so darin eben begriffen, (Vorb. §. 18.) darum machen die Einheiten einen Numerum compositum, wen sie zu einer solchen Zahl aufgestiegen, darin eine andere eben begriffen.

Daß alle gerade Zahlen Numeri compositi.

§. 7. Hieraus folget, daß jegliche gerade Zahlen Numeri compositi sind. Den alle gerade Zahlen entstehen aus lauter doppelten zusammen genommenen Einheiten, oder: Zweyen, und sind deswegen alle in 2 theilbar durch den Numerum, der anzeiget, wie offt 2 genommen: da aber ein jeder Numerus ein Compositus ist,, der ausser der 1 noch einen andern Divisorem hat; die Numeri pares aber, wie gesagt, allezeit in 2 theilbar, so folget, das alle Numeri pares zusammen gesetzte Zahlen seyn. W. z. E.

Wie eine ungerade Zahl einen Numerum compositum mache.

§. 8. Eine jegliche ungerade Zahl machet einen Numerum compositum, wen sie etliche mal zusammen genommen wird. z. E. $3 + 3 + 3 + + 3 + 3 = 15$ soll ein Numerus compositus seyn, weil die 3, 5 mal zusammen genommen ist. Den ein Numerus compositus wird gemacht, wen die Einheiten zu einer solchen Zahl aufgestiegen, daß eine andere darin eben enthalten. (§. 6.) Nun aber ist in den Zahlen, so von einerley Zahlen die Summa sind, die Zahl eben etliche mal enthalten:

(Vorb. §. 74.) darum ist eine jegliche Zahl, so aus einer ungeraden Zahl etliche mal genommen, gemacht wird, ein Numerus compositus.

Fernere Nachricht, wie ein Numerus compositus entstehe durch verschiedener Zahlen-Addition.

§. 9. Wen unterschiedliche Zahlen in eine andere dividiret, solche Reste lassen, deren Summa dem Divisori gleich, oder: in demselben theilbar, so bringet die Summa einen Numerum compositum. z. E. 7 † 8 dividiret in 5, lassen zum Reste: 2 † 3, oder: in 3, lassen zum Reste: 1 † 2. Da nun 2 † 3 = 5, und 1 † 2 = 3, so soll 7 † 8 = 15 ein Numerus compositus seyn. Den jeglicher Zahlen Summa, deren Reste Summa in eine andere Zahl aufgehet, ist eine theilbare Zahl. (2. §. 67. Nun aber sind nach der Aufgabe 7 † 8 solche Zahlen, deren Reste Summa in 5, oder 3 theilbar, darum ist die Summa von 7 † 8 = 15 eine theilbare Zahl, und per consequens ein Numerus compositus. (§. 3.)

Wie die Differentz zweyer Zahlen ein Numerus compositus.

§. 10. Eine gerade Anzahl Einheiten von einer geraden, oder: eine ungerade Anzahl Einheiten von einer ungeraden subtrahiret, lässet einen Numerum compositum. Den gerade von geraden, und ungerade von ungeraden Zahlen subtrahiret, lassen einen geraden Rest. (3. §. 12. 14.) Nun aber sind alle gerade Zahlen in 2 theilbar. (3. §. 2.) Darum läst eine gerade Anzahl Einheiten von einer geraden, und eine ungerade Anzahl Einheiten von einer ungeraden subtrahiret, einen Numerum compositum.

Noch ein Fall, da die Differentz von zwey Zahlen eine theilbare Zahl ist.

§. 11. Zweyer in eine dritte untheilbarer Zahlen, deren

ren eine gerade, die andere ungerade Differentz ist ein Numerus compositus, wen jeglicher in eine dritte dividiret, gleiche Reste haben. z. E. 35 und 8 haben gleiche Reste, wen sie in 3, oder: 9 dividiret werden, darum soll ihre Differentz 27 ein Numerus compositus seyn; 28 und 3 haben gleiche Reste, wen sie in 7, oder: 5 dividiret werden, darum lassen sie zur Differentz ei- Numerum compositum. Den jegliche Zahlen, so gleiche Reste haben, wen sie in einer dritten Zahl dividiret werden, lassen eine theilbare Zahl, wen sie von einander subtrahiret werden. (2. §. 74.) Nun aber ist jeglicher Numerus compositus eine in andere theilbare Zahl. (§. 3.) Darum bleibet ein Numerus compositus, wen 2 in eine dritte untheilbare Zahlen, deren eine gerade, die andere ungerade, von einander subtrahiret werden, daferne sie, in einer dritten dividiret, gleiche Reste lassen. W. z. E.

Das Factum zweyer Zahlen, ist allezeit ein Numerus compositus.

§. 12. Jegliche Zahl mit einer, oder: mehr andern multipliciret, machet einen Numerum compositum. z. E. $3.9 = 27$ soll ein Numerus compositus seyn, weil er aus 2 in einander geführen Zahlen gemacht ist. Den ein Numerus compositus hat seinen Ursprung daher, daß die Einheiten zu einer solchen Zahl angewachsen, darinn eine andere völlig begriffen. (§. 5.) Nun aber ist ein jeder Factor so offt in den Facto begriffen, als der ander Factor Unitæten hat, und per consequens das Factum durch einen jeden der Factorum theilbar. Da nun ein jeder Numerus compositus durch eine, oder: mehr Zahlen theilbar seyn muß, so folget, daß jegliche Zahl ein Numerus compositus, welche durch 2, oder: mehr in einander geführte Zahlen gemacht wird.

Wie der Quotient von zwey Zahlen ein Numerus compositus.

§. 13. Jeglicher Zahlen Quotient ist ein Numerus Compositus, wen das Product mehrer in einander geführten Zahlen, durch eine Prim-Zahl dividiret wird. z. E. 45. ist ein Product von 3, 3 und 5 mit einander multipliciret. Wen solches durch eine Prim-Zahl 3 dividiret wird, so soll der Quotient 15 ein Numerus compositus seyn. Da in Theoremate zum voraus gesetzet, daß das Factum aus mehr, als zwey Primis entstanden seyn soll: so ist klar, daß es entstanden, wen das Factum zweyer, oder: drey Primorum mit den dritten, oder: vierdten multipliciret worden. Da nun aus den vorigen bekandt, daß die Division wieder auflöse, was die Multiplication zusammen gebracht, so folget, daß, wen ich das Factum dreyer, oder: mehr Primorum durch den einen Primum dividire, das Factum der übrigen in Quotienten erscheinen müsse. Da nun alle Facta Numeri compositi, so folget, daß in diesen Fall der Quotient, als der in der That ein Factum einiger Primorum, ein Compositus seyn müsse. W. z. E.

Daß alle Prim-Zahlen ungerade seyn müssen.

§. 14. Jegliche Prim-Zahl, ausser 2, ist eine ungerade Zahl, denn eine Prim-Zahl kann nicht anders, als in 1 und durch sich selbst aufgehoben werden. (§. 2.) Nun aber können alle gerade Zahlen, ausser 1, durch 2 aufgehoben werden; (3. §. 7.) darum muß jede Prim-Zahl eine ungerade Zahl seyn.

Ein ander Kennzeichen der Prim-Zahl.

§. 15. Wen eine Einheit zu einer solchen Zahl angewachsen, daß sie eine andere Zahl ein, oder: etliche mal, und überdem noch 1 in sich begreiffet, so entstehet daher ein Numerus Primus. z. E. 7. begreiffet in sich

2 mal

2 mal 3, und überdem 1, darum soll 7 ein Numerus primus seyn. Denn jegliche in eine andere untheilbare Zahl bestehet aus einem theilbaren und aus einem untheilbaren Theile. (Vorb. §. 18.) Nun aber ist 1 in keine andere Zahl theibar, (2. §. 40.) darum entstehet eine Prim-Zahl, wen die Einheit zu einer solchen Zahl angewachsen, die eine andere Zahl Ein: oder etliche mal, und überdem noch 1 in sich hält. (§. 2.)

Wie durch Addition eine untheilbare Zahl entstehe.

§. 16. Ungerade Zahlen in ungerader Anzahl addiret, geben eine Prim Zahl, wenn sie in eine jede andere Zahl dividiret, solche Reste haben, deren Summa in derselben Zahl untheilbar ist; es mögen solche mit geraden, oder: theilbaren Zahlen untermenget seyn, oder: nicht. z. E. 25 † 43 † 78 † 9 = 157 ist eine Prim-Zahl. Denn man mag diese Zahlen dividiren in was für eine Zahl man will, so ist die Summa der Reste von diesen Zahlen in die Zahl untheilbar, darum soll 157 eine Prim-Zahl seyn. Den eine jede Prim-Zahl enthält eines Theils eine solche Zahl, darin eine andere völlig begriffen, und überdem noch 1. Nun aber ist nach der Aufgabe die Summa derer Reste in in keine der Zahlen theilbar, worin die gegebene Zahlen dividiret werden können. Folglich ist die Summa von solchen Zahlen, deren Reste Summa in keine der Zahlen theilbar, worin die gegebene Zahl dividiret ist, eine Prim-Zahl.

Wie durch die Subtraction untheilbare Zahlen entstehen.

§. 17. Von 2 unter sich selbst untheilbaren Zahlen, deren eine gerade, die andere ungerade, ist die Differentz eine Prim-Zahl, wenn sie in einer dritten Zahl dividiret, ungleiche Reste haben. z. E. 6 und 35 lassen ungleiche Reste, wen sie in einer dritten Zahl dividiret

wer-

werden, darum soll ihre Differentz 29 eine Prim-Zahl seyn. Denn 2 Zahlen in eine dritte dividiret, haben eine untheilbare Differentz, wen sie ungleiche Reste haben. (2. §. 77.) Da nun keine Prim-Zahl in einer andern theilbar ist, (§. 2.) so folget, daß die Differentz von 2 Zahlen, deren eine gerade, die andere ungerade, eine Prim-Zahl wen sie in einer andern dividiret, ungleiche Reste haben.

Wie der Quotient von 2 Zahlen eine Prim-Zahl.

§ 18. Ein jealicher Quotient von dem Producte einer in die andere einmal eingeführten Prim-Zahl, ist eine Prim-Zahl, wen sie in die andere Zahl dividiret wird. z. E. 3. 7 = 21. darum sollen 21 : 7 = 3, und 21 : 3 = 7. beydes Prim-Zahlen seyn. Wen das Factum durch Factorem dividiret wird, wird zum Quotienten der andere Factor hervorgebracht. Da nun das Factum ex hypothesi aus zwey Primis entstanden, so muß der ander Primus erscheinen, was mit Einen dividiret wird. W. z. E.

Ein ander Fall, da der Quotus eine Prim-Zahl ist.

§. 19. Hieraus folget, daß das Product von einer einmal zusammen gesetzten, und einer Prim-Zahl zum Quotienten, eine Prim-Zahl bringe, so dasselbe in eine zusammen gesetzte Zahl getheilet werde. Den wen mit der Componirten getheilet wird, muß zum Quotienten die Prim-Zahl kommen. W. z. E.

Das Factum 2er Zahlen ist = der Differentz des □ der halben Summa, — dem □ der halben Differentz.

§. 20. Zweyer ungleicher Zahlen, so beyderseits mehr als 1, halbe Summa und halbe Differentz, jede mit sich selbst multipliciret, und diese Facta von einander subtrahiret, machet einen Numerum compositum,

tum, der so groß, als das Factam der Zahlen. Zum Exempel:

Es sey die grössere Zahl = a
die kleinere = b

So ist ihre Summa = a + b
$\frac{1}{2}$ Summa = $\frac{1}{2}$a + $\frac{1}{2}$b

Und das □ von $\frac{1}{2}$ Sum. = $\frac{1}{4}$aa + $\frac{1}{2}$b a + $\frac{1}{4}$bb
Die Differentz ist = a—b
$\frac{1}{2}$ Differentz = $\frac{1}{2}$a − $\frac{1}{2}$b

□ der $\frac{1}{2}$ Diff. = $\frac{1}{4}$aa − $\frac{1}{2}$ab + $\frac{1}{4}$bb
Diese bey den Quadrata $\frac{1}{4}$aa + $\frac{1}{2}$ab + $\frac{1}{4}$bb
Und $\frac{1}{4}$aa − $\frac{1}{2}$ab + $\frac{1}{4}$bb von einander subtrahiret:

lassen ab. W. z. E.

§. 21. Jegliche in eine componirte Zahl untheilbare Zahl, lässet einen solchen Rest übrig, dessen Rest in die Factores des Divisoris dividiret, denen Resten des Dividendi in dieselben Factores dividiret, gleich sind. z. E. Die Factores von 6, sind 2 und 3. Wen 17 in 6 dividiret, 5 lässet, so lässet 3 in 5 zum Reste 2, und 2 in 5 lässet 1. Diese Reste 2 und 1 söllen gleich seyn den Resten von 17: 3 = 2, und 17: 2 = 1. Denn jegliche in eine andere untheilbare Zahl bestehet, aus einem Theil, und einen untheilbaren Theil. (Vorb. §. 18.) Nun aber ist der Rest, so von der Division einer Zahl in die ander überbleibet, die untheilbare Zahl, (1. 6. §. 3.) und die übrige Zahl des Dividendi minus dem Reste in den Divisorem, (2. §. 59.) und in alle dessen Partes (Vorb. §. 31.) theilbar, darum ist der Rest, als der untheilbare Theil auf eben die Weise in die Factores der componirten Zahl theilbar, als der Rest des gantzen Dividendi in dieselbe theilbar ist. (2. §. 70.)

§. 22. Jeg-

§. 22. Jeglicher Prim-Zahl † und — 1 Helffte addiret, und mit dem Residuo multipliciret, macher einen Numerum primum. z. E. Ist die Summa beyder Helfften 9 † 8, und deren Residuum 9 — 8, solche multipliciret ist:

Es sey der Numerus primus † 1 = X † 1
— — — — 1 = X — 1

Deren Helffte sind = $\frac{1}{2}$X † $\frac{1}{2}$
= $\frac{1}{2}$X — $\frac{1}{2}$

Und die Summa = X

Wen man aber ($\frac{1}{2}$X † $\frac{1}{2}$) abziehet von $\frac{1}{2}$X — $\frac{1}{2}$, so bleibet 1. 1 aber mit X multipliciret, macht X, und restituiret den Numerum primum. W. z. E.

§. 23. So offt man die Einheiten einer Zahl zu derselben, oder: derselben Aggregat von ihren Einheiten und derselben Zahl nimt, so offt entstehet ein Numerus compositus, und die übrigen Zahlen, so den Einheiten einer andern Zahl zu derselben zusammen genommen niemals gleich werden, sind Numeri primi. z. E. Wenn man zu 3 noch 3 Einheiten zählet, so ist 6 ein Numerus compositus, desgleichen, wenn man zu 6 noch 3 zählet, kömt abermal ein Numerus compositus, wenn aber niemals ein Zahl kommet die 5 gleich ist; wenn man einer andern Zahl Einheiten zu derselben zählet, so ist 5 ein Numerus primus, den jegliche Zahl machet einen Numerum compositum, wen solche etliche mal genommen wird. (§. 8.) Nun aber enthält diejenige Zahl, so heraus kommt, wen man derselben Einheiten noch einmal zu derselben, oder: deren Aggregat nimt, die erste Zahl. (Vorb. §. 17.) Darum ist jechliche Zahl ein Numerus compositus, wen man derselben Einheiten noch ein, oder: mehrmal zu derselben nimt; hingegen

gen ist ein Numerus primus also beschaffen, daß er keine andere Zahl eben in sich begreifft. (§. 1.) Nun aber begreiffet eine solche Zahl, die einer andern Zahl, so deroselben Einheiten ein, oder: mehrmal genommen werden, nicht gleich werden kann, keine andere Zahl eben in sich, (Vorb. §. 18.) darum sind alle solche Zahlen Prim-Zahlen.

Wie die Prim- und theilbaren Zahlen zu finden.

§. 24. Wen man demnach wissen will, welche Zahlen Primi, und welche compositi sind, so mache man sich eine Tabelle, oder: Tarif nach folgender Regul.

1) Schreibet man die Zahlen, wie sie in ihrer natürlichen Ordnung auf einander folgen, so weit man will.

2) Ziehet von jeglicher Zahl die vorhergehenden, jede insonderheit ab, so vielmal ihr könt, und sehet, ob nicht eine, oder: mehr unter den vorgehenden, die sie gantz ohne Rest aufhebe.

3) Streichet man die Zahl, auf welche man nach der Abzählung kommen, und die nach geschehener Abnahme einiger Zahlen nichts über lassen, mit einem Strichlein durch.

4) Die durchgestrichene Zahlen, sind Numeri compositi, die offen bleiben, sind Prim-Zahlen; und stehet der Tarif bis 300. also:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14.
15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26.
27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38.
39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50.
51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62.
63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74.
75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86.
87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98.

ϕϕ.	¼ϕϕ.	101.	¼ϕ½.	103.	¼ϕ¾.	¼ϕ5.	¼ϕ6	107.
¼ϕ8.	109.	¼¼ϕ.	¼¼¼.	¼¼½.	113.	¼¼¾.	¼¼5.	¼¼6.
¼¼7.	¼¼8.	¼¼9.	¼½ϕ.	¼½¼.	¼½½.	¼½¾.	¼¾4.	¼¾5.
¼¾6.	127.	¼¾8.	¼¾9.	¼5ϕ.	131.	¼5½.	¼5¾.	¼54.
¼55.	¼56.	137.	¼58.	139.	¼6ϕ.	¼6¼.	¼6½.	¼6¾.
¼64.	¼65.	¼66.	¼67.	¼68.	149.	¼5ϕ.	151	¼5½.
¼5¾.	¼54.	¼55.	¼56.	157.	¼58.	¼59.	¼6ϕ.	¼6¼.
¼6½.	163.	¼64.	¼65,	¼66.	167.	¼68.	¼69.	¼7ϕ.
¼7¼.	¼7½.	173.	¼74.	¼75.	¼76.	¼77.	¼78.	179.
¼8ϕ.	181.	¼8½.	¼8¾.	¼84.	¼85.	¼86.	¼87.	¼88.
¼89.	¼9ϕ.	191.	¼9½.	193.	¼94.	¼95.	¼96.	197.
¼98.	199.	½ϕϕ.	½ϕ¼.	½ϕ½.	½ϕ¾.	½ϕ4.	½ϕ5.	½ϕ6.
½ϕ7.	½ϕ8.	½ϕ9.	½¼ϕ.	211.	½¼½.	½¼¾.	½¼4.	½¼5
½¼6.	½¼7.	½¼8.	½¼9.	½½ϕ..	½½¼.	½½½.	223.	½½4
½½5.	½½6.	227.	½½8.	229.	½¾ϕ.	½¾¼.	½¾½.	233.
½34.	½35.	½36.	½37.	½38.	½39.	½4ϕ.	241.	½4½.
½43.	½44.	½45.	½46.	½47.	½48.	½49.	½5ϕ.	251.
½5½.	½53.	½54.	½55.	½56.	257.	½58.	½59.	½6ϕ.
½6¼.	½6½.	263.	½64.	½65.	½66.	½67.	½68.	269.
½7ϕ.	271.	½7½.	½73.	½74.	½75.	½76.	277.	½78.
½79.	½8ϕ.	281.	½8½.	283.	½84.	½85.	½86.	½87.
½88.	½89.	½9ϕ.	½9¼.	½9½.	293.	½94.	½95.	½96.
½97.	½98.	299.	¾ϕϕ.	ꝛc.				

Man kann diesen Tarif, oder: Tabelle nach Belieben, und wie es die Noth erfodert, extendiren; weil sie aber dazu dienet, daß die Prim-Zahlen von den zusammen gesetzten abgesondert werden, so heisset sie: des Eratosthenis cribrum.

Eine andere Art dieselben zu finden.

§. 25. Weilen aber auch unter den ungeraden Zahlen, diejenigen zusammen gesetzte Zahlen sind, welche von 2, oder: mehr Prim-Zahlen mit einander multipliciret, das Product sind; so können die Prim-und zusammen gesetzte Zahlen auch auf die Weise erkannt wer-

werden, wen man voraus setzet, daß alle gerade Zahlen Numeri compositi, und sodan einen Tarif aufrichtet, darin alle ungerade Zahlen in die ungeraden eingeführet werden, auf folgende Weise:

					3	
				5	9	3
			7	25	15	5
		9	49	35	21	7
	11	81	63	45	27	9
13	121	99	77	55	33	11
169	143	117	91	65	39	13 ꝛc.

Diesen Tarif kann man nach Belieben auch weiter extendiren. Und alle Zahlen, so in gegenwärtigen enthalten, sind die zusammen gesetzte Zahlen, so von den Zahlen, 3 bis 13 zusammen gesetzet sind. Die übrigen ungeraden Zahlen aber, so dazwischen vorkommen, sind Prim-Zahlen.

Noch eine andere Art solche zu finden.

§. 76. Man kann auch erkennen, welches Numeri primi, oder: Compositi sind, nach folgender Regul.

1) Man nehme die auf die gegebene Zahl folgende nächst grössere Quadrat-Zahl, und ziehe davon die gegebene Zahl.

2) So der Rest keine Quadrat-Zahl, so gehe man weiter, und nehme das ferner folgende grössere Quadrat, bis man eine solche Quadrat-Zahl antrifft, wen man davon die gegebene Zahl abgezogen, auch ein Quadrat zur Differentz übrig lässet.

3) Ziehe man die Wurtzel des kleinern Quadrats ab

von der Wurtzel des grössern, so ist das Residuum die kleinere Zahl, daraus die gegebene entstanden. Addire man die Wurtzel des kleinern Quadrats zu des grössern Wurtzel, so gibt die Summa die grössere Zahl. Findet sich aber, daß nach Abzug der Wurtzel des kleinern Quadrats von der grössern 1 bleibet, so ist die gegebene Zahl eine Prim-Zahl. z. E. Ich will erforschen, ob 153 ein Numerus primus, oder: compositus sey, so ist das nechste grössere Quadrat 169, davon subtrahire man 153, bleiben 16, eine Quadrat-Zahl. Wenn den die Wurtzel-Zahl von 169, ist 13, und von 16, 4 so ist 13 + 4 = 17 die grössere, und 13 − 4 = 9 die kleinere Zahl daraus 153, als seinen partibus aliquotis entstanden.

Oder: ich will erforschen, ob 33 ein Numerus compositus sey. So nehme ich die nächst grössere Quadrat-Zahl 36, subtrahire davon 33, bleiben 3, ist keine Quadrat-Zahl; drum nehme ich eine noch grössere Quadrat-Zahl 49, davon 33, bleiben 16, eine Quadrat-Zahl. Die Wurtzel-Zahl von 49, ist 7, und von 16, 4. Daher ist 7 + 4 = 11 die grössere, und 7 − 4 = 3 die kleinere Zahl.

Ferner will ich wissen, ob 22 ein Numerus compositus. So ist die nächst grössere Quadrat Zahl 25; davon subtrahire ich 22, bleiben 3, ist keine Quadrat-Zahl; darum nehme ich eine noch grössere Quadrat-Zahl 36, davon 22, bleiben 14, ist noch keine Quadrat-Zahl; darum nehme ich noch eine grössere Quadrat-Zahl $42\frac{1}{4}$, davon 22, bleiben $20\frac{1}{4}$, eine Quadrat-Zahl. Die Wurtzel von $42\frac{1}{4}$, ist $\frac{13}{2}$, und die Wurtzel von $20\frac{1}{4}$, ist $\frac{9}{2}$. Daher ist $\frac{13}{2} + \frac{9}{2} = \frac{22}{2} = 11$ die grössere, und $\frac{13}{2} - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} = 2$ die kleinere Zahl.

Endlich will man untersuchen, was 17 vor eine Zahl sey. Darum nimt man das nächst höhere Quadrat 25, davon 17, bleiben 8, ist keine Quadrat-Zahl. Das

nechst

nechst höhere Quadrat 36 – 17 = 19, auch keine Quadrat-Zahl; darum das folgende Quadrat 49–17=32; auch keine Quadrat-Zahl. Darum ein anders Quadrat 64– 17=64 eine Quadrat-Zahl. Die Wurtzel von 81, ist 9, und von 64, 8. 9 † 8 = 17, und 9–8 = 1. Weil nun 9 – 8 = 1; also ist 17 eine Prim-Zahl. vid. Poëtium pag. 299. §. 574. Wen man die Summa der gegebenen Wurtzeln setzet = 2 X, und die Differentz = 2 Z, so ist die grössere = X † Z, und die kleinere = X–Z, folglich, dieser beyden Factum = XX – ZZ, und also gleich der vorgegebenen Zahl. Subtrahiret man also die gegebene Zahl von einen grössern Quadrat XX, und es bleibt ein kleiner Quadrat ZZ übrig, so ist X † Z gleich der grössern, und X–Z der kleinern Zahl. W. z. E. Diese Demonstration gründet sich, wie man leicht siehet, auf den Satz: daß die halbe Summa zweyer Zahlen † der halben Differentz derselben = sey der grössern, und die halbe Summa – der halben Differentz der kleinern von den Zahlen.

Ein Vortheil so hiebey in acht zu nehmen.

§. 27. Weil als bekannt anzunehmen, daß keine Quadrat-Zahl sich auf 2, 3, 7, oder : 8 endigen kann; so hat man bey dieser Operation, es, als einen Vortheil anzumercken, daß man sich bey den Zahlen nicht aufzuhalten, bey welchen man mercket, daß sie sich auf obgegedachte Zahlen endigen werden, so man die gegebene Zahl davon abziehet; sondern gleich mit einen grössern Quadrat den Versuch anzustellen. z. E. 17 von 49 abgezogen, bringen am Ende eine 2. Woraus man siehet, daß das Residuum keine Quadrat-Zahl seyn werde. Darum gehet man gleich zu 64, solches bringet am Ende eine 7; solches lässet man vorbey, und gehet gleich zu 81.

§. 28. Eine Prim-Zahl, welche grösser, als die

Elementa einer componirten Zahl, in einen Numerum compositum dividiret, lässet einen solchen Rest, der in die Factores des componirten Divisoris untheilbar. z. E. 17 ist eine Zahl, so grösser, als die Elementa 3 und 5, woraus der Divisor 15 zusammen gesetzt; darum soll der Rest von 17 dividiret in 15, in 3, oder: 5 untheilbar seyn. Denn so der Rest in die Elementa des Divisoris theilbar wäre, so wäre auch die gegebene Zahl selbst darin theilbar. (§. 21.) Nun aber ist nach der Aufgabe die gegebene Zahl, eine Prim-Zahl, darum ist der Rest der gegebenen Zahl in die Elementa ihres componirten Divisoris untheilbar. (§. 2.)

§. 29. Jede Prim-Zahl, so über 3, in die von 2 mit 3 componirte Zahl 6 dividiret, lässet allezeit, entweder 1, oder: 5 zum Reste. Denn so sie 2, 3, oder: 4 zum Reste liessen, giengen sie in 2, oder: 3 auf, und wären also nicht primi, sondern compositi. (§. 21.) Nun aber gehet keine Prim-Zahl in die Elementa ihres componirten Divisoris auf; (§. 28.) darum müssen die Reste von einer Prim-Zahl, so über 3 in 6 dividiret, entweder 1, oder: 5 seyn.

Noch eine Art, die Numeros primos zu erkennen.

§. 30. Hieraus erhellet, daß, nach des Herrn von Leibnitzens und Brunets anweisung, eine Prim-Zahl daran zu erkennen, wen der Rest von einer ungeraden Zahl in 6 theilbar, nachdem entweder 1, oder: 5 davon abgezogen. z. E. Wen $23-5=18$ einer in 6 theilbaren Zahl; so ist 23 ein Numerus primus. Und wen $19-1=18$ einer in 6 theilbaren Zahl; so ist 19 ein Numerus primus.

Wen eine Zahl nicht in 3 aufgehe.

§. 31. Keine Zahl ist in 3 theilbar, deren nechst vorhergehende, oder: darauf folgende Ziffern-Collect in 3 auf-

aufgehet. Denn wir nehmen bekannt an, daß alle Zahlen, deren Ziffern-Collect in 3 aufgehet, auch in 3 theilbar. Nun aber enthalten alle Zahlen, die nechst vor einer Zahl, die in 3 theilbar hergehen, oder: nechst darauf folgen, 3 † 1, oder: 3 −1; darum können solche Zahlen nicht in 3 aufgehen.

Noch ein Kennzeichen eines Numeri primi.

§. 32. Ferner kann man wissen, ob eine Zahl ein Numerus primus, wen das Collect der Ziffern der vorhergehenden, oder: darauf folgenden Zahl in 3 untheilbar ist. Denn keine Prim-Zahl in 6 dividiret, kann eine 3 zum Reste haben. (§. 29.) Nun aber nehmen wir vor bekannt an, daß alle Zahlen, so vorhergehende, als folgende, deren Collect in 3 aufgehet, in 3 aufgehen, durch 3 dividiret werden können, darum ist das ein Numerus primus, dessen vorgehende und folgende Zahl in 3 theilbar.

Noch eine Art hievon.

§. 33. Endlich folget hieraus, daß alle Quadrat-Zahlen, deren Wurtzel-Zahl eine grössere Prim-Zahl, als 3 ist, in 6 dividiret 1 zum Reste, lassen. z. E. 7. 7 = 49 ist eine Quadrat-Zahl, so zur Wurtzel eine Prim-Zahl über 3 hat, darum soll 49: 6 eine 1 zum Reste lassen, denn alle solche Prim-Zahlen in 6 dividiret, lassen zum Reste 1, oder: 5. (§. 29.) Nun aber ist 1. 1 = 1, und 5. 5 = 25. Solches dividiret in 6, bringet 4, und bleibet 1. Darum lassen alle Quadrate von solchen Prim-Zahlen gemacht 1 zum Reste, wen sie in 6 dividiret werden. (2. §. 72.)

Vortheile, so bey Untersuchung der Prim-Zahlen zu beobachten.

§. 34. Man kann sich bey der Untersuchung, ob eine Zahl eine Prim- oder: zusammen gesetzte Zahl sey, folgender Vortheile bedienen.

1) Alle gerade Zahlen sind componirte Zahlen. (§ 16.)

2) Alle ungerade Zahlen deren Ziffern-Collect in 3 aufgehen, sind componirte Zahlen. (§. 29.)

3) Alle ungerade Zahlen, deren letzte Zahl eine 5 ist, sind componirte Zahlen. Denn es soll hernach erwiesen werden, daß alle Zahlen, deren letzte Zahl eine 5 ist, von 5 gemacht sind.

4) Daraus folget, daß nur die Prim-Zahlen unter denen ungeraden Zahlen zu untersuchen, die sich auf 1, 3, 7, oder: 9 endigen.

Jegliche Prim-Zahl ist von jeglichen andern Primo unterschieden.

§. 35. Jegliche Prim - Zahl ist von jeglicher andern genommenen Prim-Zahlen ein Numerus diversus. z. E. 7, 3, 5 sind Numeri primi, von solchen sind 11, 13 ꝛc. Numeri diversi. Wen ein Numerus primus auf einige Weise eben das wäre, was die andere ist, so wäre er in eine andere Zahl theilbar. (2. §. 1. coll. Vorb. §. 18.) Nun aber ist kein Numerus primus in eine andere Zahl theilbar. (§. 2.) Darum muß eine Prim - Zahl von jeglicher andern eine unterschiedene Zahl seyn. (Vorb. §. 3.)

Eine jegliche componirte Zahl, ist wenigsten durch einen Primum theilbar.

§. 36. Eine jegliche zusammen gesetzte Zahl, ist durch eine Prim-Zahl theibar, wen nemlich 2, als eine Prim-Zahl anzusehen. Denn keine Zahl kann aufs unendliche getheilet werden. (Vorb. §. 37.) Nun aber könte eine Zahl aufs unendliche getheilet werden, wen sie nicht durch eine Prim-Zahl theilbar. (§. 2.) Darum ist jegliche zusammen gesetzte Zahl durch eine Prim-Zahl theilbar.

§. 38. Wen von 2 Zahlen das Product durch eine

eine Prim-Zahl aufgehen kann, so ist zum wenigsten einer der Factorum in solche Prim-Zahl theilbar. Wir wollen setzen, wie in Theoremate gesagt: die Zahl soll entstanden seyn aus zwey Zahlen; also hat sie 2 partes aliquotas, oder: theile, ohne die 1 und sich selbst, in den sie ohne Rest aufgehet. Wir wollen ferner setzen, dieses Factum, so aus der gleichen 2 Zahlen entstanden, sey divisibel durch einen gewissen Numerum tertium, und der eine Theil sey nicht durch denselben divisibel: da nun aber der Numerus primus in den Facto aufgehet, so muß der andere pars aliquota selbst der gedachte Numerus primus seyn. Oder: die Zahl ist entstanden aus einen Numero composito und einen primo. Ist der Primus nicht in den Primum theilbar, so muß doch der Compositus in selben theibar seyn, weil sonst das Factum nicht theibar seyn könte. Denn man kann ein Factum durch keine andere Zahlen, ohne Rest dividiren, als aus welcher es entstehen können. Da aber das Factum theilbar, so muß auch einer von den Numeris, oder: partibus aliquotis, daraus es entstanden, theilbar seyn. W.z.E.

Unterscheid der zusammen gesetzten Zahlen.

§. 38. Weilen eine zusammen gesetzte Zahl aus der Multiplication zweyer, oder: mehr Zahlen bestehet, so folget, daß sie entweder eine auf eine, oder: mehrerley Weisen zusammen gesetzte Zahl sey.

Was auf einerley Weise zusammen gesetzte Zahlen seyn.

§. 39. Eine auf einerley Weise zusammen gesetzte Zahl ist: die ohne die Unitæten nur 1, oder: zum höchsten 2 Theile hat, darin sie aufgehoben werden kann, oder: die durch einmalige Einführung zweyer Prim-Zahlen in einander gemacht wird. Und gehören dahin alle Zahlen, die durch Einführung eines Numeri pri-

mi in sich selbst, oder: eine andere Prim-Zahl gemacht werden. z. E. 9 ist von 3 mit 3 gemacht, und 51 ist von 17 mit 3 gemacht; darum sind 9 und 51 auf einerley Weise zusammen gesetzte Zahlen.

Was auf mehrere Weise zusammen gesetzte Zahlen seyn.

§. 40. Eine auf mehrere Weise zusammen gesetzte Zahl ist, welche ausser der 1 in mehr, als 2 Zahlen aufgehet, und also ein Product von einer Prim- und zusammen gesetzten Zahl. z. E. 12 gehet in 12, 3, 4, und 6 auf, oder: 56 ist von 7 mit 8, oder 14 mit 4 gemacht, und das Product gehet in 2, 4, 7, 8, 14 und 28 auf. Darum ist sowol 12, als 56 eine mehrmal zusammen gesetzte Zahl.

Von den Theilen einer mehr zusammen gesetzten Zahl.

§. 41. Indem aber eine auf mehrere Weise zusammen gesetzte Zahl aus Prim- und zusammen gesetzten Zahlen bestehet, (§. 40.) so folget, daß die geschickten Theile einer solchen Zahl, entweder Prim- oder: zusammen gesetzte Zahlen sind.

Von den Elementis der mehr zusammen gesetzten Zahlen.

§. 42. Die Prim-Zahlen, so unter sich selbst mit einander multipliciret, der gegebenen Zahl gleich sind, nennet man: dieser Zahl partes aliquotas primas, oder: derselben ursprüngliche Factores, oder: Elementa. Als: 2, 3, 5, ꝛc. sind partes aliquotæ primæ von 30, sintemal 2, 3 und 5 mit einander multipliciret, 30 ausmachen.

Einleitung, wie die Elementa solcher Zahlen zu finden.

§. 43. Solche partes primas aliquotas zu finden, forschet man billig zu erst, ob die zutheilende Zahl in die Einer theilbar, welche Zahlen aber in die Einer theilbar, erhellet aus folgenden Unterricht.

Wel-

Welche Zahlen durch 2 aufgehoben werden können.

§. 44. 2 hebet alle gerade Zahlen völlig auf, und lässet 1 zum Reste, wen eine Zahl ungerade ist. Denn alle gerade Zahlen haben am Ende eine Nulla, oder: eine in 2 theilbare Zahl. (2. §. 3.) Nun aber sind alle Zahlen, die am Ende eine Nulla, oder: eine in 2 theilbare Zahl haben, in 2 theilbar; (Vorb. §. 20.) Darum gehen alle gerade Zahlen in 2 auf. Hingegen wird eine Zahl ungerade, wenn man zu einer geraden Zahl eine 1 addiret. (§. 34.) Nun aber ist 1 in keine andere Zahl theilbar, (2. §. 45.) und die partes aliquotæ von 2, sind 1 und 2; daher folget, daß jegliche ungerade Zahl in 2 untheilbar sey, und wo eine ungerade Zahl darin dividiret wird, solche alsdenn zum Reste 1 lasse. (§. 27.)

Welche Zahl 3 aufhebet.

§. 45. 3 hebet alle Zahlen auf, deren Ziffern-Collect in 3 theilbar ist; und so eine andere Zahl darin dividiret wird, so lässet sie dieselbe Zahl zum Reste, so überleibet, wen das Collect ihrer Ziffern in 3 dividiret wird. z. E. die Zahl 17941 5 soll untersucht werden, ob sie in 3 aufgehe. Diesemnach ist 1 † 7 † 9 † 4 † 1 † 5 = 27 in 3 theilbar; darum soll 17941 5 auch in 3 theilbar sey. 197 bestehet aus 1 † 9 † 7 = 17, da nun 17 in 3 untheilbar, und in 3 dividiret 2 zum Reste läst; so soll auch 197 in 3 untheilbar seyn, und 2 im Reste lassen, so sie in 3 dividiret wird. Den wen man die Glieder einer Geometrischen Progression dividiret durch einen Numerum tertium, so lässet jedes Glied der Progression zum Reste so viel übrig, als das Product des Rests des vorgehenden Gliedes in den Rest des Exponenten. (2. §. 83.) Nun aber steigen alle angewachsene Zahlen mit 10 auf. Denn in der ersten Classe nach der Rechten, gelten die Zahlen einfach, in der andern zehn-

fach, in der dritten hundertfach, und wen also in jeder Classe eine 1 stünde, wäre allezeit † das Relict. 1. Deren Exponent 10 in 3 dividiret, läst zum Relict 1, diese 1 mit den Relict des ersten Gliedes 1 multipliciret, gibt 1. Da aber in jeden Gliede nicht eben 1, sondern offt 2fach, 3fach, 4fach, ꝛc. 1 anzutreffen, so ist der Relict in jeder Classe so groß, als die Zahlen selbst, so in selben stehen. Sind die Reste zusammen genomen, theilbar in eine gewisse Zahl, so sind auch die Zahlen selbst theilbar, und daraus folget, daß, wen das Collect von den Ziffern von einer Zahl in 3 theilbar, auch dieselbe Zahl in 3 theilbar sey. (2.§.67.) Wenn aber das Collect der Ziffern untheilbar, ist die 3 in solcher Zahl enthalten, und überdem noch eine Zahl, die in 3 nicht theilbar. (1.6.§.3.) Daher ist die Zahl selbst in 3 untheilbar. (2.§.8.) Und weil in dem Collecte von solchen Ziffern die 3 eben enthalten, so die Zahl in 3. theilbar, so muß eben die Zahl zum Reste bleiben, wenn man die Zahl selbst in 3 dividiret, welche bleibet, so man deren Ziffern Collect in 3 dividiret. (2.§. 68.)

Welche Zahlen in 4 aufgehen.

§. 46. 4 hebet jegliche Zahl auf deren 2 letzte Ziffern Nullen, oder in 4 theilbar sind; und so eine Zahl darin dividiret wird, lasset sie zum Reste eben die Zahl welche bleibet, so man die beyden letzten Ziffern der gegebenen Zahl in 4 dividiret. z. E. 1700 endiget sich mit 2 zwey Nullen, darum soll sie in 4 theilbar seyn; und von 1712, sind die beyden letzten Ziffern 12, so in 4 theilbar, darum soll 1712 in 4 theilbar seyn. Von 1718 sind weder die beyden letzten Ziffern zwey Nullen, noch eine in 4 theilbare Zahl, darum ist 1718 in 4 nicht theilbar. Und da 18: 4 zum Reste eine 2 läset, so soll 1718 in 4 dividiret, auch zum Reste eine 2 lassen. Denn wir nehmen vor bekannt an, daß 100

in

in 4 theilbar. Nun aber ist jede Zahl deren letzte 2 Ziffern 2 Nullen sind, eine von 100 mit einer andern Zahl multiplicirete Zahl, darum ist solche Zahl auch in 4 theilbar. (Vorb. §. 31.) Kommet nun zu dieser, in 4 theilbaren Zahl, eine Zahl, so in 4 theibar, hinzu, so ist deren Summa auch in 4 theilbar. (Vorb. §. 33.) Nun aber sind die beyden letzten Ziffern, nach der Aufgabe, eine in 4 theilbare Zahl; darum muß eine solche Zahl, deren beyde letzte Ziffern eine in 4 the lbare Zahl sind, auch in 4 theilbar seyn. Sind aber die beyden letzten Ziffern in 4 untheilbare Zahlen, so ist die Zahl aus eben dem Grunde, so im §. 45. angeführet, in 4 untheilbar, und läßet eben die Zahl übrig, wen sie in 4 dividiret wird, als von den letzten beyden untheilbaren Ziffern, in 4 dividiret, übrig bleiben.

Welche Zahlen in 5 aufgehen.

§. 47. 5 hebet alle die Zahlen auf, deren letzte Ziffer eine Nulla, oder: 5 ist; und alle übrige Zahlen sind in 5 also untheilbar, daß sie in 5 dividiret, allezeit zum Reste dieselbe Zahl lassen, welche bleibet, wen man die letzte Ziffer der gegebenen Zahl vor sich in 5 dividiret. z. E. von 1710, und 1715, sind die letztern Ziffern eine 0 und 5; darum soll 1710, und 1715 in 5 theilbar seyn. Von 1718 aber, ist die letzte Ziffer keine Nulla, oder 5, darum soll 1718 in 5 untheilbar seyn; und so sie in 5 dividiret wird, eben dieselbe Zahl lassen, so bleibet, wen 8 in 5 dividiret wird, nemlich: 3. Denn wir setzen als bekannt vorher aus, daß jegliche Zahl, deren letzte Ziffer eine 0, in zehn theilbar. Nun aber ist 10 in 5 theilbar, darum ist jegliche Zahl, deren letzte Ziffer eine Nulla ist, auch in 5 theilbar. (Vorb. §. 33.) Ferner ist 5 in sich selbst theilbar. (Vorb. §. 27.) Nun aber ist jegliche Zahl, deren letzte Ziffer eine 5 ist, aus zweyen in 5 theilbaren Zahlen zusammen gesetzt, darum

um gehet auch solche Zahl in 5 auf. (Vorb. §. 29.) Endlich muß jede Zahl, so in einer andern theilbar seyn soll, die Unitæten der kleinern Zahl völlig in sich begriffen. (Vorb. §. 18. Nun aber wird unter allen Zahlen, so unter 10 sind, keine derselben gefunden, so solches thut, darum kann keine Zahl, die sich nicht mit 5 endiget, eine in 5 theilbare Zahl seyn. (2. §. 68.) Auf eben die Weise aber ist der Rest von solcher Zahl, gleich dem Reste der letzten Ziffer in 5 dividiret, wie solches §. 45. erwiesen.

Welche Zahlen 6 theilet.

§. 48 6 theilet alle gerade Zahlen, so in 3 aufgehen; welche Zahlen aber ungerade, und alle gerade, so nicht in 3 aufgehen, sind in 6 untheilbar: und wen sie in 6 dividiret werden, so lassen alle diejenigen 1 übrig, die sowol in 2 als 3 dividiret, 1 übrig lassen. Zwey lassen übrig, die in 2 Zwey aufgehen, und durch 3 dividiret, 2 übrig lassen. 3 lassen übrig, welche in 2 dividiret, 1 übrig lassen, und in 3 aufgehen; 4 lassen übrig, die in 2 aufgehen, und in 3 dividiret, übrig lassen 1; und 5 lassen übrig, welche in 2 dividiret, 1, und 2 übrig lassen, in 3 dividiret. (§. 20.) z. E. 29784 bestehet aus 2†9†7†8†4=30, ist theilbar in 3, und eine gerade Zahl, darum soll sie auch in 6 theilbar seyn. 13: 2 läst zum Reste 1, und 13 : 3 auch 1, darum hat 13: 6 zum Reste 1. Ferner 14 : 2 gehet auf, und 14 : 3 läst 2, darum hat 14 : 6 zum Reste 2. Weiter 15 : 2 läst 1, und 15 : 3 gehet auf, darum hat 15 : 6 zum Reste 3. Weiter 16 : 2 gehet auf, und 16 : 3 läst 1, darum läst 16 : 6 zum Reste 4. Endlich 17 : 2 läst 1, und 17 : 3 läst 2 zum Reste, darum läst 17 : 6 zum Reste 5. Denn jegliche Zahl, so in 2 und 3 theilbar, ist auch in 6 theilbar. (2. §. 23.) Nun aber gehen alle gerade Zahlen, so in 3 theilbar, auch in 2 und 3 auf. Darum sind

alle

alle solche Zahlen, auch in 6 theilbar. Weil aber keine ungerade Zahl in 2 aufgehet; (3. §. 2.) so gehet auch dieselbe nicht in 6 auf, und welche gerade Zahl nicht in 3 aufgehet, kann auch nicht in 6 aufgehen;(Vorb.§.33.) darum gehet keine ungerade, und eine gerade Zahl, die nicht in 3 aufgehet, in 6 auf. Wegen der Reste, siehe den angeführten §. 21.

Welche Zahlen in 7 theilbar.

§. 49. 7 hebet alle gerade und ungerade Zahlen auf, aus deren abgeschnittenen Unitæten, nach alsofort triplirten Zehnern sich 7 eben wegwerffen läst. So aber nach Wegwerffung der 7, von den abgeschnittenen Unitæten noch eine Zahl übrig bleibet, so ist die gegebene Zahl, in 7 dividiret, untheilbar, und der Rest, so von dem abgeschnittenen Unitæten bleibet, ist gleich dem Reste, so von der gegebenen Zahl in 7 dividiret, bleibet. z. E. Es sey die gegebene Zahl 594524. So schneidet man die 4 ab, und tripliret die übrigen Zahlen, so ist das Triplum = 178356. Von diesen Triplo schneidet man wider die 6 ab, und tripliciret die übrigen: 17835. Von diesen Triplo = 53505 wird wieder die 5 abgeschnitten, und hinter eine Schräg-Linie gesetzet, und verfähret damit bis zu Ende, wie in folgender Operation zu sehen.

```
5 9 4 5 2(4
1 7 8 3 5(6
5 3 5 0(5
1 6 0 5(0
4 8 1(5
1 4 4(3
4 3(2
1 2(9
3(6
(9
```

Wen

Wen den aus den Abgeschnittenen Unitæten 9 † 6 † 9 † 2 † 3 † 5 † 0 † 5 † 6 † 4, die 7 siebenmal weggeworfen, so bleibet nichts übrig; darum soll 594524 in 7 theilbar seyn. Ist aber die gegebene Zahl 138, so ist die Operation folgende:

1 3 (8
3 (9
(9

Aus den abgeschnittenen Unitæten 7 weggeworfen dreymal, so bleiben 5 im Reste, darum soll 138 : 7 auch 5 im Reste haben. Denn jeglicher Geometrischen Progression höhers Glied, wen es in eine andere Zahl dividiret wird, darin es nicht aufgehet, hat zum Reste eine solche Zahl, die gleich ist den Facto aus dem Reste des nechst vorhergehenden Gliedes mit dem Reste des Exponenten, multipliciret. (2. §. 81.) Nun aber ist von einer jeden Geometrischen Progression, die mit 10 aufsteiget, der Rest des ersten Gliedes in 7 dividiret 1, und des Exponenten 10 in 7 dividiret = 3. Einmal 3 aber ist 3, darum ist der Rest des andern Gliedes 10 : 7 = 3. Solchen abermal mit 3 multipliciret = 9, das ist = 7 † 2 = 2, und so ferner, daß der Rest jedes kleinern Gliedes mit 3 multiciret, gleich ist dem Reste des grössern Gliedes. Diesemnach ist der Rest der ersten Stelle, so offt 1, als die Zahl der ersten Stelle 1 bedeutet. Der Rest der andern Stelle, so offt 3, als deren Zahl 1 bedeutet. Der Rest der dritten Stelle, so offt 3, als sie mit 3 multipliciret, Unitæten bedeutet, u. s. f. Und so jegliche Reste zusammen genommen, in 7 aufgehen, so gehet auch die gantze Zahl in 7 auf (2. §. 67.) Ist die Summa der addirten Reste untheibar, so ist auch die gantze Zahl untheilbar, und hat eben die Reste, so von der Summa

der

der addirten Reste in 7 dividiret, übrig bleibet. (2. §. 70.) Conf. Poëtii Einleitung. rt. §. 381. sq. p. 103. sq.

Noch eine andere Art zu finden, ob eine Zahl in 7 theilbar.

§. 50. Wen man von einer gegebenen Zahl die Zahl der ersten Stelle mit 1; der andern mit 3; der dritten 2; der vierdten mit 6; der fünfften mit 4; der sechsten mit 5; der siebenden wieder mit 1; der achten abermal mit 3; u. s. w. wie die Zahlen über 100000000 aufsteigen mit 1, 3, 2, 6, 4, 5 multipliciret: so ist die gegebene Zahl in 7 theilbar, wen derer Reste Summa in 7 theilbar. z. E. Es sey die gegebene Zahl 347986754. 2385090078 3 so ist 3. 1 = 3, 8. 3 = 24, oder 7 weggeworffen, so offt man kann, 3, 7. 2 = 14, oder: 0, 0. 6 = 0, 0. 4 = 0, 9. 5 = 45, oder: 3, 0. 1 = 0, 5. 3 = 15, oder: 1, 8, 2 = 16, oder: 2, 3. 6 = 18, oder: 4, 2, 4 = 8, oder: 1, 4. 5 = 20, oder: 6 abermal 5. 1 = 5, 7. 3 = 21, oder 0, 6. 2 = 12, oder: 5, 8. 6 = 48, oder: 6, 9. 4 = 36, oder: 1, 7. 5 = 35, oder: 0, endlich 4. 7 = 28, oder: 4 und 3, 3 = 9, oder: 2. Wen nun 3 † 3 † 0 † 0 † 0 † 3 † 1 † 2 † 4 † 1 † 6 † 5 † 0 † 5 † 6 † 1 † 0 † 2, eine Summa, so in 7 theilbar; so soll auch die gantze gegebene Zahl in 7 theilbar seyn; denn so offt man den Rest des kleinern Gliedes mit dem Reste des Exponenten multipliciret, so kömet der Rest des nachfolgenden Gliedes. (2. §. 82.) Nun aber steigen die von einer Geometrischen Progression, die von 1 mit 10 aufsteiget, wie im vorhergehenden §. bewiesen, in 7 getheilet, mit 3 auf. Der Rest also des ersten Gliedes ist 1, 3 mal 1 ist 3, der Rest des andern Gliedes, und 3 mal 3 ist 9; so in 7 mit einem Reste 2 theilbar, da 2 der Rest des dritten Gliedes. Ferner ist 2, 3 = 6 dem Rest des vierdten Gliedes. Weiter ist 6, 3 = 18 in 7 mit dem Reste 4 theilbar, das 4 = dem Rest des fünfften Gliedes. Noch ist 4, 3 = 12

in

in 7 mit dem Reste 5 theilbar, und 5 also der Rest des sechsten Gliedes. Endlich ist 5, 3 = 15, in 7 mit dem Reste 1 wieder theilbar, da 1 der Rest des siebenden Gliedes. Darum sind die Reste der ersten 6 Glieder solcher Progression folgende: 1, 3, 2, 6, 4, 5, und der 6 folgenden Glieder Reste sind abermal selbige Zahlen. u. s. w. (2. §. 22.) Wen man nun mit solchen Zahlen also procediret, wie in der Aufgabe gelehret, so ist die Zahl theilbar in 7, so die Reste eine Summa geben, die in 7 theilbar.

Ein Vortheil so hieben zu haben.

§. 51. Von den angeführten 6 Zahlen, 1, 3, 2, 6, 4, 5, geben 1, 3, 2, in einer in 7 zutheilenden Geometrischen Progression allezeit die Multiplicatores, der aus drey Ziffern derselben bestehenden ungeraden Classen, und 6, 4, 5 die Multiplicatores der geraden Classen ab. z. E. Von 594524, ist die ungerade Classe 524, die gerade aber 594; darum sollen 1, 3, 2 die Multiplicatores mit 5, 2, 4 seyn. Denn welcher Ziffern Reste jegliche Zahlen sind, deren Multiplicatores müssen sie auch seyn. (§. 50.) Nun sind 1, 3, 2 die Reste der Ziffern von der ungeraden Classe, und 6, 4, 5 die Reste von den Ziffern der geraden Classe; darum müssen 1, 3, 2 die Multiplicatores der ungeraden, und 6, 4, 5 die Multiplicatores der Ziffern von den geraden Classen seyn.

Fortsetzung des vorigen.

§. 52. Wen alle Ziffern einer ungeraden Classe von einer in 7 zu theilenden Zahl mit 6, 4, 5, und alle gerade Classen derselben mit 1, 3, 2 multipliciret werden, so ist die Summa aller Producte gleich dem Complement aller Zahlen, und die Summa der Producte in einer Classe das Complementum productatem, oder: der Reste in der andern. z. E. Von 594524, sind die

Zif-

Ziffern der ungeraden Classe 5, 2, 4, solche sollen mit 6, 4, 5 multipliciret werden, so ist deren Product 2, 1, 6. Und der geraden Classe Ziffern sind 5, 9, 4, solche sollen mit 1, 2, 3 multipliciret werden, so ist deren Product 5, 6, 1, und dieser beyden Producte Ziffern, Summa 21 soll das Complement jeglicher Stellen einer in 7 zu theilenden Zahl seyn. Denn bey einer jeglichen Division kommet das Complement, wenn der Rest vom Divisore abgezogen wird. (2. §. 59.) Nun aber ist 7 der Divisor von einer in 7 zutheilenden Zahl nach der Aufgabe und 2, 3, 1, die Reste der Ziffern der ungeraden Classe, wie 6, 4, 5 die Reste der Ziffern der geraden Classen; (§. 52.) darum ist 7–2, oder: –3, oder: – 1, das ist: 5, 4, 6, das Complement der ungeraden, und 7–5, oder: – 4, oder: –6, das ist: 2, 3, 1 das Complement der geraden Classen, beyde aber sind das Complement von beyden Classen; und die Summa des Products von einer jeglichen Classe, mit jeglicher dieser Zahlen nach ihren Stellen multipliciret, ist das Complement von jeglichen Ziffern der andern Classe der gegebenen Zahl.

Noch weitere Fortsetzung des vorigen.

§. 53. Wen das Complement von jeglichen Ziffern einer in 7 zutheilenden Zahl in 7 aufgehet, so gehet auch die Zahl selbst durch 7 auf. Denn jegliche untheilbare Zahlen gehen in einer andern auf, wen deren Reste Summa in einer andern Zahl aufgehet. (2. §. 6.) Nun aber gehet die Summa der Reste von jeglichen Zahlen allezeit in einer andern auf, wenn deren Complemente darin theilbar sind. (2. §. 73.) Darum gehet die Zahl selbst in 7 auf, wen die Summa ihrer Complemente in 7 theilbar.

Fernere Fortsetzung des vorigen.

§. 54. Wen man sowol die Ziffern der geraden, als

ungeraden Classen einer in 7 zutheilenden Zahl mit 2, 3, 1 multipliciret, so geben die Producte der ungeraden Classen die Reste, und die Producte der geraden Classen die Complemente. z. E. Von 594524, multiplicire man die Ziffern der ungeraden Classe 5, 2, 4, mit 2, 3, 1, so kommet 3, 6, 4, solches ist die Summa der Reste. Und die Ziffern der geraden Classe 5, 9, 4, auch mit 2, 3, 1, so ist ihr Product auch 3, 6, 4; die Complemente von dem Divisore abgezogen, geben die Reste einer Zahl. (2. §. 58.) Nun aber sind 5, 4, 6 von einer in 7 untheilbaren Progression das Complemente der ungeraden Classen, 3, 2, 1 der geraden Classen, deren Summa anzeigen sollen, ob eine Zahl in 7 theilbar seyn soll; darum muß 3, 2, 1 der Rest zu den ungeraden Classen, und das Complement zu dem ungeraden seyn, wen die Differentz beyder Classen anzeigen soll, welche Zahl in 7 theilbar ist.

Noch von den vorigen.

§. 65. Wen demnach aus diesen Zahlen alle Einer, Zehner und Hunderter der geraden und ungeraden Classen addiret, und davon, so offt man kann, 7 wegwirfft, so giebet das Product der geraden Classen die Complemente, und der ungeraden die Reste, wen jegliche Summa mit 2, 3, 1 multipliciret wird. Den jeglicher Zahlen Posten zusamen, sind gleich der Summa. Nun aber geben von jeglichen Zahlen, so in 7 zu theilen, ungerade Classen, deren Einer, Zehner und Hunderter Reste, wen sie mit 2, 3, 1 multipliciret werden, aller Zahlen gerade Classen Producte die Complemente, wen sie mit 2, 3, 1 multipliciret werden; (§. 54.) darum giebet auch die Summa von allen ungeraden Zahlen, Einer Zehner und Hunderter, die Complemente, wen sie mit 2, 3, 1 multipliciret werden.

Schluß aus dem vorigen.

§. 56. Wen man die Summa der Einer, Zehner und Hunderter der geraden Classen subtrahiret, so ist die gegebene Zahl in 7 theilbar, wen der Rest eine Nulla, oder: so etwas im Reste bleibet, und mit 2, 3, 1 multipliciret, dessen Collect in 7 theilbar ist. z.E. Von 92,359,709, 281,546, sind die Einer der ungeraden Classen 6†9†2, deren Summa ist 17, und läst zum Rest 3. Die Zehner 4†0†9, deren Summa ist 13, und der Rest 6, deren Hunderter 5†7 = 12, und der Rest 5. Wird also die Summa der Relicte der ungeraden Classen seyn, 3,6,5. Die Einer der geraden Classen 9†1, deren Summa = 10 – 7 = 3. Die Zehner 8†5, deren Summa ist = 13–7 = 6. Die Hunderter 2†3, deren Summa ist 5. Also 3, 6, 5, von 3,6,5 abgezogen, kommet Nulla; darum soll die gegebene Zahl in 7 theilbar seyn. Hingegen sind von 5,923,597,092 die Einer der ungeraden Classen 2†3, deren Summa 5. Die Zehner 9†2, deren Summa 11 –7 = 4. Die Hunderter 0†9 = 2. Und also die Summa der Relicte der ungeraden Classen, 2, 4, 5. Die Einer der geraden Classen, sind 7†5, deren Summa 12–7 = 5. Die Zehner machen 9, deren Summa –7 = 2. Die Hunderter 5, deren Relict 5. Also 5, 2, 5. Nun aber lassen, 2, 4, 5–5, 2, 5, zum Reste 4, 2, 0. Solche mit 2, 3, 1 multipliciret, geben 1, 6, 0, deren Collect 7, in 7 theilbar; Darum ist die gantze Zahl in 7 theilbar. Denn gleiche Zahlen mit gleichen multipliciret, bringen gleiche Producte. (2.§.22.) Nun aber sind die Summa der Einer, Zehner und Hunderter, nach der Aufgabe von der geraden und ungeraden Classe gleiche Zahlen mit gleichen 2, 3, 1 multipliciret; darum müssen ihre Producte gleich seyn, uud folglich die gantze Zahl deren geraden und ungeraden Classen, jede Ziffern gleich sind, in 7 aufgehoben werden können. Und so

sie nicht gleich, doch aber ihre Reste mit 2, 3, 1 multiplicirt, ein solches Collect geben, so in 7 theilbar, so ist auch die gegebene Zahl in 7 theilbar. (Vorb. §. 29.) So im subtrahiren eine Zahl, oder: das Complemente grösser, als im Reste, so ziehet man solche von 7, und nimt den Rest dazu.

Welche Zahlen 8 aufhebet.

§. 57. 8 hebet alle Zahlen auf, deren letztern Ziffern 3 Nullen, oder: deren 3 letzte Ziffern in 8 aufgehen; alle übrigen gehen nicht in 8 auf, sondern lassen eben den Rest, welcher bleibet, so man die 3 letzten Zahlen in 8 dividiret. z. E. 31000 endiget sich mit 3 Nullen, und 31680 endiget sich mit 3 Ziffern, so in 8 aufgehen, darum soll 31000, und 31680 in 8 aufgehen; und von 31684 gehen die 3 letzten Ziffern nicht auf in 8, sondern lassen 4, so sie in 8 dividiret werden; darum gehet auch die gantze Zahl 31684 nicht in 8 auf, sondern lässet 4 zum Reste, so sie in 8 dividiret wird. Denn wir setzen als bekandt voraus, daß 1000 in 8 aufgehe. Nun aber sind alle Zahlen, so sich mit 3 Nullen endigen von 1000 gemacht; darum gehen sie auch alle in 8 auf. (Vorb. §. 31.) So sind auch nach der Aufgabe, die an statt der 3 Nullen genommene 3 Ziffern in 8 theilbar; darum muß auch die andere Zahl in 8 theilbar seyn. (Vorb. §. 33. Wegen des Restes gilt auch hier die §. 45 angeführte Demonstration.

Welche Zahlen in 9 theilbar.

§. 58. 9 hebet alle die Zahlen auf, deren Ziffern-Collect in 9 theilbar, die übrigen gehen nicht in 9 auf, und lassen zum Reste, was von Collecte der Ziffern in 9 dividiret bleibet. z. E. 729 giebet zum Collect 18, wen die Ziffern 729 addiret werden. Da nun 18 in 9 theilbar, so soll auch die gantze Zahl in 9 theilbar seyn.

Hin-

Hingegen 735 giebet zum Collect 15, wen die Ziffern addiret werden, 15 aber in 9 dividiret, ist untheilbar, und lässet 6 zum Reste; deßwegen soll 735 in 9 untheilbar seyn, und 6 zum Reste lassen, wen sie in 9 dividiret wird. Denn von einer Geometrischen Progression sind jegliches Gliedes Reste gleich dem Facto aus den Reste des Exponenten, in den Rest des vorhergehenden Gliedes. (2.§. 83.) Nun aber ist von einer Geometrischen Progression, so von 1 mit 10 aufsteiget, wen das Maas 9 ist, der Rest des Exponenten 1, und da 1 nicht multipliciret, so würde der Rest eines jeden folgenden Gliedes gleich seyn 1, wen nemlich in jeder Classe eine 1 anzutreffen. Da aber nicht eben 1 in der Classe vorkommt, so muß in jeder so offt 1 zum Kelict erscheinen, als die Zahl die drin stehet, Unitæten hat. Gehen nun alle Reste in 9 auf, so muß auch die gantze Zahl in 9 aufgehen. Von den in 9 untheilbaren Zahlen, siehe (§. 45.)

Welche Zahlen in 10 aufgehen.

§. 59. 10 hebet nur diejenigen Zahlen auf, die am Ende eine, oder: mehr Nullen haben, die übrigen lassen allezeit die letzte Zahl zum Reste. z. E. 20, 700, 2000 ꝛc. haben zur letzten Zahl eine, oder: mehr Nullen, darum sollen sie in 10 theilbar seyn. Denn jegliche Zahl so eine andere aufhebet, hebet auch diejenige auf, so mit derselben gemacht worden. (Vorb. §. 31.) Nun aber werden nur die Zahlen, so am Ende ein, oder: viele Nullen haben, und sonst keine, von 10 gemacht; (1, 5. §. 5, 8.) darum gehen nur die Zahlen in 10 auf, deren letzte Zahl eine, oder: mehr Nullen sind. Wegen der übrigen Zahlen, siehe (§. 45.)

Welche Zahlen in 11 aufgehen.

§. 60. 11 hebet alle die Zahlen auf, deren gerade und ungerader Stellen-Collect gleiche Reste giebet, wen

man, so offt man kann 11 von jeglichen Stellen wegwirfft, wen solche aber ungleich, so gehet die Zahl nicht in 11 auf, und ist ihr Rest gleich dem Reste, so überbleibet, wen man die geraden Stellen von den ungeraden abziehet. z. E. Die Suma der ungeraden Stellen 3 † 1 = 4, und der geraden auch 4; darum soll 143 in 11 theilbar seyn. Von 38943673487, ist der Rest der Suma von denen ungeraden Stellen 7 † 4 † 7 3 † 9 † 3', wen man davon, so offt man kann, 11 wegwifft, gleich 0, der Rest der Summa der geraden Stellen 8 † 3 † 6 † 4 † 8 gleich 7. Da nun die Reste der ungeraden und geraden Stellen ungleich, so soll die gantze Zahl untheilbar seyn, und weil der Rest der geraden Stellen 7 von dem Rest der ungeraden 0 subtrahiret, gleich 4, so soll der Rest der Zahl in 11 dividiret, auch 4 seyn. Denn von einer Geometrischen Progression, sind die Reste jeglicher Glieder, gleich dem Reste des Exponenten, in ein gewisses Maas dividiret, wen solcher Rest mit dem Rest des ersten Gliedes multipliciret wird. (2. §. 43.) Desgleichen sind von solcher Zahl der übriger Glieder-Complemente gleich dem ersten Complemente. (2. §. 64.) Nun aber steigen alle Zahlen, sol von einer Zahl mit 2 Ziffern multipliciret werden, von 1 mit 100 auf, und der Rest des Exponenten 100 mit 11 dividiret, ist 1, und dessen Complement 10, und des ersten Gliedes Rest und Complement, ist auch 1, und 1 multipliciret nicht; darum geben die Ziffern der ungeraden Stellen mit 1 multipliciret, die Reste, und die Ziffern der geraden Stellen mit 10 multipliciret die Complemente, und so die Complemente mit den Resten von einer Zahl, so in 11 zu dividiren gleich, so muß die Zahl selbst in 11 aufgehen. (2. §. 65.) Und so die Reste und Complemente ungleich, so muß auch dieselbe Zahl in 11 untheilbar seyn. (2. §. 66.) und die Differentz zwischen dem

Com-

Complemente und dem Reste gleich seyn, dem Rest der Zahl selbst durch 11 dividiret. (2 §. 67.) Conf. Clausbergs demonstrative Rechen-Kunst, P. 1. §. 598--641. p. 387--416.

NB. So das Complement grösser als der Rest, wird solches von 11 subtrahiret, und der Rest dazu genommen.

Wie die Partes primæ einer Zahl zu finden.

§. 61. Diesemnach mögen die Partes primæ einer Zahl nach folgender Regul gefunden werden.

1) Siehet man zu, ob eine Zahl in 2 aufgehet, wo nicht, so forschet man,

2) ob sie in 3 theilbar, und so weiter, bis man mit allen Einern sie versuchet, wo sie denn in keiner der Einer aufgehet, so versuchet man, ob sie in die Prim-Zahl der Zehner aufgehet, wo sie aber in 2, oder: sonst einer Prim-Zahl aufgehet; versuchet man,

3) ob sie noch ein, oder: mehrmal darin aufgehet, wo nicht, so fähret man so lange fort zu einer höhern Zahl, bis man endlich eine Prim-Zahl zum Quotienten bekommt. z. E. 60 gehet auf in 2 durch 30, und 30 gehet wieder auf in 2 durch 15, diese 15 aber gehet nicht auf durch 2, darum fähret man fort zu 3, diese 3 hebet 15 auf durch 5, einer Prim-Zahl, darum sollen 2, 2, 3, 5, und keine andere, die Partes primæ aliquotæ seyn von 60. Denn jede Prim-Zahlen, so miteinander multipliciret, den Numero composito gleich sind, sind dessen partes aliquotæ primæ. (§. 42. Nun aber sind diese Zahlen die Prim-Zahlen 2, 2, 3, 5 mit einander multipliciret, 60 gleich; (2. §. 39.) darum sind sie derselben partes aliquotæ primæ, Wen gleich der Numerus compositus 60 sollte in einer andern Zahl aufgehen, als die angeführet, so müste solche entweder 30, oder: 2 aufhe-

ben. (§. 36.) Nun aber kann 2 durch keine andere Zahl, als in sich selbst, und 1 aufgehoben werden, und 30 auch nicht, denn sonst müste solche Zahl auch 2 und 15 aufheben, 15 aber gehet durch keine andere Zahl, als 3 und 5 auf; darum mag 60 keine andere Zahl, als: 2, 2, 3, 5 zu partibus aliquotis haben.

Was Partes compositæ von einer Zahl sind.

§. 62. Die Zahlen aber, so durch die Multiplication der partium primarum, oder: mehrerer Zahlen Einführung in einander entstehen, nennet man die partes aliquotas compositas von einer Zahl.

Wie die Partes compositæ einer zusammen gesetzten Zahl zu erfinden.

§. 63. Wen man demnach die Theile einer auf mannicherley Weise zusammen gesetzten Zahl wissen will, so führe man die Prim-Zahl des letztern Divisoris in dessen Quotienten ein, und setze das Product darneben. (2) Multiplicire man den nächstfolgenden in die vorigen, und deren Producte, und s. w. bis man alle eingeführet. z. E. Von 1706 soll man die partes aliquotas finden, so ist solches theilbar in 2, durch 630, diese 630, sind wieder theilbar in 2, durch 315, diese 315 gehen nicht in 2, wol aber in 3 durch 105 auf. Diese 105 gehen abermal in 3, durch 35 auf. 35 aber gehet nicht auf in 3, auch nicht in 4, wol aber in 5, durch 7, 7 aber ist eine Prim-Zahl, und der letzte Divisor 5 mit 7 multipliciret, ist 35, sind also: 5, 7 35, die 3 ersten partes aliquotæ, aus 1260, solche 3, 15, 21, 105 noch einmal mit 3 multipliciret, bringen 9, 45, 63, 315. Diese und die übrigen alle mit 2 multipliciret, bringen 2, 6, 10, 14, 70, 30, 42, 210, 18, 90, 126, 630; diese noch einmal mit 2, ist 4, 12, 20, 28, 140, 60, 84, 420, 36, 180, 252, und 1260, und dieses sind die Theil der Zahl

1260,

1260, und sonst keine mehr, wie solches aus beygefügten Tarif zu ersehen. Denn welche Zahl kein ander Pars prima messen kann, als welche angegeben, (§. 61.) die kann auch durch keine andere Zahl aufgehen, als die aus solchen Parte prima gemacht wird. (§. 36.) Nun aber können die Prim Zahlen 5, 7, 3, 3, 2, 2 nicht mehr, als auf vorgedachte Weise in einander eingeführet werden; darum kann die gegebene Zahl keine andere, als die angeführten partes aliquotas haben. (§. 36.) Man kan den Tarif nach folgender Regul einrichten, und schreiben:

		5,	7,	35,
	3,	15,	21,	105,
	3,	9, 45,	63,	315,
	2,	6, 10,	14,	70,
		30,	42,	210,
	18,	90,	126,	630,
2,	4,	12, 20,	28,	140,
		60,	84,	420,
	36,	180,	252,	1260.

nemlich: schreibet

1) Die kleinesten Partes Primas unter einander, und

2) Multipliciret diejenigen, so zweymal vorkommen, wie auch die dabeystehenden Zahlen mit einander, setzet

3) das Product darneben, und streichet sie dan durch.

4) Multipliciret man die übrigen Theile mit den vorhergehenden unausgestrichenen Zahlen, und setzet die Producta bey einen jeden Theil. Stehet wie folget:

1.
2.
2. 4.
3. 6. 12.
3. 9. 18. 36.
5. 10. 20. 15. 30. 60. 45. 90. 180.
7. 14. 28. 21. 42. 84. 63. 126. 252.
35. 70. 140. 105. 210. 420. 315.
630. 1260.

Oder also:

1

2 2

4

3. 6. 12.

3. 9. 18. 36.

5. 10. 20. 15. 30. 60. 45. 90. 180.

7. 14. 28. 21. 42. 84. 63. 126. 252.
35. 70. 140, 105, 210. 420. 315. 630.
1260.

Einleitung zu einer andern Weise solcher Erfindung.

§. 64. Um die Sache noch deutlicher zu machen, wollen wir hier auch anführen, aus was Principiis Herr Poëtius die Erfindung der partium aliquotarum von einem Numero composito herleitet. Diesemnach ist die Anzahl der partium aliquotarum eines Numeri compositi allezeit um 1 geringer, als der Divisorum derselben. z.E. 22 hat 4 Divisores, 1, 2, 11 und 22 aber nur 3 partes aliquotas, 1, 2 und 11. Deñ ein pars aliquota ist darin von dem Maas der Zahl unterschieden, daß er allezeit kleiner ist, als die Zahl selbst. (Vorb. §. 45.) Nun aber ist eben die Zahl derselben Maas; (Vorb. §. 27.)

27.) darum kann dieselbe nicht der Zahl Theil seyn, (2. §. 1.) und folglich hat jegliche Zahl einen partem aliquotam weniger, als sie Divisores hat.

§. 65. **Ein aus einerley 2 Prim-Zahlen bestehender** Numerus compositus **hat** 3 Divisores, **und** 2 partes aliquotas, **und eine aus** 3 **einerley** Prim-Zahlen componirte Zahl **hat einem** Divisorem **mehr, und folglich** 3 partes aliquotas. z. E. 3. 3 = 9 **ist ein** Product von 2 einerley Prim-Zahlen 3 und 3; **darum soll sie** 3 Divisores 9, 3, 1 **haben,** und 2 partes **aliquotas, nemlich:** 3 und 1. **Wen aber** 3 **mal** 3, **das ist** 9, **noch einmal mit** 3 multipliciret **wird, so hat das** Product 27, **vier** Divisores 27, 9, 3, 1, und 3 partes **aliquotas** 9, 3, **und** 1. **Denn das** Product **von** 2 Prim-Zahlen **kann nicht anders in einer** Prim-Zahl, **als durch die** Prim-Zahl dividiret **werden, wovon sie gemacht ist.** (§. 19.) **Nun aber ist das** Product **von** 2 einerley Prim-Zahlen gemacht, **nach der Aufgabe; darum muß das** Quotum **und der** Divisor **einerley** Zahl **seyn.** (2. §. 38.) **Und wen also ein solches** Product 3 Divisores **hat, so hat es** 2 partes primas, **hat es** 4 Divisores, **so hat es** 3 partes primas.

§. 66. **Demnach haben die** Facta **einer in sich selbst ein, oder: etlichemal eingeführten** Prim-Zahl jederzeit **einen** Divisorem **mehr, als der** Exponente **der Wiederholung** Unitæten **hat. Das ist: es soll das** Product **einer in sich selbst, ein, oder: mehrmal eingeführten** Zahl, **einen** Divisorem **mehr haben, als sie vielmal in einander eingeführet.** z. E. 3. 3. 3. 3. ist gleich 81, darum soll 3. 3. 3. 3 viermal in sich selbst eingeführet, 5 Divisores 81, 27, 9, 3, 1 haben. Denn von einer jeglichen componirten Zahl, ist der partium aliquotarum Anzahl allezeit 1 geringer, als der Divisorum, (§. 64.) Nun aber

sind

sind der partium aliquotarum einer 4 mal in sich selbst eingeführten Zahl 4, darum müssen ihrer Divisorum eins mehr, das ist: 5 seyn. (§. 65.)

§. 67. Eine componirte Zahl, so aus zweyerley Primis entstanden, hat einen Divisorem mehr, als die, so aus einerley Primis gemacht werden. z.E. 35 ist aus 7 und 5 componiret, darum soll sie einen Divisorem mehr haben, als 7 mit 7 multipliciret; und da 7 mit 7 multipliciret, 3 Divisores hat, so soll 7 mit 5 multipliciret, 4 Divisores haben, nemlich: 35, 7, 5 und 1. Denn jegliches Puoduct, so aus zwey Prim Zahlen gemacht, hat eine Prim-Zahl zum Quotienten. (§. 19.) Nun aber ist das Product von 2 unterschiedlichen Zahlen gemacht, nach der Aufgabe, darum muß der Quotient vom Divisore unterschieden seyn, (2. §. 30.) und also muß das Product von unterschiedlichen Prim-Zahlen einen Divisorem mehr haben, als das Product von einerley Prim-Zahlen. (2. §. 38.)

§. 98. Daher giebet die Zahl, so aus 3 unterschiedlichen Prim-Zahlen gemacht, allezeit mehr Divisores, als eine Zahl, so aus 2 einerley, und einer unterschiedlichen Zahl gemacht wird. z. E. 105 ist eine Zahl, so aus 3 unterschiedlichen Prim-Zahlen zusammen gesetzt, und 245 ist eine Zahl, so auch zweyen einerley Primis, 7. 7, und einer unterschiedlichen Prim-Zahl 5 zusammen gesetzt; darum soll 105 mehr Divisores haben, als: 245. Denn 245 hat zum Divisoribus 1. 7. 49, diese mit 5 multipliciret, geben 5. 35. 245, und also in allen 6. Hingegen hat 105, 1. 3, und 5, 15; diese mit 7 vermehret, geben 7, 21, 55, 105, und also 8 Divisores. Denn jegliche einerley Prim-Zahlen Producta, haben nur einen Divisorem mehr, als ihre Partes. (§. 65.) Aber die aus unterschiedlichen Zahlen gemachte Producta, haben allezeit einen Divisorem

mehr,

mehr als die, so aus einerley Zahlen gemacht. Da nun die 3 unterschiedlichen Zahlen mehr sind, als eine unterschiedliche und 2 einerley Zahlen, so müssen auch die Producta aus 3 unterschiedlichen Zahlen mehr Divisores haben, als die aus 2 einerley, und einer unterschiedlichen Zahl gemacht.

§. 69. **Folglich geben 2 componirte einerley Primi, wen sie mit einem 3ten vermehret werden, allezeit eine Reihe Zahlen weniger in Divisoribus, als 2 unterschiedlich componirte Primi.** z. E. 49 ist eine aus zwey einerley Primis 7 und 7 componirte Zahl, deren Divisores = 1, 7, 49. Solche mit der 3ten 7 vermehret, gibt 343, deren Divisores machen eine Reihe Zahlen, so bestehet aus 1, 7, 49, 343. Denn ein Numerus compositus aus unterschiedlichen Primis gemacht, hat einen Divisorem mehr, als ein Numerus compositus aus eben so viel einerley Primis gemacht. (§. 67.) Nun aber ist der Divisor, damit der Numerus compositus von zweyen Prim-Zahlen gemacht, eine Prim-Zahl: daher gehet er in die andere Prim-Zahl nicht auf. (§. 34.) Folglich machet er eine Zahl Reihe mehr, als ein Numerus compositus von 2 einerley Primis mit einen dritten gemacht.

§. 70. **Eine aus 3. unterschiedlichen componirte Zahl hat 8 Divisores, und so man solche mit einem neuen primo multipliciret, so haben 4 aus unterschiedenen Primis componirte 16, aus 5 haben 32, aus 6 haben 64.** z. E. 3. 5, ist 15, hat 4 Divisores, 1, 3, 5, 15, diese 15 mit 7 multipliciret, ist 105, soll 8 Divisores haben; 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105, solche mit der 4ten 11 multipliciret, 1155, soll 16 Divisores haben, nemlich: 1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 33, 35, 55, 77, 105, 165, 231, 385, 1155. Denn jegliche Zahl so ein gantzes multipliciret, die multipliciret auch des gantzen sämtliche

liche Theile, so darin enthalten. (1. 5. 4.) Nun aber sind in dem Producte von 2 unterschiedlichen Prim-Zahlen 4 Divisores enthalten; darum müssen in einem Producte von 5 unterschiedlichen Prim-Zahlen 8 Divisores enthalten seyn. Und da in einem Producte von 3 unterschiedlichen Prim-Zahlen 8 Divisores, so müssen in einem Producte von 4 unterschiedlichen Prim-Zahlen 16 enthalten seyn.

§. 71. Hingegen haben die aus 3 einerley Primis componirte Zahlen nur 4 Divisores, und so man jeden Divisorem mit einem neuen Primo vermehret kommen 8 Divisores. So man 4 in einander geführte einerley Primos mit einem neuen Primo multiplicirt, so hat das Product 10; so man 5 dergleichen Primos mit einem neuen multipliciret, kommen 12, und also allezeit 2 Divisores mehr, so offt man ein aus vielen Primis gemachte Product mit einerley Primis, und noch mit einem neuen Primo multipliciret. z. E. 7 mal 7 ist 49, solche mit einem Primo 3 multipliciret, bringet 147, und gehet auf in 1, 7, 49, 3, 21, 147, sind 6 Divisores. Ferner: 7 mal 49, ist 343, solches mit 3 multipliciret, macht 1029, und gehet auf in 1, 7, 49. 343, 3, 21, 147, 1029, sind 8 Divisores. Ferner: 7 viermal mit sich selbst multipliciret, macht 2401, und diese wieder mit 3 = 7203, und gehet auf in 17, 49, 343, 2401, 3, 21, 147, 1029, 7203, sind 10 Divisores. Denn jegliche Zahl multipliciret das gantze, und alle Theile desselben. (1, 5, 4,) Nun aber hat eine Zahl aus einerley Primis gemacht, allezeit einen Divisorem mehr, als offt eine Prim-Zahl in die andere eingefähret worden. (§. 66.) Derohalben muß eine jegliche von lauter in einander geführten Primis gemachte Zahl mit einem neuen Primo multipliciret, allezeit 2 mal so viel Divisores kriegen, als sie vorher gehabt.

§. 72.

§. 72. Wen man demnach weiß, wie offt eine jegliche Zahl, woraus ein Numerus compositus gemacht, in sich selbst eingeführet, so kann man wissen, wie viel Divisores darin enthalten, so man zu der Anzahl, wie offte eine Zahl in die andere eingeführet, zu einer jeglichen Anzahl 1 hinzu thut, und die Collecte jeglicher Zahl mit einander multipliciret. z. E. Ich weiß, daß in 360 enthalten 2 dreymal, 3 zweymal, und 5 einmal, so ist (3 † 1). (2 † 1). 1 † 1), das ist: 24, die Anzahl der Divisorum. (§. 66.) Nun aber vermehret die Anzahl eines andern Numeri compositi die Anzahl der Divisorum, so offt, als er aus Prim-Zahlen in sich selbst multiciret † 1 zusammen gesetzt; (1, 5, 1,) Darum hat 360 so viel Divisores, als 3 † 1, und 2 † 1, und 1 † 1, oder: 4. 3. 2 mit einander multipliciret zum Producte hat.

§. 73. Will man demnach wissen, wie viel Divisores und partes aliquotas ein jeder Numerus compositus hat, so multiplicire man die Anzahl jeglicher Prim-Zahl, daraus sie zusammen gesetzt † 1 in einander, so giebet das Factum nach dem §. 72. die Anzahl der Divisorum. z. E. in 360 ist 2 enthalten 3 mal, und 3 zweymal, und 5 einmal, darum multiplicire man 3 † 1, das ist: 4 mit 2 † 1, das ist: 3, und das Product 12 mit 1 † 1, das ist: mit 2, kommen 24, die Anzahl der Divisorum. und 24 – 1, das ist: 23, ist die Summa der partium aliquotarum. (§. 64.)

§. 74. Diesemnach findet man die partes aliquotas eines Numeri compositi, wen man solche so lange mit denen Prim-Zahlen, darin sie aufgehet, dividiret, bis man zum Quotienten 1 bekommet. (2) Gibt man acht, wie offt eine jede Prim-Zahl bey der vorgenommenen Division gebraucht worden.

den. (3) Rangiret man dieſe Zahlen auf die Weiſe, daß man ſo viel Zahl Reihen macher, als eine Prim-Zahl in ſich ſelbſt eingeführet, offt in derſelben enthalten, und ſolche mit denen Diviſoren der übrigen Elementen multipliciret. z. E. Von 2520 ſoll man die Diviſores ſuchen, ſo findet man (1) die partes primas auf folgende Weiſe:

2520	1260	630	315	105	35	7	1
2	2	2	3	3	5	7	

Und iſt alſo 1 in ſelbigen einmal, 2 dreymal, 5 einmal, und 7 einmal; darum rangiret man dieſe Zahl alſo, daß man 1.2.4.8, als offt 2 in 2520 enthalten, in eine Zahl Reihe ſtellet, und dieſelbe mit den übrigen Elementen 3.9,5,7 multipliciret; ſo kommet die Zahl der Diviſorum nach folgenden Tarif:

1	2	4	8
3	6	12	24
9	18	36	72
5	10	20	40
15	30	60	120
45	90	180	360
7	14	28	56
21	42	84	168
63	126	252	504
35	70	140	280
105	210	420	840
315	630	1260	2520

Oder:

Oder:

1	3	9
2	6	18
4	12	36
8	24	72
5	15	45
10	30	90
20	60	180
40	120	360
7	21	63
14	42	126
28	84	252
56	168	504
35	105	315
70	210	630
140	420	1260
280	840	2520

Schluß-Aufgabe.

§. 76. Durch Rechnung zu erfahren, was ein ander für eine Zahl sich in den Sinn genommen. Man lasse ihm seine Zahl mit 3 multipliciren. Ferner: das Product halbiren, und so solches nicht geschehen kann, 1 dazu addiren, solche Helffte abermal mit 3 multipliciren, und das Product halbiren, kann solches abermal nicht geschehen, so addiret man wieder 1 dazu, und läßt die letzte Helffte in 9 dividiren, den Quotienten läßt man sich nennen, und so man beydesmal halbiren können, so ist der Quotient mit 4 multipliciret, die begehrte Zahl; hat man das erste mal nicht halbiren können, so ist sie der Quotient † 1, hat man das andermal nicht halbiren können, so ist sie der Quotiente † 2. Hat man beyde mal nicht halbiren können, so ist sie der Quotiente † 3.

CAPUT V.

Von vollkommenen überflüßigen und abgängigen Zahlen.

Einleitung zur dritten Eintheilung der Zahlen.

§. 1. Wen wir die Zahlen vor sich betrachtet, bisher als Prim-und zusammen gesetzte Zahlen angesehen, wollen wir sie auch nach ihrer dritten Eintheilung beleuchten, wie sie vollkommene, überflüßige und abgängige Zahlen sind.

Die Art der Benennung dieser Zahlen.

§. 2. Man nennet hier nicht eine vollkommene Zahl, diejenige, die den Anfang, Mittel und End ihrer selbst in sich enthält, wie 3 also genannt wird; auch nicht diejenige, welche gewisser Zahlen Ende ist, wie 10 in dem Verstande vollkommen ist; sondern eine vollkommene Zahl, oder: Numerus perfectus ist diejenige, die aller der Theile, worin sie aufgehet, Summa ist, wenn dieselbe zusammen genommen werden, oder: die herauskommet, wen man alle Theile, darin sie aufgehet, zusammen addiret. Als: 6 gehet auf in 1.2.3, und ist ein Numerus perfectus, weil $1 + 2 + 3 = 6$ sind. Denn wenn es geschiehet, daß man ex partibus pariter-paribus den grösten Theil einer Zahl 1 und 2 mit eingeschlossen, in eine Prim-Zahl, deren partes aliquantæ die Summa von 1 und 2, nebst allen partibus aliquotis ex Numeris pariter-paribus in sich enthält, eingeführet hat, so entstehet daher ein Numerus perfectus, oder: eine solche Zahl, deren Theile zusammen genommen, der gegebenen Zahl gleich sind.

Numerus perfectus ist eine gerade Zahl.

§. 3. Ein jeglicher Numerus perfectus muß eine gerade

rade Zahl seyn. Denn keine ungerade Zahl kann die Summa ihrer partium aliquotarum seyn: sintemal sie entweder eine Prim-Zahl ist, so gehet sie ausser 1 in keine andere Zahl auf, oder: sie ist ein Numerus compositus, so sind alle ihre Theile Numeri primi, deren keiner in den andern theilbar. (4. §. 19.) Wenn nun kein Theil einer ungeraden den andern aufhebet, so kann auch deren Summa das gantze nicht aufheben, (Vorb. §. 29.) und folglich kann keine ungerade Zahl ein Numerus perfectus seyn.

§. 4. **Der gröste Theil eines** Numeri perfecti, **ist gleich der** Summa **aller übrigen Theile zusammen genommen.** z. E. 28 ist ein Numerus perfectus, deren grössere Theil ist 14, darum müssen ihre übrigen Theile 1†2†4†7, gleich seyn 14. Denn jeglicher Numerus perfectus ist die Summa seiner partium aliquotarum. Nun aber ist jeglicher Numerus perfectus eine gerade Zahl, (§. 3.) und deswegen ist ausser 1 ihr kleinester Theil 2, und also ihr Gröster die Helffte derselben; Vorb. §. 21.) darum müssen die übrigen Theile ihre andere Helffte seyn; (Vorb. §. 33.) und folglich müssen solche zusammen genommen, dem grossen Theile gleich seyn.

§. 5. **Derohalben wird ein jeglicher** Numerus perfectus **mit den** numeris paribus **gemacht.** Denn jegliche gerade Zahlen werden von 1 mit 2 gemacht. (3. §. 4.) Nun aber sind die Numeri perfecti nur gerade Zahlen; (§. 3.) Darum werden die Numeri perfecti von 1 mit paribus gemacht. (3. §. 23.)

§. 6. **Kein** Numerus perfectus **kann in** 1 **und lauter gerade Theile getheilet werden.** Denn die Summa von lauter geraden Theilen, und einem ungeraden ist ungerade. (3. §. 9.) Nun aber kann keine ungerade Zahl ein Numerus perfectus seyn; (§. 3.) Darum

um kann kein Numerus perfectus in 1 und lauter gerade Theile getheilet werden. (§. 2.)

§. 7. **Derohalben kann kein** Numerus perfectus **aus lauter** pariter - paribus **bestehen.** Denn die Summa jeglicher pariter-parjum kann nicht gleich seyn der Zahl sebst. (3.§.31.) Nun aber soll die Summa der Theile einem jeglichen Numero perfecto gleich seyn; (§.2.) darum kann von lauter Numeris pariter-paribus kein Numerus perfectus gemacht werden.

§. 8. **Hieraus folget, daß die Theile eines** Numeri perfecti **theils gerade, theils ungerade seyn.** Denn eine Zahl muß entweder aus lauter geraden, oder: aus lauter ungeraden, oder: auch geraden, und ungeraden Theilen zugleich bestehen. Nun aber kann ein Numerus perfectus nicht aus lauter ungeraden, (§. 3.) auch nicht aus lauter geraden Theilen (§.6.) bestehen; darum muß sie aus geraden und ungeraden Theilen zugleich bestehen.

§. 9. **Ein jeglicher** Numerus perfectus **ist so lange in 2 theilbar, bis eine ungerade Zahl zum** Quotienten **kommt.** z. E. 28 ist ein Numerus perfectus; Darum soll sie in 2 theilbar seyn, bis der Quotiente 7 eine ungerade Zahl ist. Denn jegliche gerade Zahl ist in 2 theilbar. (3.§.3.) Nun aber ist ein Numerus perfectus eine gerade Zahl; (§.3.) darum muß sie so lange in 2 theilbar seyn, bis der Quotiente eine ungerade Zahl ist.

§. 10. **Hieraus folget, daß die geraden Theile eines** Numeri perfecti, Numeri pariter-pares, oder: **mit** pariter-paribus **gemachte Zahlen seyn müssen.** z. E. 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248 sind Theile von einem Numero perfecto 496; darum sollen ihre geraden Theile Numeri pariter-pares, und aus pariter-paribus gemachte Zahlen seyn. Denn jegliche Zahlen,

so

so in 2 ein, oder: etliche mal aufgehen, die sind von Numeris parite-paribus gemacht. (3.§.36.) Nun aber gehen alle Numeri perfecti, so offt in 2 auf, bis deren Quotiente eine ungerade Zahl ist; (§.9.) darum müssen alle solche Theile ex Numeris pariter-paribus gemacht seyn. Ferner ist jedwede Zahl von derselben gemacht, in welcher sie theilbar ist. (2.§.30.) Nun aber ist jeglicher Numerus perfectus ein, oder: etliche mal theilbar in 2; (§.9.) darum muß jeglicher Numerus perfectus ein, oder: etliche mal von 2 gemacht, und dessen Factores müssen Numeri pariter-pares seyn, und also ein Numerus perfectus aus solchen geraden Theilen bestehen, die Numeri pariter-pares, oder: aus pariter-paribus gemachte Zahlen seyn.

§. 11. **Wen der gröste Theil eines** Numeri perfecti **eine ungerade Zahl ist, so sind deren kleinere Theile lauter** Numeri pariter-pares. z. E. 6 ist ein Numerus perfectus, dessen Helffte eine ungerade Zahl 3 ist; darum sollen die geraden Theil von 6, die 1 mit eingeschlossen, lauter pariter pares seyn. Denn jegliches Numeri perfecti gröster Theil, ist gleich der Summa der übrigen kleinern Theile. (§ 4.) Nun aber können die kleinern Theile eines Numeri perfecti keine, als 1 und 2 seyn, wen dessen gröster Theil eine ungerade Zahl ist; (§.10.) darum können eines solchen Numeri perfecti gerade Theile nichts anders, als pariter-pares seyn.

§. 12. **Wen der gröste Theil eines** Numeri perfecti **eine gerade Zahl ist, so enthält er ausser 1 so viel** partes-pariter-pares, **so offt der** Numerus perfectus **in 2 theilbar ist.** z. E. 28 ist ein Numerus perfectus, und ist 2 mal in 2 theilbar; darum soll er zwey partes pariter-pares, 2 und 4 ausser 1 enthalten. Denn die geraden partes aliquotæ eines Numeri per-

Eti müssen eines Theils pariter-pares seyn. (§. 10.) Nun aber entstehet so offt ein pars pariter-par, als eine Zahl in 2 theilbar; (3.§.30.) darum muß ein Numerus perfectus, so viel partes pariter-pares enthalten, als er in 2 theilbar. (2.§.30.)

§. 13. **Die Summa der partium pariter-parium, eines Numeri perfecti, ist gleich dem ungeraden Theile, so ausser 1 in einem Numero perfecto enthalten.** z. E. 496 ist ein Numerus perfectus, dessen partes pariter-pares sind, 1,2,4,8,16. Deren Suma 31 soll gleich seyn dem ungeraden Theile von 496. Denn von jeglichen Numero perfecto sind alle kleinern Theile pariter-pares, wen der gröste Theil eine ungerade Zahl ist. (§.11.) Nun aber enthält der gröste Theil eines Numeri perfecti, so offt einen Numerum pariter-parem, als er in 2 theilbar; (§.12.) darum ist die Summa der partium pariter-parium der ungerade Theil eines Numeri perfecti. (Vorb. §. 33. coll. 3.§.31.)

§. 14. **Ausser 1 muß unter allen Theilen eines Numeri perfecti nur einer untheilbar seyn.** Denn nur eine Summa ist allen ihren partibus aliquantis gleich. (2.§.14.) Nun aber ist der ungerade Theil eines Numeri perfecti die Summa von den partibus pariter-paribus; (§. 13.) darum muß ausser 1 unter allen Theilen eines Numeri perfecti nur eine ungerade seyn.

§. 15. **Der ungerade Theil eines** Numeri perfecti **muß eine aus** partibus pariter-paribus colligirte Prim-Zahl **seyn.** Denn jeglicher ex partibus pariter-paribus colligirter ungerader Numerus compositus, hat lauter ungerade Theile. (3. §. 9,) Nun aber soll der ungerade Theil eines Numeri perfecti nur einer, (§. 14.) und zwar ein solcher seyn, der das Col-

lect

lect von lauter Numeris pariter paribus ist: (§. 13.) darum muß der untheilbare Theil eines Numeri perfecti eine Prim-Zahl seyn.

§. 16. **Nebst 1 und einem ungeraden Theile, begreiffet demnach ein jeglicher** Numerus perfectus **lauter** partes pariter-pares, **und von dem ungeraden Theile mit** pariter paribus **gemachte gerade Theile.** z E. 28 ist ein Numerus perfectus, dessen ungeraden Theile sind 1 und 7, und sollen die übrigen Theile 2 und 4 pariter-pares, nnd endlich der letzte ein mit 2 gemachter Theil 14 seyn. Denn der ungerade Theil eines Numeri perfecti ist eine Prim-Zahl. (§. 15.) Nun aber ist eine Prim-Zahl ausser 1 in keine andere Zahl theilbar; (4. §. 2.) darum müssen die geraden Theile eines Numeri perfecti von 1 mit 2 gemacht, oder: von einer Prim-Zahl mit den Numeris pariter-paribus gemachte Zahlen seyn.

§. 17. **Hieraus folget endlich, daß ein** Numerus perfectus **gemacht werde, wen** die Summa der partium-pariter-parium **von 1 mit 2 gemacht, eine** Prim-Zahl **ist, und in deren grösten** partem pariter-parem **eingeführet wird.** z.E. 1 2,4, sind Numeri pariter-pares, deren Summa eine Prim-Zahl 7, solche mit dem grösten parte pariter-pari 4 multipliciret, machet einen Numerum perfectum 28. Und werden also die Numeri perfecti gefunden, wen man die Numeros pariter-pares, wie sie von 1 mit 2 gemacht werden, nach ihrer Ordnung auf schreibet dieselbe mit einander addiret, und so offt das Collect eine Prim-Zahl ist, solche mit dem grösten pariter-pari multipliciret, wie es folgendes Tarif vor Augen leget.

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 2c. sind Numeri pariter-pares.

3, 3, 7, 15, 31, 63. 127, sind die Collecte von denen pariter-paribus, wen man also 3, 7, 31, 127 Prim-Zahlen

len sind, so multipliciret man 2 mit 3, 4 mit 7, 16 mit 31, und 64 mit 127, so sind 6, 28, 496, 8128 Numeri perfecti. Denn jeglicher Numerus perfectus enthält nebst 1 und einer Prim-Zahl lauter Numeros pariter-pares, und ex pariter-paribus gemachte Zahlen. (§.16.) Nun aber sind in dem größten pariter-pari, die kleinern pariter-pares enthalten; (3.§.30.) Darum machet die von der Summa der pariter-parium collegirte Prim-Zahl, wen sie mit dem größten Numero pariter-pari multipliciret wird, eine mit pariter-paribus gemachte Zahl, und also einen Numerum perfectum. (Vorb. §. 31.)

Was eine überflüßige Zahl sey.

§. 18. Eine überflüßige Zahl, oder: Numerus abundans ist, welche kleiner ist, als alle ihre Theile, darin sie aufgehet, wenn sie zusammen genommen werden, oder: deren Theile alle zusammen genommen, mehr ausmachen, als die Zahl selbst. z.E. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, sind die partes aliquotæ von 36, deren Summa 55, welches grösser, als 36 ist; darum soll 36 ein Numerus abundans seyn, weil die Summa ihrer Theile grösser, als die Zahl selbst.

Was eine abgängige Zahl sey.

§. 19. Eine abgängige Zahl, oder: Numerus diminutus, ist diejenige, welche grösser, als ihre Theile, darin sie aufgeht, oder: deren Theile darin sie aufgehet, zusammen genommen, weniger, als die Zahl selbst ausmachen. z. E. 1, 2, 4, sind die partes aliquotæ von 8. Nun aber ist die Summa von 1 † 2 † 4 weniger, als 8, darum soll 8 ein Numerus diminutus seyn.

CA-

CAPUT VI.

Von den Zahlen, so mit einer, oder: mehr andern zusammen gehalten, von der dritten unterschieden.

Welches die Zahlen sind, so mit einander zusammen gehalten, von einer dritten unterschieden.

§. 1. Dieser Art Zahlen haben wir zweyerley angetroffen; deren erste man primos & compositos oder: inter se commensurabiles, und incommensurabiles nennet; die andere Art nennet man Numeros amicabiles, von welchen beyderley Arten der Zahlen wir in gegenwärtigen Capitul handeln wollen.

Von der ersten Art derselben.

§. 2. Zu erst komen uns abzuhandeln vor, die Zahlen, so mit andern zusammen betrachtet, primi inter se, oder: incommensurabiles, und die, so compositi inter se, oder: commensurabiles sind.

Wie die ersten derselben genannt werden.

§. 3. Diejenige Zahlen, so sich beyde durch keine andere Zahl, als 1 aufheben lassen, nennet man primos inter se. Sie werden auch von andern incommensurabiles genandt.

Wie die andern genandt werden.

§. 4. Diejenigen Zahlen aber, so beyde durch eine andere Zahl, als 1 aufgehen, nennet man compositos inter se, oder: commensurabiles. Jordanus in definitionibus tertii nennet sie communicantes. z. E. 9 und 24 gehen beyde auf in 3; darum, sind sie Numeri compositi inter se.

§. 5.

Eintheilung der primorum inter se.

§. 5. Die Numeri primi sind entweder 2 ungleiche absolute Primi 7 und 11, oder: ein absoluter Primus, und ein in solchen untheilbarer compositus 7 und 32, oder: kein eintziger ist ein Numerus primus, als: 8 und 35. Denn primi inter se können durch keine andere Zahl zugleich aufgehoben werden. (§.4.) Nun aber können obgedachte Zahlen durch keine Zahl zugleich aufgehoben werden; darum sind sie primi inter se.

§. 6. Keiner von allen Factoribus der einen, kann die andere von zwey, oder: mehr primis inter se völlig aufheben. z. E. 18 und 55, sind primi inter se, und die factores von 18, sind 2, 3, 6, 9, wie die Factores von 55, sind 1, 5, 11; darum soll 55 nicht in 2, 3, 6, 9, und 18 nicht in 5 und 11 theilbar seyn. Denn wen ein Factor der einen Zahl die andere aufhübe, so wären sie beyde in eine dritte Zahl theilbar. (Vorbericht §. 32.) Nun aber sollen die Zahlen, wovon allhier geredet wird, nach der Aufgabe primi inter se seyn; darum können sie nicht beyde durch eine Zahl aufgehoben werden. (§.4.)

Ursprung der Prim-Zahlen unter sich.

§. 7. Diesemnach entstehen 2, oder: mehr Numeri primi inter se, wen zwey, oder: mehrere Einheiten durch unterschiedliche Factores anwachsen. z. E. Wen zweyerley Einheiten mit unterschiedlichen primis, als 7, 3, und 5, 2 anwachsen, so entstehen daher primi inter se. Denn von unterschiedlichen primorum inter se factis können des einen Factores die andere Zahl nicht aufheben. (§.6.) Nun aber bestehen die primi inter se darin, daß sie beyde in keine Zahl, ausser 1 theilbar sind; (§.4.) darum entstehen primi inter se, wen unterschiedliche Einheiten zu solchen Zahlen angewachsen,

deren

deren eine in die Factores der andern nicht theilbar ist.

§. 8. **Wen von** 2 Numeris primis inter se **einer in einem seiner** Factorum dividiret wird, so sind der Quotiente, **und die andere Zahl auch** primi inter se. z. E. 8 und 15 sind primi inter se. Nun aber ist 5 ein Factor von 15, und 2 ein Factor von 8, 15 in 5 dividiret, ist 3, und 8 und 3, wie auch 15 und 4 sollen wieder primi inter se seyn. Denn kein Factor eines primi inter se kann die andere aufheben. (§. 6.) Nun ist 2 Zahlen-Product von deren Divisore und Quotienten gemacht; (2 §. 30.) darum kann von 2 primis inter se die eine in des andern Quotienten nicht getheilet werden, und muß also mit demselben ein primus inter se seyn, wen die andere Zahl mit einem seiner Theile dividiret wird. (§. 2.)

§. 9. **Wen** 2 Numeri primi inter se, jegliche **in einen seiner** Factorum dividiret **wird**, so sind die Quotienten primi inter se. z. E. 8 und 21, sind primi inter se, und 2 und 4 die Factores von 8, wie 3 und 7 die Factores von 21; darum soll 8 dividiret in 2, das ist: 4, und 21 dividiret in 3, das ist: 7 primi inter se seyn. Denn wen der einen Zahl Quotiente, zu der andern Zahl Quotienten ein Numerus compositus wäre, so würde auch die andere Zahl in solchen theilbar seyn. (Vorb. §. 31) Nun aber sollen nach der Aufgabe beyde Zahlen primi inter se seyn; darum müssen auch die Quotienten primi inter se seyn, wen zwey primi inter se, jegliche in einem ihrer Factorum dividiret wird. (§. 6.)

§. 10. **Weil eine** Prim-Zahl **nicht anders, als durch eins und sich selbst aufgehoben werden kann,** (4. §. 2.) **so ist sie mit allen den** Zahlen **eine** Prim-Zahl, **die nicht in derselben aufgehen.** z. E. 7 ist eine Prim-Zahl, und 6, 8, 10, 22, 32, 45 ꝛc.

kön-

können in 7 nicht aufgehen; darum sind 7, und jegliche von diesen Zahlen primi inter se.

§. 11. **Von 2 primis inter se, ist das Collect eine Prim-Zahl, zu jeder derselben Zahlen.** z. E. 7 und 15 sind primi inter se, deren Collect ist 22; solches soll sowol zu 7 als 15 ein Numerus primus seyn. Deñ welche Zahl eine gantze Grösse und einen Theil derselben aufhebet, die hebet auch den übrigen Theil derselben auf. Nun aber sollen nach der Aufgabe die Theile des Collects inter se primi seyn; darum kann auch das Collect von solchen Zahlen, zu keinen solchen Zahlen kein Numerus compositus seyn.

§. 12. **Wen das Collect von zweyen Zahlen zu beyden ein Numerus primus ist, so sind die beyden Zahlen auch primi inter se.** z. E. 12 ist ein Numerus primus zu 7 und 5; darum sollen 7 und 5 auch primi inter se seyn. Denn so jede Theile einer Zahl in eine andere Zahl theilbar, so ist auch deren Summa in dieselbe theilbar. (Vorb. §. 29.) Nun aber soll nach der Aufgabe die Summa der gegebenen Zahlen zu ihren Theilen untheilbar seyn; darum müssen auch die Theile inter se primi seyn.

§. 13 **Welche Zahlen 2 und 5 eben so viel Prim-Zahlen unter sich 8 und 15 aufheben, die sind auch unter sich primi.** Deñ jegliche Zahlen, so von andern gemacht werden, sind in dieselbe theilbar, worin die andern, davon sie gemacht werden, theilbar sind. (Vorb. §. 31.) Nun aber sind nach der Aufgabe, die gegebene grössere Zahlen von den kleinern gemacht, und in keine andere theilbar; darum können auch die kleinern zugleich nicht theilbar seyn.

§. 14. **Wen 2 Zahlen 4 und 7, beyde zu einer andern Zahl: 9 Prim-Zahlen sind, so wird 28 das Product von 4 mit 7 auch eine Prim-Zahl zu derselben**

ben 9 seyn. Denn wen eine Prim-Zahl ein Product aufhebet, so hebet es zum wenigsten einen von dessen Factoribus auf. (4, 37.) Nun aber ist nach der Aufgabe die dritte Zahl zu beyden gegebenen Zahl eine Prim-Zahl; darum muß sie auch zu deren Producte eine Prim-Zahi seyn.

§. 15. **Wen das Product 28 von zwey Zahlen 4 und 7 eine Prim-Zahl zu einer andern 9, so sind die beyden Factores 4 und 7 auch Primi zu derselben andern 9.** Denn wen eine Zahl eine von den factoribus eines Prvducts aufhebet, so hebet sie auch das Product auf. (Vorb. §.31.) Nun aber soll das Product der gegebenen Zahlen nach der Aufgabe eine Prim-Zahl zu dem Producte von 2 primis inter se seyn; darum muß die dazu gegebene Zahl zu beyden primis inter se auch ein Prim-Zahl seyn.

§. 16. **Daher folget, daß, wen 2 Zahlen 4 und 7 unter sich Prim-Zahlen sind, daß auch das Product der einen mit sich selbst, als 4. 4 = 16 eine Prim-Zahl sey zu der andern, nemlich 7.** Denn wen 2 Zahlen, beyde zu einer andern Zahl Prim-Zahlen sind, so ist das Product von solchen 2 Zahlen auch ein Numerus primus zu derselben andern Zahl. (§.13.) Nun aber ist nach der Aufgabe ein Factor 4, und derselbe mit sich selbst multipliciret, ein Numerus primus zu dem andern Factore; darum ist das Product von einer mit sich selbst multiplicirten Zahl ein Numerus primus, wen solche selbst zu der andern ein Numerus primus ist.

§. 17. **Wen das Product von einer mit sich selbst multiplicirten Zahl, zu einer andern Zahl 7 eine Prim-Zahl ist, so ist auch der mit sich selbst gemachte Factor 4 zu der übrigen Zahl 7 eine Prim-Zahl.** Denn wen das Product von 2 Zahlen eine

Prim-

Prim-Zahl zu einer andern, so ist auch der eine Factor eine Prim-Zahl zu solchen Producte. (§.14.) Nun aber ist nach der Aufgabe das Product von einer mit sich selbst gemachten Zahl, zu einer andern eine Prim-Zahl, darum muß sie auch zu der andern gegebenen Zahl eine Prim-Zahl seyn.

§. 18. **Wen 2 Zahlen 4 und 5 zu 2 andern jeglichen Zahlen 3 und 7 Numeri primi sind, so sind die Producta von jeglichen 2 Zahlen 4 mit 5, das ist: 20, und 3 mit 7, das ist: 21, auch Numeri primi inter se.** Denn wen die Zahlen beyde zu einer andern Zahl Numeri primi sind, so ist auch das Product von solchen 2 Zahlen ein Numerus primus zu derselben Zahl. (§.13.) Nun aber ist eine von den ersten beyden 4 und 5 ein Numerus primus; darum ist das Product von den beyden andern 3 mit 7, das ist: 21, auch ein Numerus primus zu 4. Und eben deswegen ist dieses Product auch ein Numerus Primus von der andern, der ersten zwey Zahlen. Wannenhero die ersten beyden Zahlen mit einander multipliciret Prim-Zahlen zu dem Producte der andern beyden.

§. 19. **Wen zwey Producta 20 und 21 von zweyerley unterschiedlichen Zahlen 4 und 5, und 3 und 7 primi inter se sind; so sind von jeglichen 7 unterschiedenen Zahlen die Factores der einen 4 und 5, zu den Factoribus der andern, 3 und 7 Numeri primi.** Denn nach der Aufgabe sollen beyde Producta primi inter se seyn. Nun aber wären die Producta nicht primi inter se, wen einer von den Factoribus der einen, einen der Factorum der andern aufhübe; (§.6.) darum müssen die Factores von jeglichen Producte primi inter se seyn, wenn 2 Producta primi inter se sind.

§. 20. Aus welchen Grunde auch folget, daß

in

in infinitum allezeit 2 Numeri, inter se primi entstehen werden, wen man 2 Numeros primos inter se 2 und 3 eine jegliche mit sich selbst multipliciret, und deren Facta 4 und 9 eine jegliches wieder mit sich selbst, oder: mit einem ihrer ersten Factoren multipliciret als 4 : mit 2, und 9 mit 3 sind 8 und 27. Denn wen von 2 primis inter se eine mit sich selbst multipliciret wird, so ist das Product zu der andern eine Prim-Zahl. (§. 15.) Nun aber ist aus eben dem Grunde das Product der andern Zahl eine Prim-Zahl zu der ersten. Die Producta von zwey primis inter se, wen sie mit sich selbst multipliciret werden, auch primi inter se, und weil das Product von zwey Prim Zahlen zu einer andern Zahl, auch eine Prim-Zahl ist, wen beyde Factores zu derselben Primi sind. (§. 13.) so werden auch auch allezeit primi inter se kommen, so offt man jegliche Zahl mit ihren Factoribus multipliciret. (§. 6.)

§. 21. Die kleineste der Zahlen deren eine in die Factores der andern untheilbar ist, sind primi inter se; oder: die Zahlen, deren Verhältniß in ganzen Zahlen in keinen kleinern Zahlen gefunden werden kann, sind primi inter se. z. E. 4 und 9 sind die kleineste, deren einen Factores 2 und 2 in die Factores der andern 3 und 3 untheilbar, darum sind 4 und 9 primi inter se. Denn wenn noch zwey kleinere wären, die auf die Weise sich verhielten, so wären die gegebene Zahlen in derer Zahlen theilbar. (2. §. 33.) Nun aber sollen sie primi inter se seyn: darum müssen sie die kleinesten derer Zahlen seyn deren einen Factores in die Factores der andern untheilbar.

§. 22. Zwey, oder mehr Primi inter se können keine kleinere Grösse allerseits aufheben, als die ihr Product ist. z. E. 3 und 4 sind primi inter se; dar-

darum kann 3 und 4 keine kleinere Grösse, als deren Product, das ist: 12 aufheben. Den weu sie noch eine kleinere Grösse aufheben solten, so müste solches durch 2 kleinere Zahlen von eben der Verhältniß geschehen. (2.§.27.) Nun aber sind die gegebene Zahlen Numeri primi; darum kann deren Verhältniß in keinen kleineren Zahlen gefunden werden,, (§.20.) und können also keine kleinere Grösse, als ihr Product aufheben.

§ 23. **In zwey, oder: mehr** primis inter se **gehen, ausser ihren** Producte **keine andere grössere** Zahl **auf, als die von ihren** Producte **mit einer andern** Zahl **gemacht worden.** z. E. 4 und 7 sind primi inter se, deren Product 28, deren Product mit 2, oder mehrmal gemacht, soll nun in 4 und 7 zugleich aufgehen. Denn die kleineste grösse, wen 2 Numeri primi inter se aufgehen ist derselben Product. (§. 1.) Nun aber sind jegliche grössere Zahlen solches Product 1, oder: etliche mal eben, oder: mit einem Uberschusse. Auf die letztere Weise können sie von den gegebenen Zahlen nicht zugleich aufgehoben werden; (Vorb.§.61.) darum müssen sie die grösse des Products ein, oder: etliche mal eben seyn, wen sie in die gegebene Prim-Zahlen theilbar seyn sollen; (Vorb. §. 31.) und folglich müssen alle grössere Zahlen, ausser dem Producte von 2, oder: mehr primis inter se von solchen Producte mit einer andern Zahl gemachte Zahlen seyn, wenn sie solche Primi inter se aufheben sollen.

§. 24. **Wen demnach eine Zahl in 2, oder: mehr primis inter se zugleich aufgehet, so muß sie auch in ein** Product **solcher** Prim-Zahlen **eben aufgehen.** z. E. Wenn 12 in 2 und 3, als 2 Prim-Zahlen aufgehet, so muß sie auch in dem Producte von 2.3, das ist: 6 theilbar seyn, denn 2. 3 = 6. Nun aber mag gleiches vor gleiches allezeit substituiret werden; (2. §. 4.) dar-

darum wen eine Zahl in 2 primis inter se theilbar, so muß sie auch in deren Producte theilbar seyn.

§. 25. Die Zahlen, welche in ein aus primis inter se gemachtes Product untheibar, können unmöglich in alle Factores von solcher Zahl theilbar seyn. z. E. Die gegebene Zahl sey 20, und die gegebene primi inter se seyn 3 und 5, deren Product ist 15. Wen nun 20 in 15 nicht theilbar, kann es in alle dessen Factores, nemlich 3 und 5 nicht aufgehen. Denn wen es in alle Factores primos inter se theilbar wäre, so müste sie auch in das Product solcher Factorum theilbar seyn. (§. 23.) Nun aber ist nach der Aufgabe die gegebene Zahl so beschaffen, daß sie in solches Product nicht theilbar; darum kann sie auch in alle dessen Factores nicht theilbar seyn.

Unterscheid der Numerorum compositorum inter se.

§. 26. Die Numeri compositi inter se können entweder 2, oder: mehr componirte Zahlen 4 und 6, oder: nur eine componirte Zahl 5 und 10, oder: gar keine componirte Zahl 11 und 11 seyn. Den Numeri compositi sind die ausser 1 in eine andere Zahl zusamen aufgehoben werden können. (§. 3.) Nun aber mögen obgedachter Arten Zahlen mit einander durch eine Zahl aufgehoben werden; darum gehören sie zu den Numeris compositis.

§. 27. Wen ein Factor zweyer, oder: mehr Zahlen die andern völlig ausmisset, so sind solche Zahlen compositi inter se. z. E. Von 6 sind die Factores 2 und 3, und von 15, sind die Factores 3 und 5; Da nun 15 in 3 dem Factore von 6 aufgehet, so ist 6 und 15 unter sich theilbar in einer 3ten Zahl. Denn wen 2 Zahlen in einer 3ten Zahl aufgehen, so sind sie unter sich theilbar. (§. 3.) Nun aber gehen beyde Zahlen

in einer Zahl anf, wen eine in einem Factore der andern aufgehet; (2.§.30.) darum sind sie unter einander theilbar.

Vom Ursprunge der Compositorum inter se.

§. 28. Wen dannenhero unterschiedliche Einheiten durch einen, oder: mehr gleiche Theile angewachsen zu einer Zahl, so entstehen daher Numeri compositi inter se. Denn jegliche Numeri compositi inter se, sind in des andern Factores theilbar. (§. 26.) Nun aber ist die Zahl, so jede Factores aufhebet, in einer jeden begriffen; (2.§.30.) darum entstehen Numeri compositi inter se, wen unterschiedliche Einheiten durch einen, oder: mehr gleiche Theile anwachsen.

§. 29. Alle compositi inter se können durch eine Prim-Zahl aufgehoben werden. Denn wenn die Zahl, so zwey inter se compositos aufhebet, kein Primus ist, so kann er durch einen Primum aufgehoben werden. (4.§.36.) Nun aber hebet jegliche Zahl, so deren Facta aufhebet, auch die Zahlen auf, wovon sie gemacht sind; (Vorb. §. 31.) darum müssen alle commensurable Zahlen in eine Prim - Zahl theilbar seyn.

§. 30. Jegliche Zahl ist mit einer Prim Zahl ein Numerus compositus, wen sie in die Prim-Zahl aufgehet. Denn eine Prim-Zahl gehet nicht anders, als durch sich selbst auf (4. §. 2.) Nun aber soll solche mit einer andern Zahl nach der Aufgabe ein Numerus compositus seyn; darum muß die andere Zahl in der Prim-Zahl aufgehen. (§.3.)

§. 31. Von commensurablen Zahlen können eben die Verhältnisse in kleinern Zahlen angegeben werden. z. E. 3 und 6, sind 2 commensurabiles, so eben das Verhältniß in gantzen Zahlen haben, als 2

grös-

grössere 9 und 18. Denn die erste Zahl von 2 kleinern Zahlen ist so mannigmal begriffen in der ersten von 2 grössern Zahlen, als die andere der kleinern in der andern grössern Zahlen, und also haben sie mit einander einerley Verhältnisse. (2. §. 31.) Nun aber kann ein Theil der erstern Zahl von einem Numero composito, so kleiner, als die Zahl selbst, (Vorb. §. 28.) so offt in der Zahl selbst begriffen seyn, als ein Theil von der andern Zahl des Numeri compositi darin begriffen; darum können von commensurablen Zahlen eben die Verhältniße in gantzen Zahlen, in kleinern Zahlen gegeben werden.

§. 32. Zwey, oder: mehr Numeri compositi inter se, können auch zu einer kleinern Zahl, als ihr Product ist, das Maas seyn. z. E. 6 und 14 sind Numeri compositi, deren Product ist 84. Sie können aber nicht allein zu 84; sondern auch zu 42 das Maas seyn. Denn jede Producta sind in ihre Factores theilbar. (2. §. 30.) Nun aber können jeglicher commensurablen Zahlen Verhältniß in gantzen Zahlen durch so viel kleinere Zahlen angegeben werden; (§. 29.) darum müssen sie auch in einer kleinern Grösse, als in ihr Product theilbar seyn. (2. §. 8.)

Woran commensurable Zahlen zu erkennen.

§. 33. Wen man von 2, oder:, mehr Compositis inter se die grössere Zahl in der kleinern dividiret, so kann man daraus schliessen, daß sie Compositi inter se, wen sie in einander eben aufgehen. z. E. Man will wissen, ob 49 und 147 commensurabel sind; so dividiret man 174 in 49, und da 147 in 49 aufgehet, so kann man daraus schliessen, daß 49 und 147 commensurabel sind. Denn jegliche Zahlen sind commensurabel, so in einer Zahl zusammen aufgehen. (§. 3.)

Nun aber gehen die Zahlen so nichts übrig lassen, wen sie in einander dividiret werden, beyde in einer Zahl zusammen auf; (Vorb. §. coll. §. 31.) Darum sind alle Zahlen commensurable, wen die kleinern in den grössern aufgehen.

Noch ein ander Kennzeichen derselben.

§. 34. Wen aber 2 Zahlen nicht in einander aufgehen, so ist daran zu erkennen, daß sie Primi inter se, wen sie in keiner andern Zahl zusammen aufgehen, und commensurable, wen eine ander Zahl zu finden, darin sie beyderseits aufgehen, wie aber solche zu finden, davon soll in folgenden Nachricht gegeben werden.

Was ein gemeines Maas sey.

§. 35. Jegliche Zahl, so 2, oder: mehr inter se compositos aufhebet, wird derselben gemeines Maas, oder: Aufheber genandt. z. E. 6 und 15 gehen zusammen auf in 3, darum ist 3 das gemeine Maas von 6 und 15.

Welche Zahl unter unterschiedlichen Mensuren commensurabler Zahlen das gröste Maas sey.

§. 36. Weil die zusammen gesetzte Zahlen offt in mehr, als eine Zahl zugleich aufgehen, so ist die gröste unter solchen Zahlen, so 2, oder: mehr Zahlen zugleich aufhebet, oder: 2, oder mehr Zahlen durch solche Zahlen dividiret, die zugleich in keine andere Zahl, als 1 können dividiret werden, derselben gröstes Maas. z. E. 8 und 36 können durch 2 und 4 aufgehoben werden; darum ist 4 ihr gröstes Maas.

§. 37. Jeglicher Rest aus einer Division, ist ein Maas zum Dividendo, wen er das Maas zum Divisore ist. z. E. 48 in 9 dividiret, hat zum Reste 3, der Divisor aber ist in 3 theilbar; darum muß auch

der

der Dividendus 48 in 3 theilbar seyn. Denn welche Zahl alle Theile einer Zahl aufhebet, die hebet auch die gantze Grösse auf. (Vorb. §. 29.) Nun aber ist der Rest in sich selbst, und nach der Aufgabe der Divisor in solchen Rest theilbar; darum ist der Dividendus, als die Summa von dem Divisore etliche mal genommen, † dem Reste in dem Reste einer Division theilbar.

§. 39. **Wen zwey in einander untheilbare Zahlen ein gemeines Maas haben, so ist deren Uberschuß auch in solches Maas theilbar.** z. E. 98 in 77 dividiret, lässet zum Uberschuß 21; darum 98 und 77 in 7 theilbar, so muß auch 21 in 7 theilbar seyn. Denn wen 2 Zahlen von einander subtrahiret, in einer Zahl theilbar, so ist auch deren Differentz in solche Zahl theilbar. (Vorb. §. 30.) Nun aber ist die Division eine compendieuse Subtraction; (Vorb. §. 75.) darum muß der Rest von 2 Zahlen, die ein gemeines Maas haben, auch in solches Maas theilbar seyn.

§. 40. **Der Rest von 2 in einander unteilbaren Zahlen kann nicht grösser seyn, als das gemeine gröste Maas derselben, so ferne sie theilbar unter einander.** z. E. 50 ist untheilbar in 6 mit einem Reste von 2; darum soll das gröste gemeine Maas von diesen Zahlen, das ist: 2, nicht grösser seyn, als der Rest von selbigen. Denn alle Maaße, welche den Divisorem und Dividendum aufheben, müssen auch den Rest ausmessen. (§. 37.) Nun aber ist das gröste Maas des Restes, der Rest selber; (Vorb. §. 20.) darum kann der Divisor und Dividendus kein grösser gemeines Maas haben, als der Rest ist.

§ 41. **Wen von 2 in sich untheilbaren Zahlen nicht der Rest selbst, sondern nur ein Theil desselben, das gröste gemeine Maas zu dem Reste und Divisore ist, so kann auch der** Divisor **und** Dividendus

dus kein grösseres Maas haben, als eben denselben Theil. z. E. 98 und 77 läst zum Reste 21, da nun 21 nicht in 77 theilbar, sondern nur ein Theil von 21, nemlich 7, so kann auch zu 77 und 98 kein grösseres Maas, als 7 seyn. Denn das gemeine gröste Maas des Dividendi und Divisoris ist auch dem Reste gemein. (§. 37.) Nun aber soll nach der Aufgabe das gegebene Maas das gröste seyn, worin der Rest aufgehet; darum kann auch der Divisor und Dividendus kein grösseres Maas haben.

§. 42. **Wan der Rest und** Divisor **einer** Division **ein gemeines Maas haben, so ist solches Maas auch dem** Complemente **gemein, und** vice versa: **wen das** Complement **und der** Divisor **ein gemeines Maas haben, so ist solches auch dem Reste gemein.** z. E. Von 98 und 77 haben der Rest 21, und der Divisor 77 ein gemeines Maas; darum soll das Complement 56 auch in in 7 theilbar seyn. Denn das Complement ist die Differentz zwischen dem Reste und Divisore. (2. §. 62.) Nun aber haben nach der Aufgabe der Divisor und Rest ein gemeines Maas: darum auch das Complement. (Vorb. §. 30.) Und wen das Complement und der Divisor ein gemeines Maas haben, ist der Rest auch darin theilbar, sintemal der Rest und das Complement dem Divisori gleich sind. (2. §. 61.)

§. 43. **Wen das** Complement **und der** Divisor **von 2 in sich selbst untheilbaren Zahlen ein gemeines Maas haben, so ist auch der** Dividendus **darin theilbar.** Denn wen z. E. von 98 in 77, ist das Complement 56, und der Divisor 77 in 7 theilbar; darum auch der Dividendus 98. Denn wen das Complement mit dem Divisore ein gemeines Maas hat, so ist solches auch dem Reste gemein. (§. 40.) Nun hat der Divideudus eben das Maas, worin der Divisor

und

und der Rest aufgehet; (§. 35.) darum muß er auch das Maas haben, worin das Complement und der Divisor aufgehet. (§, 36)

§. 44. **Wen 2 untheilbarer Zahlen** Divisor **uud** Dividendus **ein gemeines Maas haben**, so ist auch **das** Complement **in solches Maas** theilbar. z. E. 98 und 77 sind in 7 theilbar; darum auch das Complement 56. Denn alle Zahlen, so den Divisorem und Dividendum aufheben, die heben auch den Rest auf. (§.37.) Nun aber heben die Zahlen, so den Divisorem und Rest aufheben, aus das Complement auf; (§.40.) darum hebet die Zahlen, so den Divisorem und Dividendum aufheben, auch das Complement auf.

§. 45. **Das gemeine gröβte Maas zu dem** Complemente **und** Divisore **von 2 in einander untheilbaren** Zahlen, **kann nicht grösser**, als das Complement seyn. Denn das Complement ist das gröβte Maas seiner selbst. (Vorb.§.20.) Nun aber soll nach der Aufgabe das Maas des Complements auch den Divisorem aufheben, darum kann das grosse gemeine Maas des Complements und Divisoris nicht grösser, als das Complement selber seyn.

§. 46. **Das gemeine gröβte Maas zu dem** Complemente **und** Divisore **von 2 in einander untheilbaren** Zahlen **ist auch das gemeine gröβte Maas zu dem** Divisore **und** Dividendo. z. E. Von 98 in 77 ist das Complement 56, das gemeine gröβte Maas aber von dem Complemente und Divisore 7; darum kann auch der Dividendus 98 in kein grösseres Maas theilbar seyn. Denn welche Zahl das Maas zum Complemente und Divisore, die ist auch das gemeine Maas zum Dividendo. (§. 41.) Nun aber kann das gemeine gröβte Maas zum Complemente und Divisore nicht grösser seyn, als das Complement; darum

zum Dividendo auch kein grösser Maas gefunden werden kann, als worin das Complement und der Divisor theilbar.

§. 48. **Wen das Complement grösser, als der Rest zweyer in sich nntheilbaren Zahlen, und also mehr, als die Helffte des Divisoris, so kann solches Complement nicht das gemeine Maas zum Divisore und Dividendo seyn.** z. E. Von 98 in 77, ist das Complement 56 grösser, als der Rest 21; darum kañ es nicht das gemeine Maas von 98 und 77 seyn. Denn wen es das gemeine Maas von dem Dividendo in Divisore wäre, so müste es auch das Maas zum dem Reste seyn. (§. 37.) Nun aber kann das gröste Maas vom Dividendo und Divisore nicht grösser seyn, als der Rest; (§. 38.) darum kann das Complement, wen es grösser, als der Rest, nicht das gemeine Maas vom Divisore und Dividendo einer Zahl seyn.

§. 48. **Wen der Rest grösser als das Complement von 2 in sich untheilbaren Zahlen, so kann er nicht das gemeine Maas des Divisoris und Dividendi solcher Zahlen seyn.** z. E. Denn welche Zahl das Maas zum Complement und Divisore 2 in sich untheilbaren Zahlen, die ist auch das Maas zu dem Reste derselben. (§. 46.) Nun aber kann das Complement kein grösseres Maas haben, als sich selbst; (§ 43.) darum kann der Rest nicht das Maas des Divisoris und Dividendi seyn, wenn er grösser, als das Complement.

§. 49. **Wen die allerkleineste Zahl, worin eine andere grösse das Mas seyn kann, ist unter 2, oder: mehr unter sich zusammen gesetzten Zahlen, die Zahl selbst, so kann zu denen Zahlen kein grösers Maas seyn.** Denn eine theilbare Zahl begreifet eine andere ein, oder: mehrmal in sich. (Vorb. 18.)

Nun

Nun aber begreifft keine kleinere Zahl eine grössere in sich; (Vorb. §. 12.) darum̃ kann keine grösse zu einer kleinern Zahl, als sie selber ist, das Maas seyn. (Vorbericht §. 20.)

§. 50. **Wenn demnach 2, oder: mehr commensurable Zahlen in die kleineste Zahl aufgehen, so ist die kleineste Zahl derselben grössers gemeines Maas.** z. E. 3, 6, 9, 15, 21 gehen zusammen auf in 3; darum soll 3 ihr gemeines grösstes Maas seyn. Denn keine Grösse kann zu einer kleinern Zahl, als sie selber ist, das gemeine Maas seyn. (§. 49.) Nun aber sollen nach der Aufgabe die obigen Zahlen, von unterschiedlichen Numeris compositis inter se in der kleinesten aufgehen; darum muß ihr aller die kleineste das grösste Maas seyn.

§. 51. **Wenn man von einer 2, oder: mehr commensurablen Zahlen, darin eine in die andere untheilbar, in die kleineste dividiret, und ihr jeder einen Rest lassen, der also beschaffen, daß darin die kleineste theilbar ist, so ist der Rest aller solcher Zahlen grösstes gemeines Maas.** z. E. 21, 28, 49, 70, 91 und 112, jegliche in 21 dividiret, lassen 7 zum Reste: da nun 21 in 7 aufgehet, so soll 7 das gemeine grösste Maas zu allen solchen Zahlen seyn. Denn welche Zahl den Rest und Divisorem aufhebet, die hebet auch den Dividendum auf. (§. 36.) Nun aber hebet hier der Rest 7 sich selbst, und auch den Divisorem 21 auf: daher folget dasjenige, was gesagt worden.

§. 52. **Wo aber 2, oder: mehr in sich selbst untheilbare Zahlen vorhanden, so sucher man erstlich das gemeine grösste Maas zu der kleinsten und grösten Zahl, welches gefunden wird, wenn man dieselben in einander dividiret. Und da solche nicht in einander aufgehen, so dividiret man**

die kleinere Zahl in den Reste. Und so abermal ein Rest bleibet, so dividiret man den letzten Divisorem abermal in dem Rest der letzten Division, und fähret auf die Weise zu dividiren fort, bis man eine Zahl gefunden, darin der Rest der letzten Division theilbar, und so solche keine 1 ist, so sind die ersten beyden Zahlen in solchen theilbar. z. E. Die gegebene Zahlen sind 77 und 98, und 119 von solchen das gröβte gemeine Maas zu finden, so dividiret man die gröβte Zahl 119 in die kleineste 77, lässet zum Reste 42, darin dividiret man 77 in 42, lässet zum Reste 35, darin dividiret man 77, bleiben 7, so in 35 theilbar; darum soll 7 das gröβte Maaβ von der kleinesten Zahl 77, und der grössern Zahl 119 seyn. Denn der letzte Divisor 7 hebet den Divisorem 35 der vorhergehenden Zahl 42 auf; darum hebet sie auch 42, so aus 7 und 35 zusammen gesetzet, auf. (Vorb. §. 29.) Da nun 35 das Residuum von 77 in 42 dividiret, so hebet sie auch 77 auf. (Vorb. §. 30.) Und als 77 in 119 dividiret zum Reste 42 lässet, so ist der Rest und Divisor 77 in 7 theilbar; darum auch der Dividendus 119. (§. 36.)

§. 53. **Wen man das gemeine Maas zu der kleinesten und gröβten gegebenen Zahl gefunden, so ist solches auch den übrigen gemein, so solche darin aufgehen.** z. E. 77, 98, 119 waren die gegebene Zahlen, und das gemeine Maas zu der kleinesten 77 und 119 von 7; darum ist sie auch das Maas zu 98, weil 98 in 7 aufgehet. (§. 42.) So aber die übrigen Zahlen nicht in eben das Maas aufgehen, alsdenn versuchet man, ob man zu dem Maas der kleinesten und gröβten Zahl ein gemeines Maas nach der gegebenen Anweisung finden kann, und solche ist sodan das Maas aller übrigen Zahlen. z. E. Die gegebene Zahlen sind

36,

36, 48, 57, 60, 81 und 96, so suchet man das gemeine Maas zu 36 und 96, ist 12, in 81 aber ist 12 nicht theilbar; darum dividiret 81 in 12, bleibet 9, in solche dividiret 12, bleibet 3, in solche dividiret 9, bleibet nichts; darum ist zu 36, 81 und 96 das gemeine Maas 3. Und als 48, 57, 60 auch in 3 theilbar, so ist 3 das gemeine Maas zu 36, 48, 57, 60, 81 und 96.

§. 54. **Als ein Vortheil ist es bey Erfindung des gemeinen grösten Maaßes zu beobachten, daß man an statt des Restes das** Complement **in den vorhergehenden** Divisorem dividire, **so der Rest grösser als das** Complement, **oder: mehr ist, die Helffte des** Divisoris, **von 2 in sich untheilbaren Zahlen.** z. E. Von 119, getheilet in 77, ist der Rest 42 grösser, als die Helffte des Divisoris 77. Da nun das Complement von 119, 77=35, so dividirt man 77 in 35, bleiben 7 zum Reste in das Complement und den Divisorem theilbar; darum ist sie auch das Maas zu dem Dividendo 119. (§.44.) Conf. Clausberg Demonstr. Rechen-Kunst. §. 650. p. 427. & Poëtii Anleitung §. 400. p. 213.

§. 55. **Wen aber nach vorbeschriebener Weise 2 Zahlen in einander dividiret, zuletzt eine 1 übrig lassen, dieselbe sind in keiner anderen Zahl, ausser 1 theilbar.** Denn wen solche Zahl in eine andere theilbar wären, so müssen auch ihre Reste darin theilbar seyn. (§.57.) Nun aber ist 1 der letzte unter solchen Resten ein solcher, so in keiner andern Zahl theilbar; darum können auch die Zahlen selbst in keiner andern theilbar seyn.

§. 56. **Die** Quotienten **von den** Divisionibus **zweyer unter sich theilbaren Zahlen** (§. 51) **geben die kleinesten Zahlen, oder: die** primos inter se **in eben der Verhältniß.**

Wen man 1) an statt der kleinern Zahl 1, als des Divisoris, und an statt der grössern, als des Dividendi den ersten Quotienten nimmt.

2) Diese beyde Zahlen mit den andern Quotienten vergrössert, und zu der Zahl des Dividendi 1 hinzu thut, und endlich

3) beyde Zahlen abermal mit dem Quotienten der 3ten Division vergrössert, und zu dem Facto des Divisoris der vorhergehendern kleinern Verhältnisse Zahl addiret, zu dem Facto des Dividendi, auch dessen vorhergehender Verhältnisse Zahl addiret, und so weiter, bis man alle Quotienten auf die Weise eingeführet. z.E. 119 und 77. sind Numeri inter se compositi, deren Quoti sind 1, 1, 1, 3, wen nun durch solche Quotos die beyden kleinesten Zahlen in der Verhältniß von 77 und 119 sollen gefunden werden, so ist 77 der Divisor, und 119 der Dividendus; darum setzet an statt des Divisoris 77 eine 1, und an statt des Dividendi 119 den Quotienten der ersten Division, ist hier auch 1. 2) Multipliciret beyde einem mit den Quotienten der andern Division, ist auch 1, sind die Facta vom Divisore 1, und vom Dividendo auch 1, dazu addiret 1, ist 2. Ferner multipliciret diese 1 und 2 mit dem Quoto der 3ten Division, war auch 1, und addiret zu dem Facto des Divisoris die gröste Zahl des Divisoris 1, ist 2, und dem Facto des Dividendi 2, die erste Zahl des Dividendi war 1, ist 3. Solche Zahlen 2 und 3 multipliciret mit dem 4ten Quoto 5, und nehmet zu dem Divisore die andere Zahl desselben 1, und zu den Dividendo die andere Zahl des Dividendi 2, so soll 11 und 17 die beyden primi inter se in der Verhältniß von 77 und 119 seyn, wie solches aus folgender Operation erhellet.

		(4	(5
1	1	2	11
1	2	3	17

Oder:

Oder: wen die gegebenen Zahlen 96 und 219, so sind die Quotienten ihrer Divisionen 2, 3, 1, 1, 4; darum fället die Operation also aus:

	(3	(1	(1	(4
1	3	4	7	32
2	7	9	16	73

Die beyden primi inter se von 96 und 219.

Der Grund dieser Reguln ist zu finden in Clausbergs Demonstr. Rechen-Kunst. L. 4. §. 149. p. 1440. Was Herr Poëtius davon hat, ist zu sehen in dessen Anleitung ꝛc. §. 311. p. 151.

§. 57. Daß die erstere Methode sich von den Herrn Poëtio, und die andere von den Herrn Clausberg herschreibe, siehet man aus den citirten Oertern dieser Autorum. Daß aber die andere für der erstern einen grossen Vorzug habe, legen beyderley Operationes an den Tag.

§. 58. **Wen eine Zahl 2, oder: mehr** Numeros inter se compositos **aufhebet, so hebet sie auch deren gemeines grösztes Maas auf.** z. E. 3 hebet 12 und 18; darum soll sie auch ihr gemeines grösztes Maas aufheben. Denn wen eine Zahl das gemeine grösste Maas von 2 Numeris compositis inter se nicht aufheben würde, so würde sie auch die Numeros compositos inter se nicht aufheben. (Vorb. §. 31.) Nun aber soll die gegebene Zahl die Numeros compositos inter se aufheben; darum muß sie auch derselben grösztes gemeines Maas aufheben.

§. 59. **Jegliche Zahl, so 2, oder: mehr** compositorum inter se **grösztes gemeines Maas ist, hebet solche durch 2, oder mehr** Primos inter se auf. z. E, Von 18 und 24 ist das gemeine grösste Maas 6; darum sollen 18 und 24: 6 gleich seyn zwey Primis

inter

inter se. Denn wen sie compositi inter se wären, so müssen sie noch durch ein anders gemeines Maas theilbar seyn, (§. 4.) und folglich müste in solches Maas das gröβte Maas theilbar seyn, (§. 56.) und würde also nicht das gröβte Maas seyn. Nun aber soll nach der Aufgabe das gegebene Maas das gröβte seyn; darum müssen die in das gröβte Maas getheilte commensurable Zahlen primos inter se zum Quotienten hab:n.

§. 60. **Wen demnach eine Zahl 2, oder: mehr Numerus compositos inter se durch so viel Primos inter se aufhebet, so ist sie das gemeine gröβte Maas.** z. E. 4 hebet 20 und 24 auf durch 5 und 6, darum soll 4 das gröβte gemeine Maas von 20 und 24 seyn. Denn wen noch ein grössers Maas zu den Numeris compositis vorhanden wäre, so könte das gegebene Maas die kleineste Zahlen in solchen Verhältniß hervor bringen; sintemal noch eine andere Zahl wäre, darin sie theilbar wären. (§. 24.) Nun aber sind primi inter se die kleinesten Zahlen in einen Verhältniß; (§. 21.) darum ist es das gröβte Maas der Compositorum inter se, wen Primi inter se zum Quotienten kommen.

§. 61. **Wen man demnach die Numeros compositos inter se zu ihren Primis inter se reduciren will, so dividiret man sie in ihr gröβtes gemeines Maas.** Sintemal jegliche Zahl, so der Compositorum inter se gemeines gröβtes Maas ist, solche durch ihre Primos inter se dividiret. (§. 57.)

Was der Communis dividuus, oder: General-Nenner unterschiedlicher Zahlen sey.

§. 62. Wie aber diejenige Zahl, so unterschiedliche unter sich zusammen gesetzte Zahlen zugleich aufhebet, derselben gemeines Maas genandt wird: also heisset die

die Zahl, die sich in unterschiedliche andere aufheben iässet, ihr communis dividuus, oder: derselben General-Nenner. z. E. 56 gehet auf in 2 und 14; darum ist 56 ein General-Nenner von 2 und 14.

Was der kleineste General-Nenner sey.

§. 63. Ist nun dieselbe Zahl also beschaffen, daß keine kleinere Zahl gefunden werden kann, so in die gegebene Zahlen theilbar, so heisset solche Zahl ihr Communis dividuus minimus, oder: ihr kleinester General-Nenner. z. E. 56. gehet zwar in 2 und 14 auf, aber es ist noch eine kleinere Zahl, die in 2 und 14 aufgehet; darum ist 56 zwar ein General-Nenner von 2 und 14, aber nicht der kleineste. Es kann aber keine kleinere Zahl seyn, die in 4 und 7 aufgehet, als 28; darum ist 28 der kleineste General-Nenner von 4. 7.

§. 64. **Wen 2, oder: mehr Zahlen eine Zahl zugleich aufheben, so ist dieselbe Zahl auch durch ihren gemeinen General-Nenner theilbar.** z. E. 4 und 7 haben zum General-Nenner 28, da nun 56 sich durch 4 und 7 zugleich aufheben lässet, so soll 56 auch in 28 theilbar seyn. Denn jeglicher General-Nenner soll in die dazu gegebene Zahlen zugleich theilbar seyn. (§.60.) Nun aber sollen die gegebene Zahlen nach der Aufgabe auch in eine andere aufgehen; folglich muß solche entweder der kleineste Dividuus minimus zu solchen Zahlen selbst, oder: eine grössere Zahl seyn. (§.61.) Ist sie der kleineste General-Nenner selbst, so ist sie in sich selbst theilbar; ist sie aber grösser, so muß sie von dem Communi dividuo gemacht, und auch folglich durch denselben theilbar seyn, indem sie in die partes aliquotas des dividui theilbar, und also muß jegliche Zahl, so in unterschiedliche Zahlen

theil-

theilbar, auch in deren kleinesten General-Neuner theilbar seyn. (2. §. 30)

§. 65. **Eine Zahl 30, so in unterschiedliche dazu gegebene Zahlen 6, 15, 30 durch so viel Prim-Zahlen 5, 2, 1 aufgehet, ist zu denen dazu gegebenen Zahlen der kleineste General-Nenner.** Denn wen eine kleinere Zahl, als 15 ihr General-Nenner wäre, so müste die Zahl 30, so durch so viel Primos inter se aufgehet, auch in solche 15 durch eine andere theilbar seyn; (§. 26.) und folglich da 30 : 6 = 5, und 30 : 15 = 2 daher auch 6. 5 = 30, wie auch 15. 2 = 30, und deswegen eben die 6.5.2, und 15.2 : 2 = 30 : 2. (2. §. 23) so wird 6 und 15 auch 30 : 2 durch 5 : 2 und 2 : 1 aufheben, wenn 6 und 15 zugleich 30 : 2 aufheben, (2 §. 30.) und 5 und 2 werden in 2 zugleich theilbare Zahlen seyn. Nun aber sollen sie nach der Aufgabe, primi inter se seyn; darum kann zu unterschiedlichen gegebenen Zahlen kein kleinerer General-Nenner seyn, als der durch selbige in so viel primos inte se theilbar ist.

§. 66. **Wen von unterschiedlichen Zahlen 6 und 15 eine andere Zahl 30 der kleineste General-Nenner ist, so heben solche Zahlen 6 und 15 diesen ihren kleinesten General-Nenner durch so viel Primos inter se 2 und 5 auf.** Denn wen die gegebene Zahlen ihren kleinesten General-Nenner durch Numeros inter se compositos aufhüben, so müsten solche in ein gewisses gemeines Maas z. E. 2 theilbar seyn, und jegliche Zahl solcher Prim-Zahlen müste in so viel Theile theilbar seyn, als 2 Unitæten hat; da nun 6. 5 und 15. 2 = 30, so ist 6. 5 : 2 und 15, 2 : 2 = 30 : 2 (2. §. 23) und deswegen müssen die gegebene Zahlen 5 und 6, auch 30 : 2 aufheben, (2. §. 30.) und folglich wäre 30 nicht der kleineste General-Nenner zu 6 und 15. Nun aber soll 30

der

der General-Renner seyn; darum muß er die gegebene Zahlen durch so viel primos inter se auffheben.

§. 67. Es sind aber die Zahlen derer gemeiner kleinester Dividuus zu finden, entweder 2, oder: mehr Zahlen, und dieselben sind entweder Prim-Zahlen, oder: zusammen gesetzte Zahlen unter sich.

§. 68. Von 2 gegebenen Prim-Zahlen unter sich ist der gemeine kleineste Dividuus, wen man die 2 Prim Zahlen mit einander multipliciret. z.E. 4 und 5 sind 2 Prim-Zahlen unter sich, diese mit einander multipliciret, machen 20, den communem Dividuum von diesen beyden Zahlen. Denn 4 hebet 20 auf durch 5, und 5 hebet 20 auf durch 4. (2 §. 30.) Nun aber sollen 4 und 5 prim-Zahlen unter sich seyn, nach der Aufgabe; darum ist 20 der kleineste General-Renner von 4 und 5. (§. 64.)

§. 69. Der kleineste gemeine Dividuus von 2 commensurablen Zahlen, ist das Product, welches gemacht wird, so man eine der gegebenen Grössen, in ihr gemeines grösztes Maas dividiret, und den Quotienten mit der andern Grösse multiplicirt. z. E. Von 56 und 64 ist der gröste gemeine Aufheber 8; darum dividiret 56 in 8, ist 7, solche multipliciret mit 64, ist 448, solche soll der kleineste gemeine Dividuus von 56 und 64 seyn. Denn jegliche Numeri compositi inter se gehen in ihr gemeines grösztes Maas durch so viel Primos inter se auf. (§. 36.) Und indem solche Prim-Zahlen sich also gegen einander halten, wie die Compositi inter se, so ist das Factum von denen beyden äussersten gleich dem Facto der mittelsten, (2.§.36.) und kommet also eben die Zahl, man mag die kleinere Zahl von den Primis inter se mit der grösten von den Numeris compositis, oder: die gröste von den Primis inter se mit der kleinesten von den Numeris

meris primis multipliciret. Nun aber hebet jegliche der gegebenen Zahlen das Product von den in einander geführten Zahlen durch ihre Primos inter se auf; (2.§.30.) darum ist dieses Product der kleineste General-Nenner von 2 Compositis inter se. (§.64.)

§. 70. Wen derowegen die kleineste von den gegebenen Zahlen der gröβte gemeinste Aufheber von 2 unter sich zusammen gesetzten Zahlen ist, so folget, daß die gröβte unter den gegebenen Zahlen der kleineste communis Dividuus unter zweyen gegebenen Zahlen seye. z. E. 7 und 14 sind 2 Zahlen, da die kleineste die gröβte aufhebet, so ist 14 der kleineste General-Nenner von 7 und 14. Denn wen 2 Zahlen in einander theilbar, so ist die kleineste Zahl beyder gröstes Maas. (§. 33.) Nun aber gehet die kleineste solcher Zahlen, wen sie das gemeine Maas zweyer Zahlen in sich selbst durch 1 auf, und 1 multipliciret nicht; darum ist die gröβte von 2 Zahlen, deren eine in die andere aufgehet, der communis Dividuus minimus von solchen Zahlen. (§.66.)

§. 71. Zu mehr als 2 Zahlen ist der kleineste General-Nenner, wen man mit dem General-Nenner der ersten beyden Zahlen die 3te Zahl multipliciret, falls sie eine Prim-Zahl ist. z. E. Die gegebene Zahlen sind 18, 12, 7, so war 36 der communis Dividuus von 18 und 12. Nun aber ist 7 eine Prim-Zahl; daher muß 36 mit 7 multipliciret werden, kommen 252, solche sind von 18, 12, 7, der communis Dividuus minimus. Ist aber die 3te Zahl ein Numerus compositus zu dem communi Dividuo von den ersten beyden Zahlen, so verfähret man mit selbiger und dem communi Dividuo der ersten beyden Zahlen, wie (§.67.) gelehret. z. E. Die gegebenen Zahlen sind 18. 12. 8, sind also: 8 und 36 commensurable in 4, nemlich die 8 durch 2, und die 36 durch 9; darum multipli-

ciret

ciret 36 mit 2, oder: 8 mit 9, sind 72 der kleineste gemeine Dividuus von den 3 Zahlen 18, 12, 8. Sind noch mehr Zahlen gegeben, so verfähret man mit dem General-Nenner der 3 ersten, und mit der 4ten Zahl, wie mit dem General-Nenner der 2 ersten, und mit der 3ten Zahl. Denn nach der Aufgabe ist 72 theilbar in 8, desgleichen in 18 und 12. (Vorb. §. 31.) So kann auch von 18, 12, 8 kein kleiner General-Nenner seyn, als: 72; denn sonst müsten 18 und 12 solche Zahl, und auch ihr gemeiner Nenner 36, dieselbe aufheben. (§. 63. sq.) und wen die 3te gegebene Zahl solchen kleinen Nenner aufheben sollte, so müste sie auch in den General-Nenner von 36. 8 theilbar, und folglich kleiner seyn, als der gefundene General-Nenner 72. Nun aber kann keine grössere Zahl die kleinere aufheben; darum muß der nach der Aufgabe gefundene Nenner 72. Der kleineste General-Nenner zu 18, 12, 8 seyn.

§. 72. **Mit einer Behendigkeit kann man den kleinen General-Nenner nach der Anweisung des Herrn Poëtii l. c. p. 173. sq. durch folgende Reguln finden.**

1) Läst man diejenigen, so einem der andern aufheben aus, die übrigen, wo es angehet, hebe man durch ein gemeines Maas auf, bey welchen es aber nicht angehet, die setze man den aufgehobenen Zahlen zur Seite.

2) Also verfahre man weiter bis lauter Primi inter se kommen.

3) Die gefundenen Primos inter se, wie auch die gebrauchten communes mensuras multiplicire man mit einander, so geben sie den Dividendum minimum. z. E.

3) ϕ, ½, ⅕, 26, ⅓, 40,

4) 3, 4, 5, 26, 11, 4ϕ,

5) 3, 1, ⅘, 26, 11, ¼ϕ,

2) 3, 1, 1, ¾6, 11 ¾

3, 1, 1, 13, 11. 1,

Demnach sind die Factores des kleinesten General-Nenners zu den gegebenen Zahlen.

3. 4. 5. 2. 3. 13. 11.

12. 60. 120. 360. 4680. 51480.

Ist der kleineste General-Nenner zu den in der Aufgabe gegebenen Zahlen.

§. 73. **Der kleineste gemeine Dividuus von den Nahmen der gegebenen Theile ist die kleineste Zahl, so die gegebene Theile in sich enthält.** z.E. Wen eine Zahl soll den 6ten, 8ten, 12ten Theil enthalten, so muß dieselbe die Nahmen solcher Theile, 2, 4, 3, enthalteen, wen nemlich: 2 mal 4 ist 8, und 3 mal ist 24; denn solche kann in 6 durch 4, in 8 durch 3, in 12 durch 2 getheilet werden.

Was Numeri amicabiles sind.

§. 74. Unter den Zahlen, so mit einander zusamen genommen von einander unterschieden, finden sich auch bisweilen 2 Zahlen, deren eine jede gleich ist den Theilen der andern. Solcher Art Zahlen führet Herr Wolff in seinem Lexico p. 938. sq. an, nemlich: 284, und 220. Denn wen man die Theile von 220 addiret, so kommen 284, und wen man die Theile von 284 addiret, so kommen 220, und daher nennet er sie Numeros amicabiles, oder: mit den Frantzosen: Nombres aimiables.

CAPU

Ersterer Eintheilung
Dritter Abschnitt.
Von der Vergleichung der gantzen und unbenahmten Zahlen unter einander.

CAPUT I.
Von der Vergleichung der Zahlen unter einander insgemein.

Einleitung zu den folgenden Vortrage.

§. 1. Was bisher von den Zahlen gemeldet, solches betrifft schlechthin ihr Wesen und Eigenschafften; weil sie aber doch auch gegen andere Zahlen eine sonderbahre Vergleichung haben, so sollen sie nach solcher in diesen Abschnitte betrachtet werden.

Wie die Zahlen so verglichen werden, heissen.

§. 2. Wobey wir denn zuerst auf die Zahlen zu sehen, deren Vergleiche gegen einander wir zu betrachten haben, und die werden Termini, oder: Glieder genandt, und zwar heisset diejenige, so gegen die ander gehalten wird, Antecedens, oder: das förderste Glied; und diejenige, gegen welche sie gehalten wird, wird Consequens, oder: das hintere Glied genennet.

Die Zahlen, zwischen welchen eine Vergleichung angestellet wird.

§. 3. Es wird aber diese Vergleichung, entweder nur zwischen einer, und noch einer, oder: zwischen vielen, und vielen Grössen angestellet. Da sie aber sollen verglichen werden, so ist nothwendig, daß sie also be-

beschaffen seyn müssen, daß sie einander gleich werden können, und müssen also quantitates homogeneæ seyn. (Vorb. §. 71.)

Wie die Weise, nach welcher Zahlen verglichen werden genandt werde.

§. 4. Die Art und Weise, in welcher diese Vergleichung anzustellen, ist das andere, was wir allhier zu betrachten haben. Es wird aber solche Ratio, oder: der Verhalt genandt, und wird dieses Wort in weitläufftigen Verstande genommen, wenn sie dieselbe beschreiben, daß sie sey eine gewisse Weise, wie sich die Termini einer zu dem andern nach ihrer Grösse schicken, wen man sie nach ihrer Differentz, oder: nach ihren Gehalt gegen die andern betrachtet, deswegen man sie in rationem æqualitatis & inæqualitatis eintheilet, zu welchen sie rationem Differentiæ & quoti rechnen, und die erste eine Arithmetische, die andere eine Geometrische Verhältniß nennen; Wannenhero bey ihnen es eben das gesagt ist, ob man spricht: eine Zahl von der andern subtrahiren, oder: ihre Arithmetische Verhältniß suchen. Item, ob man spricht: eine Zahl in die andere dividiren, oder: ihre Geometrische Verhältniß suchen.

Was das Wort Ratio eigentlich anzeigen soll.

§. 5. Wir nennen allhier rationem, oder: das Verhältniß einer Zahl gegen die andere, wen man 2 Zahlen mit einander auf die Weise in Vergleichung stellet, daß man die Grösse der einen dete miniret, aus der Grosse der andern und durch den Quotienten anzeiget, wie vielfach die eine in der andern enthalten.

Eintheilung der Verhältniß.

§. 6. In der Zusammenhaltung zweyer Grossen gegen einander findet sich, daß ein. eben so viel unter sich

gleiche

gleiche Dinge enthält, oder: nicht; daher sind die Verhältniße, entweder gleich, oder: ungleich. (Vorb. §. 71.)

§. 7. **Weil aber die Zahlen auf unterschiedliche Weise in ungleicher Verhältniß stehen, so wollen wir von diesen unterschiedlichen Weisen insonderheit handeln.**

CAPUT II.

Von der Zahlen gleichen und ungleichen Gehalt gegen einander insgemein.

Von der ratione æqualitatis.

§. 1. Weil die Zahlen ihren unterschiedlichen Gehalt gegen einander von ihrer unterschiedlichen Grösse haben, so wird die Vergleichung zweyer Zahlen von gleicher Grösse, oder: die einen gleichen Gehalt haben æqualitas, oder: eine Gleichheit, und solcher Zahlen Gehalt gegen einander, wird ratio æqualitatis genandt, und weil Zahlen von gleicher Grösse allezeit einerley Gehalt haben, so leidet die Æqualitæt keine weitere Eintheilung. (2.2.§.1.)

Der Æqualitæt Ursprung.

§. 2. Es entstehet aber die Gleichheit der Zahlen aus folgenden Gründen, daß, wen gleiche Zahlen zu gleichen addiret, oder: gleiche von gleichen subtrahiret, oder: gleiche mit gleichen multipliciret, oder: in gleiche dividiret werden, so denn ihre respective Summen, Reste, Producta, oder: Quoti gleich sind.

Von den Kennzeichen der Æqualitæt.

§. 3. Woran Zahlen von gleichen Gehalte, und durch was vor ein Zeichen ihre Gleichheit angezeiget wird, davon ist gehandelt in (Vorb. §. 12.) Es wird aber kund, ob eine Zahl so groß, als die andere, wen eine Zahl in der andern durch 1 eben aufgehet.

Von der Zahlen Inæqualitæt.

§. 4. Weil nun die Vergleichung der Zahlen von gleichen Gehalte Æqualitas genandt wird, so wird die Vergleichung der Zahlen von unterschiedlicher Grösse inæqualitatis, oder: Ungleichheit genandt. (Vorb. §. 12.) Und weil Zahlen von unterschiedlicher Grösse, einen ungleichen Gehalt haben, und solche Ungleichheit sich auf mancherley Weise äussern kann, so ist die Ungleichheit der Zahlen auf mancherley Weise unterschieden.

Erste Eintheilung der rationis inæqualitatis.

§. 5. Es ist aber die Æqualitæt der Zahlen gleichsam das Mittel von aller Ungleichheit der Grössen, und der Grund derselben. Denn weil die Grösse einer Zahl auf einer Seite wachsen, auf der andern Seite abnehmen, oder: auf einer Seite abnehmen, und auf der andern wachsen kann, so entstehet daher die erste Eintheilung der Ungleichheit der Grössen, wen sie in inæqualitatem majorem & minorem getheilet, und diejenige, wo eine grössere Zahl 14, mit einer kleinen Zahl 5 verglichen wird, inæqualitas major, und wo eine kleinere Zahl 5 mit einer grössern Zahl 14 verglichen wird, inæqualitas minor heisset.

Grund der Inæqualitæt.

§. 6. Es entstehet aber die Ungleichheit der Zahlen insgemein aus folgenden Gründen, daß ungleiche Zahlen zu ungleichen, oder: gleichen addiret, oder: von

selbi-

selbigen abgezogen, oder: damit multipliciret, oder: darin dividiret werden, da sodan die respective Summen, Reste, Producta, oder: Quota, entweder in inæqualitate majore, oder: minore ungleich sind, als die Data grösser, oder: kleiner sind.

Andere Eintheilung der Inæqualitæt.

§. 7. Es sind ferner die Zahlen auch also ungleich, daß eine die andere an Grösse übertrifft, oder: von selbiger übertroffen wird, oder: daß eine die andere in sich enthält, oder: in einer andern enthalten ist. Und wen man die Ungleichheit der Zahlen auf die erste Weise betrachtet, so heisset sie eine Differentz, oder: Unterscheid, betrachtet man sie auf die andere Weise, so heisset sie Ratio, oder: Verhalt. Die, so das Wort Ratio in weitläufftigen Verstande nehmen, nennen diesen Unterscheid rationem Differentiæ & rationem quoti.

Die Æquidifferentes haben nicht allezeit gleichen Verhalt mit der Differentz der Zahlen.

§. 8. Es folget aber aus diesem Unterscheide, daß die Zahlen, so ihrer Differentz nach unterschieden, nicht auch ihren Verhalt nach unterschieden seyn können, sondern gleiche Zahlen, als: 2 und 6 können dem Verhalt und der Differentz nach unterschiedlich seyn, denn die Differentz von 2 und 6, das ist: 4, ist nicht gleich dem Verhalt von diesen Zahlen, nemlich: 3. So können auch unterschiedliche ungleiche Zahlen, als: 1 und 3 auf der einen Seite, und 2 und 6 auf der andern Seite gleichen Verhalt haben, nemlich: 3; hingegen ist die Differentz von beyden nicht gleich, sondern 2 und 4.

Daß von der Differentz erst zu handeln.

§. 9. Es kann aber die Vergleichung nur unter 2 Zahlen, oder unter mehr Zahlen statt finden; daher

wollen wir zuforderst von der Differentz und Verhalte unter 2 Zahlen handeln, und hernach auch vorstellig machen, was von derselben unter mehr Zahlen anzumercken.

CAPUT III.

Von der Differentz und Verhältniß der Zahlen insgemein.

Was die Differentz sey.

§. 1. Die Differentz ist die Größe, wodurch eine Zahl die andere in ihrer Quantitæt übertrifft, oder: der Gehalt zweyer ungleichen Zahlen, wodurch ein Terminus von den andern unterschieden wird. z. E. Zwischen 2 und 7 ist die Differentz 5, denn 2 und 7 haben einen solchen Gehalt, das 7 die 2 um 5 übertrifft.

Woher sie entstehe.

§. 2. Was den Ursprung der Differentz betrifft, so ist dieselbe nicht anders, als der Uberschuß der grössern Zahl über die kleinere, und kommet daher, daß man anzeigen will, wie viel Unitæten zu einer Zahl hinzu gethan, oder: davon abgenommen sind.

Wie die Differentz gefunden werde.

§. 3. Wen demnach die kleineste Zahl von der grössern abgezogen wird, so wird dadurch zweyer Zahlen Differentz erkannt. z. E. 3 von 7 subtrahiret, bleibet 4, ist die Differentz zwischen 3 und 7.

Woher die Differentz ihren Nahmen bekommen.

§ 4. Derowegen muß man von 2 Zahlen die durch Subtraction der kleinern von der grössern über gebliebene

Zahl

Zahl nennen, wen man ihre Differentz nahmhafft machen soll. Und so man mehrer Zahlen Differentzen addiren, subtrahiren, multipliciren, oder dividiren soll, muß solches durch die obbenente übrig gebliebene Zahl geschehen. z. E. Wen man zu der Differentz von 4 und 5 die Differentz von 6 und 8 addiren soll, so adiret man 1 und 2. ꝛc.

Der Differentz unterscheid.

§. 5. Weil aber gefraget werden kann, was zwischen einer grössern Zahl und einer kleinern, oder: zwischen einer kleinern und grössern Zahl für eine Differentz, so ist die Differentz zweyerley Art. Die erste heisset Differentia excessus, wen eine grössere Zahl 7 mit einer kleinen Zahl 5 verglichen wird. Die andere wird genennet Differentia defectus, wen eine kleinere Zahl mit einer grössern in Vergleich gestellet wird.

§. 6. Jeglicher zweyer unterschiedlicher Zahlen kleinere wird herausgebracht, wen ihre Differentz von der grössern subtrahiret, und die grössere Zahl ergiebet sich, wenn sie zu der kleinern addiret wird z. E. Wen zwischen 2 und 5 die Differentz 3, und man addiret 2 zu 3, kommet die grössere 5, oder: subtrahiret 3 von 5, kommet die kleinere, 2. Denn die Differentz ist der Rest von zweyen Zahlen, wen die kleinere von der grössern abgezogen wird. (§. 3.) Nun aber ergiebet sich die grössere Zahl, wen man die kleinere zu der Differentz addiret, (2. 2. §. 15.) und die kleinere, wen man die Differentz von der grössern abziehet; (2. 2. §. 16.) darum ist die Differentz zusamt der kleinern, gleich der grössern, und die grössere weniger der Differentz gleich der kleinern Zahl, zweyer unter sich zusammen gehaltenen ungleichen Grössen.

§. 7. Wen jegliche Zahlen immer anwachsen, oder: geringer werden, so ist die Summa aller zwischen

schen stehenden Differentzen, gleich der Differentz zwischen der ersten und letzten Zahl. z. E. 5, 7, 9, 15, 20, sind Zahlen, so immer aufsteigen, die Differentzen derer zwischen 5 und 20 gesetzten Zahlen, sind 2, 2, 6, 5. Deren Summa ist 15. = der Differentz zwischen 5 und 20, als der ersten und letzten Zahl. Eben so verhält es sich, wen 19, 12, 8, 6, 3 immer geringer werden, so ist die Summa der mittlern Differentzen 7 † 4 † 2 † 3, auch gleich der Differentz zwischen 19 – 3, uemlich: 16. Denn jegliche Differentzen zusammt der kleinern Zahl, sind gleich der grössern zahl. (§.6.) Nun aber soll nach der Aufgabe die gegebene Zahl zu unterschiedlichen Grössen immer anwachsen; darum muß solches durch die Differentz geschehen, und folglich die Summa der Differentzen von den mittlern Zahlen der Differentz zwischen den beyden äussersten Zahlen gleich seyn. (§.3.)

§. 8. **Wen man 3 unter sich ungleiche Zahlen hat, so ist das Product von der Summa der Differentzen der mittlern Zahl von den äussern Zahlen mit der mittlern Zahl multipliciret, gleich der Summa von den Differentzen mit der Summa deren äussersten Zahlen übers Creutz multipliciret.** z. E. Die gegebene Zahlen sind 7, 11, 19. Die Differentzen der mittlern Zahl von den beyden äussersten 4 und 8, deren Summa 12 mit 11 multipliciret, ist 132; darauf multipliciret übers Creutz 7 mit 8, sind 56, und 19 mit 4, sind 76, deren Summa ist 132. Denn die Differentzen der mittlern Zahl von den äussersten, sind 8 und 4, deren Summa 8 † 4, das ist: 12, die mittlere Zahl ist 11, und 11. 12 = 11. 8 † 4, den Differentzen der mittlern Zahl von den Extremis. (2,2.§.24.) Ferner ist 11 – 7 = 4, und diese 4 † 7 = 11; (§. 6.) Darum ist 4. 11 † 8. 11 = 4. 19 † 8. 7 = 4. 11 † 4. 8 † 7. 8. (2.2. §. 33.) Hiernächst ist 19 – 11 = 8; darum 8 † 11 = 19,

(§. 6.)

(§.6.) und 4. 11 † 4. 8 † 8. 7 = 4. 19 † 8. 7; darum ist 12. 11 = 4. 19 † 7. 8.

Was Ratio sey.

§. 9. Nicht allein aber sind die Zahlen unter einander ungleich wegen ihres Unterscheides unter einander, sondern auch wegen ihres Verhaltes gegen einander. Solcher Verhalt aber heisset sonst Ratio, und solche Verhältniß ist nichts anders, als die Vergleichung einer Zahl zu der andern, dadurch die erste die andere in sich hält, oder: in der andern enthalten ist. So ist zwischen 6 und 2, und zwischen 3 und 15 ein Verhalt, weil nemlich 6 die 3 in sich enthält, und 3 in 15 enthalten ist.

Der Rationis Ursprung.

§. 10. Es entstehet aber der Verhalt einer Zahl gegen die andere daher, daß die grösse einer kleinern Zahl in eine grössere durch eine andere Zahl eingeführet wird, und daher folget, daß der Verhalt zweyer Zahlen gegen einander erkannt wird, wen man die kleinere in die grössere dividiret, und sodan die grössere in die kleinere aufgehet, so kann der Zahlen Verhältniß in gantzen Zahlen gegeben werden. (2.2.§.30.)

Was die Verhältnisse anzeige.

§. 11. Die Verhältnisse zeiget also an, wie offt unter ungleichen Zahlen die kleinere in der grössern enthalten, und wie offt die grössere die kleinere in sich fasse.

Was der Exponens und Denominator einer Ration sey.

§. 12. Der Quotient von der Division des Antecedentis in den consequentem zeiget an, auf was Weise eine Zahl in der andern enthalten; (Vorb.§.21.) darum wird solcher Quotient der Anzeiger, oder: Exponente der Verhältnisse genandt, und ist also der Exponente einer Verhältnisse nichts anders, als das Quotum

tum von der Division des Antecedentis in den consequentem. z. E. von 7 in 14, ist der Quotient $\frac{1}{2}$, und also der Exponente von der Verhältniß 7: 14 Der Denominator einer Verhältniß aber ist der Quotient, so heraus kommet, wen man die grössere Zahl, sie mag des Antecedens, oder: consequens seyn, in die kleinere dividiret. (Vorb. §. 28.) Und wen also das Antecedens grösser, als das Consequens, so ist der Exponens und Denominator einerley. z. E. Von 14: 7 ist der Exponens und Denominator, 2 von 7: 14 aber ist der Exponens $\frac{1}{2}$, und der Denominator: 2.

§. 13. Weil 1 nicht dividiret, (2. 2. §. 41.) so ist das Foder-Glied einer Verhältniß der Exponente derselben, wen das hintere Glied 1 ist. z E. Von 7: 1 ist 7 der Exponente solcher Verhältnisse.

§. 14. Daher folget, das jegliche ganze Zahl das Verhältniß des vielen gegen 1, oder der Vielheit gegen die Einheit ausdrücke.

§. 15. Woraus endlich folget, daß der Exponente sich gegen 1 verhalte, wie das Antecedens zu dem Consequente. (1. 6. §. 1.)

Was Ratio major und minor sey.

§. 16. Wen nun solcher Exponente einer Vergleichung grösser, als der Exponente einer andern, so heisset solche Ratio major; hergegen ist Ratio minor, wen der Exponente einer Vergleichung kleiner, als der Exponente einer andern. z. E. 2: 5 ist Ratio major, als 2: 6, und 2: 6 ist Ratio minor, als 2: 5.

Was Ratio æqualitatis, wie auch majoris und minoris inæqualitatis sey.

§. 17. Wen aber einer Vergleichung Glieder eben den Exponenten haben, so heisset ihr Verhalt gegen einander, Ratio æqualitatis. z. E. 1; 3 gegen 2; 6 und 8: 2

8:2 gegen 4:1, ist Ratio æqualitatis. Solche Verhältnisse werden von andern rationes eædem genennet, welcher Vergleichung Glieder aber zwey ungleiche Exponenten haben, als 1 zu 2, und 3 zu 5, deren Verhalt ist: Ratio inæqualitatis. Wen nun von den letztern das gröβte Glied der Vergleichung gegen das in ihr begriffene kleinere gehalten wird, so heisset der Verhalt Ratio majoris inæqualitatis, oder: eine steigende Verhältniß. z. E. 6 gegen 3, ist Ratio majoris inæqualitatis, weil 6 gröβer, als die darin begriffene 3. Wird aber der kleinere Terminus gegen den gröβern gehalten, so heisset der Verhalt: Ratio minoris inæqualitatis, oder: eine fallende Verhältniß. z. E. 3 gegen 6 ist: Ratio minoris inæqualitatis, weil 3 kleiner, als: 6, und in 6 begriffen ist.

Wie eine Ratio simplex, oder: composita sey.

§. 18. Weil nun die kleinere Zahl, entwedere also in einer andern enthalten, daß sie aus keiner andern zusammen gesetzt, oder: aus einer andern zusammen gesetzt, so ist die steigende Verhältniß, entweder simplex, oder: composita.

Was Ratio simplex sey.

§. 19. Die Ratio simplex ist, welche nicht aus mehrern zusammen gefüget, sondern durch eine einmalige Multiplication erzeuget wird, und ist in den steigenden Verhältnissen, entweder multiplex, oder: superparticularis, oder: superpartiens.

Was Ratio multipiex sey.

§. 20. Ratio multiplex, oder: eine vielfache Verhältnisse ist diejenige steigende Verhältniß, wenn das gröβere Glied in das kleinere durch eine gantze Zahl theilbar ist. z. E. 16 zu 4, oder: 15 zu 3.

Die unterschiedlichen Arten der rationis multiplicis.

§. 21. Weil aber die gantze Zahl, wodurch die grössere in der kleinern aufgehet, der Exponente von solcher Verhältniß, (§. 12.) so folget, daß dieses Verhältniß auf so mancherley Weise könne eingetheilet werden, als Zahlen sind, und daß sie nach den Quotienten benennet werde, wie offt sie multipliciret sey. z. E. Wen 2 der Quotiente, so heisset die Verhältniß: Ratio dupla, eine zweyfache, ist er 3, so heisset sie: tripla, oder: eine dreyfache, ist er 4, so heisset sie: quadrupla, oder: eine vierfache, ist der Exponente 100, so heisset sie: centupla. &c.

Was Ratio super particularis sey.

§. 22. Wen aber das erste Glied das andere einmal, und überdem noch einen partem aliquotam des andern enthält, oder: wen der Exponente einer Vergleichung eine 1 mit einem Bruche, dessen Zähler 1 ist, so heisset sie: Ratio superparticularis. z. E. Wen von 5: 4, 7: 6, 3: 2, die Exponentes $1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{2}$, &c. so heißt die Verhältniß Ratio superparticularis.

Die Arten dieser Ration.

§. 23. Wen nun diese Art der Verhältnisse ihren Nahmen von dem Exponenten bekommet, so kan sie in so viel Theile getheilet werden, als Zahlen also verglichen werden können, daß die grössere Zahl die kleinere einmal in sich enthält, und noch 1 übrig bleibet, und so heisset die Verhältniß, wen der Exponente $1\frac{1}{2}$ ist; ratio sesquialtera, wen er $1\frac{1}{3}$; ratio sesquitertia, wen er $1\frac{1}{4}$; sesquiquarta.

Was Ratio superpartiens sey.

§. 24. Ratio superpartiens ist der Verhalt, da das erste Glied das andere einmal, und überdem noch etliche partes, aliquotas derselben in sich enthält, oder: deren

ren Exponente 1 mit einem Bruche, dessen Zähler gröſſer iſt, als 1. z. E. 5:3. 9;5. 11:7, ſind Vergleichungen, deren Exponente 1 mit einem Bruche, dessen Zähler gröſſer als 1, nemlich: $1\frac{2}{3}$. $1\frac{4}{5}$, $1\frac{4}{7}$; darum heiſt die Ratio von 5:3, 9:5, 11:7, Ratio ſuperpartiens.

Die unterſchiedliche Arten der Rationum ſuperpartientium.

§. 25. Dieſe Verhältniſſe werden in ſo viele Theile eingetheilet, als Zahlen übrig bleiben können, wen die gröſſere Zahl in die kleinere getheilet wird, und bekommen ihren Nahmen von der Zahl ſo übrig bleibet; darum heiſſen die Verhältniſſe $1\frac{2}{7}$, $1\frac{3}{7}$, $1\frac{4}{7}$, $1\frac{5}{7}$, $1\frac{6}{7}$ rationes ſuperbipartientes, ſupertripartientes, ſuperquadripartientes, ſuperquinquiespartientes, ſuperſexiespartientes ſeptimas.

Dieſer Arten neue Eintheilungen.

§. 26. Eine jegliche dieſer Verhältniße kann wieder in ſo viele Theile eingetheilet werden, als Zahlen ſind, die die partes aliquotas, ſo übrig bleiben, benennen. So heiſt die Ratio wens 5 durch 3 dividiret wird, ratio ſuperbipartiens tertias, wen 7:4, ratio ſupertripartiens quartas, wen 8:5, ratio ſupertripartiens quintas, wen 9:7, ratio ſuperbipartiens ſeptimas. &c.

NB. Wen eine Zahl übrig bleibet, ſo mit der Zahl, ſo übrig bleibet, ſich in kleinere Zahlen aufheben läſt, ſo bekommet die Verhältniß ihren Nahmen von der kleinern Benennung. So iſt $1\frac{4}{8}$ nicht ratio ſuperpartiens, ſondern eine ratio ſuperparticularis, weil ſich $\frac{4}{8}$ zu $\frac{1}{2}$ reſolviren läſt. Item $1\frac{4}{6}$ iſt nicht ratio ſuperquadripartiens ſextas; ſondern ſuperbipartiens tertias; weil ſich $\frac{4}{6}$ durch 2 in $\frac{2}{3}$ reduciren läſt.

Was Ratio compoſita ſeye.

§. 27. Die andere Art der ſteigenden Verhältniſſen, nennet man rationem compoſitam, welche aus zwey

unterschiedlichen Verhältnissen zusammen gesetzt, und aus mehrern Multiplicationibus ihren Ursprung hat, und ist entweder multiplex superparticularis, oder: multiplex superpartiens.

Was Ratio multiplex superparticularis sey.

§. 28. Wen nemlich das erste Glied das andere etliche mal enthält, und überdem noch einen partem aliquotam, oder: wen in einer Vergleichung der Exponente grösser, als 1, nebst einem Bruche, dessen Zähler 1; so heisset solches Verhältniß: ratio multiplex superparticularis.

Wie sie eingetheilet werden können.

§. 29. Diese Verhältnisse kann in so viele Arten eingetheilet werden, als die Zahl des Quotienten wachsen kann, und wird jegliche Art von der Zahl des Quotienten benennet; so heisset die Ratio, wen der Exponente $2\frac{1}{2}$, ratio dupla sesquialtera, wen der Exponente $3\frac{1}{3}$, ratio tripla sesquitertia.

Neue Eintheilung solcher Art.

§. 30. Und weil jegliche dieser Arten auf so mancherley Weise unterschieden, als die ratio superparticularis unterschieden; so kann diese Eintheilung wieder auf unendliche Weise eingetheilet werden, und bekommen die besondere Arten ihren Nahmen von der ratione multiplici und superparticulari; so kann, wen der Exponent 2 und $\frac{1}{2}$, oder: $2\frac{1}{3}$, oder: $2\frac{1}{4}$ diese ratio in duplam sesquialteram, sesquitertiam, sesquiquartam getheilet werden.

Was Ratio multiplex superpartiens sey.

§. 31. Ratio multiplex superpartiens ist: da das gröβte Glied das kleineste etliche mal, und überdem noch etliche partes aliquotas von der kleinern Zahl in sich

sich enthält, oder: wen der Exponente einer Vergleichung grösser, als 1 mit einen Bruche, dessen Zähler über 1 ist, als 11 : 4, 13 : 5, 17 : 3, deren Exponenten $2\frac{3}{4}$, $2\frac{3}{5}$, $5\frac{2}{3}$ grösser, als 1, mit einem Bruche dessen Zähler auch grösser, als 1; darum haben sie rationem multiplicem superpartientem.

Die Arten dieser Verhältnisse.

§. 32. Dieser Verhältnisse sind so viele Arten, als von der ratione multiplici Arten sind. z. E. $2\frac{2}{3}$, $3\frac{2}{3}$, $4\frac{2}{3}$, ꝛc. ist unterschieden, als: ratio dupla tripla, und quadrupla, und heissen: ratio dupla, tripla, quadrupla, superbipartiens tertias.

Noch andere Arten solcher Verhältnisse.

§. 33. Diese Arten der multiplicis superpartentis rationis können nach der ersten Eintheilung der rationis superpartientis wieder eingetheilet werden, und bekommen ihren unterschiedlichen Nahmen von den unterschiedlichen Zählern der Brüche, so gleiche Nenner haben. z. E. $2\frac{2}{7}$, $2\frac{3}{7}$ ꝛc. haben gleiche Nenner, aber ungleiche Zähler; darum heissen ihre Verhältnisse: ratio dupla superbipartiens septimas, und ratio dupla supertripartiens septimas.

Andere Arten solcher Verhältnisse.

§. 34. Oder: so sie gleiche Zähler haben, so können diese Zahlen so viel unterschiedliche Rationes haben, als die Nenner unterschieden. z. E. $3\frac{2}{3}$, $3\frac{2}{5}$, $3\frac{2}{7}$ haben ungleiche Nenner; darum werden sie von solchen Nennern unterschiedlich benannt, und heissen: rationes triplæ superbipartientes tertias, quintas & septimas. &c.

Was Ratio minoris inæqualitatis sey.

§. 35. Ratio minoris inæqualitatis oder: die fallende Verhältniß, kann eben so eingetheilet werden, als die steigende Verhältniß, und werden die Eintheilungen eben so benahmet, ohne daß man dabey anzeiget,

daß das kleinere Glied unter den grössern stehe, und dazu wird das Wort sub gebrauchet, so ist die ratio simplex minoris inæqualitatis, entweder submultiplex, oder: subsuperparticularis, oder: subsuperpartiens.

Was Ratio submultiplex sey.

§. 36. Ratio submultiplex ist diejenige Verhältnisse, wen das kleinere Glied vorn stehet und das grössere das kleinere durch eine gantze Zahl in sich begreiffet. z. E. 3:6, sind 2 Zahlen, deren grössere 9, die kleiner 3, durch eine gantze Zahl 2 in sich begreiffet; darum ist ihre Verhältniß submultiplex.

Wie sie eingetheilet werde.

§. 37. Es sind aber diese Verhältnisse, wie die Multiplices, in so viele Arten theilbar, als sie Exponenten haben können. z. E. 2:12, 3:12, 4:12, sind von einander nach ihren Verhältnisse unterschieden, und die unterschiedliche Verhältnisse heissen: ratio subsexdupla, subquadrupla, subtripla. &c.

Was Ratio subsuperparticularis sey.

§. 38. Ratio subsuperparticularis ist diejenige Verhältniß, wen wieder das Antecedens kleiner, als das Consequens, und deren grösseren Gliedes Quotient in das kleinere 1 mit einem Bruche ist, dessen Zähler 1. z. E. 8:9 hat zum Quotienten 1, und lässet 1 im Reste; darum heißt diese Verhältniß ratio sub subsuperparticularis.

Derselben unterschiedliche Arten.

§. 39. Und wie die superparticularis ratio unterschiedlicher Art war, nachdem der Nenner des beygefügten Bruches unterschiedlich; so ist auch die subsuperparticularis nach des kleinern Gliedes Unterscheide von unterschiedlicher Art. z. E. Von 2:3, 3:4, 4:5, 5:6, heissen:

heissen: ratio subsesquialtera, subsesquitertia, subsesquiquarta, subsesquiquinta. &c.

Was Ratio subsuperpartiens sey.

§. 40. Ratio sub superpartiens ist diejenige Verhältniß, wen wieder das Antecedens kleiner, als das Consequens und der Exponente, wen man das grössere Glied durch das kleinere dividiret 1 mit einen Bruche, dessen Zähler grösser als 1. z. E. 4:7 hat zum Quoto $1\frac{3}{4}$; darum ist ihr Verhältniß sub superpartiens.

Derselben unterschiedliche Arten.

§. 41. Auch von dieser sind so viel Arten, als von der Superpartiente. z. E. Wen 6:11, 7:11, 8:11, 9:11, so ist die Verhältnisse unterschieden in rationem subsuperquinquiespartientem sextas, subsuperquadripartientem septimas, subsupertripartientem octavas, subsuperbipartientem nonas. Oder: wen so offt die Zahlen des Bruches unterschieden. z. E. Wen 11:13, 11:14, 11:15, ꝛc. so sind die Verhältnisse unterschieden in rationem subsuperbipatientem, subsupertripartientem, und subsuperquadripartientem undecimas. &c.

Wie die Rationes minoris inæqualitatis compositæ eingetheilet werden.

§. 42. Desgleichen sind die rationes compositæ minoris inæqualitatis, entweder submultiplices, subsuperparticulares, oder: submultiplices, subsuperpartientes.

Was Ratio submultiplex subsuperparticularis sey.

§. 43. Wen wieder das Antecedens kleiner, als daß Consequens, und der Quotient des grössern Gliedes in das kleinere grösser, als 1, nebst einem Bruche, dessen Zähler nicht grösser, als 1, so ist deren Verhältniß, ratio submultiplex subsuperparticularis. z. E. Von

3:7,

3:7, ist der Quotiente $2\frac{1}{3}$; darum heist deren Verhältniß submultiplex subsuperparticularis.

Deren Arten.

§. 44. So offt die gantze Zahl des Quotienten unterschiedlich sey kann, so viel Arten können von dieser Verhältniß angegeben werden. z. E. 3:7, 3:10, 2:13, haben zum Quotienten, wen die grössere Zahl durch die kleinere dividiret wird, $2\frac{1}{3}$, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{3}$, und ihr Verhältniß ist: subdupla subsesquitertia, subtripla subsesquitertia, subquadrupla subsesquitertia.

Noch andere Arten derselben.

§. 45. Ferner ist sie so offt unterschieden, als der Bruch Nenner haben kann, oder: als ein ander kleiner Glied gegen das grössere gehalten werden kann. z. E. Von 4:9, 5:11, 6:13, ist das Verhältniß ratio dupla subsequiquarta, quinta, sexta. &c.

Was Ratio submultiplex subsuperpartiens sey.

§. 46. Ratio submultiplex subsuperpartiens ist, wen das Antecedens kleiner, als das Consequens, und des grössern Gliedes Quotient mehr, als 1, und was übrig bleibet auch mehr, als 1, z. E. 4:11, ist $2\frac{3}{4}$, ratio submultiplex subsuperpartiens, und von diesen Verhältnissen sind wieder so vi l Arten, als der Quotient mehr, als 1 ist. z. E. Von 3:8, 3:11, 3:14, ist ratio subdupla, subtripla, subquadrupla, subsuperbipartiens tertias.

Mehrere Arten dieser Verhaltniß.

§. 47. Oder: so viel Arten, als der Zähler des Quotienten unterschiedlich seyn kann. z. E. 5:12, 5:13, 5:14. so ist ihr Verhältniß ratio subdupla subsuperbi-tri- und quadripartiens quintas.

Noch mehrere Arten derselben.

§. 84. Oder: so vielmal die Zahl des kleineren Gliedes unterschiedlich seyn kann. z. E. Wen 3:8, 5:12, 6:16;

7:16; so heissen die Verhältnisse, ratio subdupla sub superbipartiens tertias, quintas, septimas.

Was sonst Ratio composita genandt werde.

§. 49. Es ist hiebey noch zu mercken, daß sonst auch eine ratio composita genannt werde, die zwischen den Producten, so heraus kommen, wenn man alle Vorder-Glieder verschiedener Verhältnisse, desgleichen alle Hinter Glieder in einander multipliciret. z.E. 2:5, 7:8, 3:7. Die Foder-Glieder 2. 7. 3, bringen zum Product 42. und die Hinter-Glieder, 5.8.7, 280, sind also 42:280, oder: 3.20 ratio composita, von den gegebenen Vergleichungen. Diese Vergleichung nennen andere rationem factam ab additione per continuationem.

Eintheilung der Verhältnisse in easdem und diversas.

§. 50. Ferner pflegen auch die Verhältnisse der Vergleichungen eingetheilet zu werden, in rationes easdem, einerley Verhältnisse, und solches sind die Verhältnisse, so einerley exponenten, oder: denominatorem haben. z.E. 3:6, und 4:8, oder: 6:3, und 8:4. Von diesen sind unterschieden, rationes diversæ, oder: verschiedene Verhältnisse, und daß sind die, deren exponenten, oder: denominatores unter sich ungleich, als: 6:7, und 9:10, sind ungleiche Verhältnisse, weil sie ungleiche Exponenten, nemlich: $\frac{6}{7}$, und $\frac{9}{10}$ haben.

§. 51. Von denen einerley Verhältnissen spricht man: daß das Antecedens der einen Verhältniß, so offt in seinem Consequente enthalten, als das Antecedens einer andern Verhältniß in dem andern Consequente enthalten, oder: so offt das Antecedens einer Verhältniß das Consequens begreifft, so offt begreifft auch das andere Antecedens einer andern Verhältniß das andere Conquens. z.E. 7:14, und 9:18, sind einerley Verhält-

nisse; darum kann man davon sagen, 7 ist so offt in 14 enthalten, als 9 in 18, oder: von 14:7, und 18:9 begreifft 14 so offt 7, als 18 begreifft 9. (§.11.)

Die gleichen Verhältnisse können auch Similes genandt werden.

§.52. Weil auch eben die Verhältnisse nicht anders, als durch Gegeneinanderhaltung derselben können erkannt werden; so sind sie auch Similes, oder: ähnliche Verhältnisse.

Was Ratio multiplicata sey.

§.53. Welche Verhältnisse ähnlich, die geben eine andere Verhältnisse, so man ihre Antecedentes und Consequentes mit eiander multipliciret, und die Producta gegen einander hält. Welche man deswegen rationem multiplicatam nennet. z.E. 3:9, 4:12, 5:15, sind ähnliche Verhältnisse, wen man nun ihre Antecedentes 3, 4, 5 nimt, so ist deren Product 60, und das Product von 9. 12. 15, ist 1620; darum soll 60: 1620, oder: 1:27 ratio multiplicata seyn.

Woher die Multiplicatæ ihren Nahmen bekommen.

§.54. Es bekommen aber dergleichen Verhältnisse ihren Nahmen von dem Verhältniß einer jeglichen ähnlichen Zahl, davon sie gemacht, gegen das Multiplicatum, und so offt jener Exponente in diesen Exponenten enthalten, einen solchen Nahmen empfähet sie. Ist er zweymal darin enthalten, so heisset sie: ratio duplicata, viermal, so heisset sie: ratio quadruplicata. z.E. Von 8:4, und 30:10, ist der Exponente von den ersten Verhältniß 2, von der andern 3, und das Verhältniß von den Exponenten der gegebenen Verhältnisse, 8:4, und 30:10, ist wie 3:2.

Eintheilung der Verhältnisse in rationales, oder irrationales.

§.55. Man kann auch entweder den Exponenten in

Ratio

Rational Zahlen geben, oder: nicht; darum sind die Verhältnisse, entweder rationes rationales, oder: irrationales.

CAPUT IV.

Von den Verhältnissen insonderheit.

Einleitung zu diesen Capittel.

§. 1. Was von den Verhältnissen zweyer Zahlen, und deren Eintheilung insgemein zu mercken, solches ist bishero erkläret. Es kann aber noch ausser dem etwas von ihnen gesaget werden, und das wollen wir in diesen Capittel abhandeln.

Wie man die Verhältnisse zu schreiben pflege.

§. 2. Das erste, was wir demnach zu bemercken haben, ist, auf was Weise man die Zahlen zu schreiben pflege, wen man zeigen will, daß Zahlen mit einander in einer Verhältniß stehen. Solches geschiehet, entweder, wen man das erste Glied über das andere setzet, und zwey Puncta dabey machet, oder: eine Lineam darzwischen ziehet. z. E. Daß ein Verhältniß zwischen 8 und 3 wird: also im Schreiben angezeiget, $\frac{8}{3}$. oder: $\frac{8}{3}$. Oder: wen man beyde Glieder neben einander setzet, und zwey Puncta darzwischen schreibet. Und so schreibet man 8 : 3, 4 : 9, ꝛc. wen man anzeigen will, daß 8 und 3, oder: 4 und 9 eine Vrrhältniß gegen einander haben.

Was der Verhältnisse Reduction sey.

§. 3. Ferner ist von den Verhältnissen keine, so nicht durch eine unzählige Veränderung ihrer Termino-

rum einer Vergleichung kann ausgedrücket werden, daher haben wir auch die Reduction der Verhältnisse in Betrachtung zu ziehen, welche denn nichts anders ist, als eine Verwandelung der Terminorum von einer jeglichen Verhaltnisse in andere Terminos, so in eben der Verhältniß stehen.

Wie solche Reduction geschiehet.

§. 4. Solche Reduction geschiehet, wen entweder beyde Termini mit eben der, oder: unter sich gleichen Zahlen multipliciret werden, und alsdenn stellet sich eben das Verhältniß in grösseren Zahlen vor. Oder: solches mit eben der Zahl, oder gleichen Zahlen dividiret, so ergiebet sich eben das Verhältniß in kleinern Zahlen. z. E. 3:6 multipliciret mit 2, ist 6:12; darum kann man sagen, wie sich 3 gegen 6, so ist 6 gegen 12. Oder: 3:6 dividiret in 3, ist 1:2; darum kann man sagen: wie 3 gegen 6, so ist 1 gegen 2. (1, 2, 2, 31 und 43.)

Welches einer Verhältniß größte und kleineste Termini sind.

§. 5. Jeglicher Verhältnisse größte Termini können nicht angegeben werden. Die kleinesten Termini jeglicher Verhältnisse in gantzen Zahlen sind die, wen die Termini primi inter se sind. z. E. 4:6 ist ein Verhältnisse, dessen Termini in grössern Zahlen nicht zu nennen. Ihre kleinesten Termini in gantzen Zahlen, können keine andrre, als 2:3 seyn, weil solches primi inter se. Denn eben das Verhältniß wird dargestellet, wen man ihre Terminos mit eben der Zahl, oder: mit gleichen Zahlen multipliciret. (§. 3.) Nun aber kann man solche unendliche mal verrichten; (Vorb. §. 31.) darum können die grösten Termini einer Verhältnisse nicht angegeben werden. Das erste, so zu erweisen. Und weil zwey Primi inter se die kleinesten Zahlen in einer Verhältniß; (1, 2, 6, 21,) so folget, daß kein Verhält-

hältniß in kleinern Zahlen, als in primis inter se in gantzen Zahlen könne gefunden werden.

Was Radices rationum sind.

§. 6. Weil aber die Primi inter se die kleinesten Glieder in jeglichen Verhältnissen; (§. 3.) so heissen sie deswegen radices rationum.

Wie solche Radicer gefunden werden.

§. 7. Weilen auch die kleinesten Theile zweyer unter sich zusammen gesetzten Zahlen heraus kommen, wen sie durch ihren grösten Aufheber zusammen dividiret werden, (1, 2, 6, 56, ; und die kleinesten Termini der Verhältnisse, die Radices rationum sind; (§. 6.) so folget, daß die Quoti die Radices der Verhältnisse sind, wen die aus 2 unter sich zusammen gesetzten Zahlen bestehende Vergleichung durch ihren grösten Aufheber getheilet werden. z. E. Von 9: 15, ist der grösste Aufheber 3. Diese Verhältnisse also durch 3 dividiret, bringet die Radices derselben, 3: 5.

§. 8. Jede Zahlen, so ihrer Verhältniß kleineste Glieder sind, heben demnach alle übrigen grössern Zahlen, so Glieder von eben der Verhältnisse sind auf, nemlich das kleineste Glied, die übrigen kleinesten Glieder, und das grösste Glied, die übrigen grössren Glieder. z. E. 16: 24, 8: 12, 4: 6, haben eben das Verhältniß, als 2: 3; darum soll 2: 3 alle die dazu gegebene Verhältnisse aufheben. Denn jegliche kleineste Glieder werden gefunden, so man deren grössere Glieder durch deren grösten gemeinen Aufheber dividiret; (§. 7.) darum muß jeder communis dividuus major, die unter sich componirte Zahlen durch ihren kleinesten Aufheber aufheben, und folglich müssen die kleinesten Glieder einer Verhältniß die grössern wieder aufheben. (Vorb. §. 31.)

§. 9. Weil auch in rationibus superparticularibus,

bus, und superpartientibus der Exponente einer Vergleichung am deutlichsten vorgestellet wird, wen solches in den kleinesten Zahlen geschiehet; (§.26.) so folget, daß aus den Radicibus einer Vergleichung derselben Exponente am deutlichsten erkant wird. Von 16:12, sind die Radices 4:3. Wen nun 16 in 12 dividiret, $1\frac{4}{12}$ zum Exponenten hat, so sollte es das Ansehen haben, als ob 16:12 rationem superquadripartientem duodecimas hätte. Wen aber die Division in denen Minimis 4:3 anstellet, so erhellet, daß der nähere Exponente $1\frac{1}{3}$, und daß diese Verhältniß ratio superparticularis sesquitertia sey.

§. 10. Wen eine Verhältniß multiplex, oder: submultiplex ist, so ist in derselben in den kleinesten terminis der Denominator das gröβte, und 1 das kleineste Glied z. E. Der Denominator einer Verhältniß 16:4, oder: 4:16, ist 4; darum sind die kleinesten Glieder solches Verhältnisses 4:1, oder: 1:4. Den der Denominator ist der Quotiente von der Division des kleinern Gliedes in das grössere. (3, 12.) Nun aber ist jeglicher Quoticnte so offt 1, als der Divisor in dem Dividendo enthalten; (1, 1, 6. §. 1.) darum muß der Exponente zum wenigsten einmal in der grössern Zahl enthalten, und also zu den kleinesten Glieder einer Verhältniß das gröste seyn, wenn eins das kleineste ist.

§. 11. Wen eine Verhältniß nicht multiplex, oder: submultiplex, so ist von deren kleinesten Terminis das kleineste Glied der Nenner des Bruches, und das gröβte der Nenner mit der ganzen Zahl des Denominatoris multipliciret zusamt dem Zähler. z. E. Es sey von eieer Verhältniß 11:4, oder: 4:11. der Denominator $2\frac{3}{4}$; so ist von den kleinesten Terminis solcher Verhältnisse der Nenner des Bruches 4, das kleineste Glied 4. 2 = 8 + 3 = 11. Das gröste

Glied

Glied derselben Verhältniß in ihren kleinesten Terminis 4 : 11, oder 11 : 4. (2,2,§.4.)

§. 12. Weil auch die Producte, so aus zweyen Zahlen einer Verhältniß heraus gebracht worden mit der Zahl, wovon sie producirer worden, einerley Exponenten haben, wen in beyde Glieder einer Verhältniß eben die dritte Zahl eingeführet ist; (§ 4.) so können aus 2 bekannten kleinesten Gliedern einer Verhältniß alle die grössern Termini derselben Verhältniß gefunden werden, wen man die Glieder der kleinesten Verhältniß mit einerley Zahlen multiplicirer. z. E. Wen 5 : 6 mit 2, 3, 4, 5, 6, ꝛc. multipliciret werden, so entstehen daher die grössern Termini eben dieser Verhältniß 10 : 12, 15 : 18, 20 : 24, 25 : 30, 30 : 36.

NB. Es ist aber das angewachsene Verhältniß denen Terminis der kleinesten nicht anders, als per rationem multiplicatam gleich, und wie 5 zu 6, so ist 5 zu 12 per rationem duplicatam, zu 18 per triplicatam. &c.

§. 13. Wen von 2 Verhältnissen die Consequentes ungleich, so werden sie zu einem gemeinen Consequente reduciret, wen man den einen Consequenten mit dem andern Consequente multiplicirer, und das Product des ersten Antecedentis mit dem Consequente des andern, das Antecedens der ersten, und das Product des Consequentis der ersten mit dem Antecedente der andern, das Antecedens der andern Verhältniß seyn, und den gemeinen Consequenten von jeglichen Verhältniß das Consequens seyn läst. z. E. Von 2 : 3, und 4 : 5, sind die Consequentes 3 und 5; darum ist 3. 5 = 15 das gemeine Consequens, und von dem Antecedente 2, mit dem andern Consequentes das Product 10, das

Ante-

Antecedens der ersten Verhältniß 10: 15, und von dem ersten Consequente 3 mit dem andern Antecedente 4, das Product 12, das Antecedens der andern Verhältniß 12:15. Daß also 2:3, und 4:5 zu einem gemeinen Consequente reduciret, 10:15, und 12:15. Will man sie aber zu einem gemeinen Antecedente reduciren, so multipliciret man die Antecedentes beyder Verhältniß 2 und 4, und nimt zu der ersten Verhältniß das Product des ersten Consequentis mit dem andern Antecedente 8:12, und zu der andern Verhältniß das Product von dem andern Consequente, mit dem ersten Antecedente 8:10; so sind zwey ungleiche Antecedentes zu einem gemeinen Antecedente reduciret, 8:12, und 8:10 verhalten. Denn die Facta einer Verhältniß mit eben der Zahl sich eben so, wie die Faciendi. (§. 4.) Nun aber ist nach der Aufgabe 2:3 mit eben der Zahl 5, und 4:5 mit eben der Zahl 3 multipliciret; darum müssen die Producta 12:15, und 10:15 eben das Verhältniß haben, wie 2:3, und 4:5. Oder: 8:12, und 8:10, wie 2:3, und 4:5.

Was die Æstimation der Verhältniß seye.

§. 14. Nachdem von der Reduction der Verhältniß gehandelt, so haben wir ferner den Gehalt derselben zu erklären. Und wen geforschet wird, welche unter 2 ungleichen Verhältnissen die gröste, oder: kleineste sey, so nennet man solches deren Gehalt, Æstimation, oder: Wehrt der Verhältnisse.

Wie der Wehrt zweyer Verhältnisse zu finden.

§. 15. Solches zu erforschen, so reduciret man beyde Verhältnisse zu einer gemeinen Vergleichung, nach dem letzten, oder: ersten Gliede, (§. 13.) und wen sodenn die letzten Glieder gleich sind, so ist die gröste Verhältniß, deren erstes Glied das gröste, und das die

Klei-

kleineste, deren erstes Glied das kleineste ist. Hingegen wen nach der Reduction die fodersten Glieder gleich sind, so ist die Verhältniß die größte, deren letztes Glied das kleineste; und deren letztes Glied das größte, die Verhältniß ist die kleineste. z. E. Zu erfahren, welche Vergleichung die größte 4:7, oder: 5:8 so reduciret man sie zu den letzten gemeinen Gliede, so sind diese Verhältnisse in grössern Zahlen 32: 56, und 35: 56. Ist also die Verhältnisse 5:8 grösser, als 4:7. Reducirte man solche zu dem ersten gemeinen Gliede; so sind diese Verhältnisse in grössern Zahlen 20: 35, und 20: 32. Zeiget abermal, daß 5:8 die größte Verhältniß sey, weil 32 weniger, als 35.

§. 16. **Weil eine jede auffsteigende ungleiche Verhältniß nach dem ersten** Termino **den Minorem etliche mal, oder: mit einem Uberschusse in sich enthält;** (3.§.17.) **so folget, daß eine jegliche auffsteigende ungleiche Verhältniß grösser sey, als eine jegliche gleiche Verhältniß.** Als: 9:7 ist grösser, als 7:7, und weil in einer jeglichen fallenden Verhältniß das kleineste Glied etliche mal, oder: mit einem Uberschusse enthalten, so folget, daß sie kleiner sey, als jegliche gleiche Verhältniß. z. E. 7:9 ist kleiner, als 7:7. (3.§.17.)

§. 17. **Weil das erste Glied, oder: letzte Glied in einer auffsteigenden, oder: fallenden Verhältniß unendlich vermehret: oder verkleinert werden kann, daß das andere Glied unverwandelt bleibet, so folget, daß beyderley Verhältnisse in ihrer Æstimation unendlich steigen und fallen können.**

Von der Verhältnisse Algorithmo.

§. 18. Es ist noch übrig, daß wir auch von dem Algorithmo derer Verhältnisse, nemlich von ihrer Addition,

tion, Subtraction, Multiplication und Division handeln.

Was Additio simplex zweyer Verhältnisse sey.

§. 19. Die Addition der Verhältniße ist entweder simplex, oder: per continuationem. Die Simplex geschiehet zwischen zwey Verhältnissen, wen sie nemlich zu dem hintersten gemeinen Gliede reduciret sind, und sodan die fodersten Termini der Reduction zusammen addiret werden. z.E. 1:3, und 5:7 sind zu dem hintersten gemeinen Termino reduciret, gleich den Verhältnissen 7:21, und 15:21. Solche addiret, bringen 22:21. Dieses ist die eigentliche sogenandte Addition derer Verhältnisse; sintemal sie aus zweyer Verhältnissen grösse eine dritte hervor bringet, so grösser, als eine jegliche von denen beyden gegebenen Verhältnissen. Denn da der foderste Terminus vergrössert, so ist der letzte blieben, der er war, und also die Verhältnisse merclich angewachsen. Weil aber die Verhältnisse so addiret werden sollen, homogenii seyn müssen, (1,1,1.§.3.) so müssen sie erstlich zu einem gemeinen hintersten Termino reduciret werden. (Vorbericht §. 72.

Von der Additione simplici vieler Verhältnisse.

§. 20. Wen mehr, als 2 Vergleichungen zu addiren, so addiret man erstlich die ersten beyden, und zu derselben Summa folgende Vergleichungen eine nach der andern. z.E. Addiret 4:5, 3:7, 6:4, 8:3. So addiret erstlich 4:5, † 3:7, oder: 28:35, und 15:35. Deren Summa ist 43:35. Dazu addiret 6:4, oder: 172:140, und 210:140, sind 382:140. Dazu addiret 8:3, oder: 1146:420, und 1120:420. Solche addiret, sind 2266:420. Deren Exponente $5\frac{166}{420}$.

Von der Addition per continuationem.

§. 21. Was Additio rationum per continuationem

nem sey, solches haben wir schon oben Cap. III. §. 49. beschrieben, derohalben wir hier nur bemercken, daß diese Continuatio der rationum in eigentlichen Verstande keine Addition zu nennen, sintemal die durch die Addition herausgebrachte Zahl das Totum zu seinen Partibus ist. (1,1,3,1.) Nun aber kann das Totum nicht kleiner seyn, als seiner Partium, (Vorb. §. 38.) und wen die per continuationem herausgebrachte Verhältnisse offt kleiner, als beyde ihrer Partium, wie zu ersehen, wen man 1 : 2 continuiret, und 1 : 3, daß 3 sodenn 1 : 6 kommet; derohalben kann diese Continuatio nicht eine eigentliche Addition genennet werden, darum nennet man sie lieber continuationem rationum, weil sie anzeiget, was von den ersten und letzten Termino vor eine Verhältnisse entstehe, so man unterschiedliche Verhältnissen nach einander fortsetzet, continuiret.

§. 22. **Wen unterschiedliche auffsteigende Zahlen in einer langen Reihe nach einander geschrieben werden, so ist die Verhältniß der äussersten Zahlen aus allen mittlern Verhältnissen per continuationem zusammen gesetzt.** z. E. 2, 5, 7, 9, 13. Hier ist die Verhältniß 2 : 13 per continuationem zusammen gesetzt, aus allen mittlern Verhältnissen, nemlich: 2 : 5, 5 : 7, 7 : 9, 9 : 13; darum sind allhier die fördersten Glieder 2,5,7,9; die hintersten aber, 5, 7, 9, 13; darum ist das Product von 2, 5, 7, 9, das ist: 630 zu dem Producte von 5.7.9.13, das ist: 4095, wie 2 : 13. Denn von 5 : 2 = 2 † 1 : 2, 7 : 5 = 1 † 2 : 5, 9 : 7 = 1 † 2 : 7, 13 : 9 = 1 † 4 : 9, ist ratio multiplicata von 2. 5. 7. 9 : 5.7.9.13. (3. §. 53.) Nun aber ist 2. 5. 7. 9 : 5. 7. 9. 13 = 2 : 13; (1,2,2. §. 13.) darum ist auch 2 und 13 in ratione composita zu allen andern gegebenen Verhältnissen. (§. 8.)

§. 23. **Weil durch die Continuation in den steigenden Verhältnissen der hinterste Terminus immer**

mer kleiner wird, wenn die steigende Verhältniß mit einer andern ihres gleichen continuiret wird; hingegen in einer fallenden Verhältniß der hinterste Terminus vergrössert wird, so man sie mit ihres gleichen continuiret; so folget, daß durch solche Continuation eine steigende Vergleichung vergrössert, eine fallende aber kleiner werde. z. E. 4 : 3 ist eine steigende Verhältniß, solche mit ihres gleichen 6 : 5 continuiret, ist 24 : 15 eine grössere Vergleichung, als die erstere. Hingegen ist 3 : 4 eine fallende Verhältniß, solche mit ihres gleichen 5 : 6 continuiret, ist 15 : 24, und so viel kleiner gegen 3 : 4, als diese aufsteigende grösser war.

§. 24. Jeglicher zweyer unter sich zusammen gesetzter Zahlen Verhältniß, ist per continuationem aus den Verhältnissen der Zahlen, wodurch sie zu Numeris compositis gemacht, zusammen gesetzt. z. E. 15 : 24 ist eine Verhältniß von zweyen unter sich zusammen gesetzten Zahlen, deren erste 15 von 3 mit 5, das Product 24 aber von 8 mit 3. Daher ist das Verhältniß 15 : 24, von den Verhältnissen 5 : 3, mit 3 : 8 continuiret, deren 5. 3 = 15, und 3. 8 = 24 nach der Aufgabe; darum ist das Verhältniß 15 : 24, ratio continuata derer Verhältnissen 5 : 3, und 3 : 8. (3. §. 49.)

Was die eigentlich also genannte Subtraction der Verhältnisse.

§. 25. Die Subtraction der Verhältnisse kan eben so eingetheilet werden, als die Addition, und die eigentlich also genannte Subtraction zweyer Verhältnisse ist diejenige, so simplex genannt wird, wen nemlich nach geschehener Reduction zweyer Verhältnisse zu einem gemeinen letzten Gliede, die ersten beyde von einander abgezogen werden, und der Rest zum fodersten Gliede, der gemeine letzte Terminus aber zum hintersten Gliede gebrau-

gebrauchet wird; z. E. 8 : 3 soll abgezogen werden 2 : 1. So ist 8 : 3, und 2 : 1, wan sie zu einem gemeinen hintersten Gliede reduciret, gleich 8 : 3, und 6 : 3, und 6 von 8, bleiben noch 2, das Antecedens des Restes von beyden Verhältnissen, und 3 das Consequens derselben, daß also 8 : 3 — 2 : 1 = 2 : 3.

Von der Subtraction per continuationem.

§. 26. Die Subtraction zweyer Verhältnisse, welche zufolge der Addition per continuationem geschiehet, ist derselben Addition entgegen gesetzet. Weil nun die Addition durch die Multiplication der Terminorum continuiret wird; also wird die Subtraction durch die Division der grössern in die kleineste Glieder der Verhältnisse continuiret; wen nemlich in das foderste Glied der kleinesten Verhältniß das foderste der größten, und das letzte Glied der grösten, in das letzte Glied der kleinesten dividiret wird, und die Quota der Rest sind. z. E. Die Verhältniß von 9 : 8 soll per continuationem von der Verhältniß 63 : 48 subtrahiret werden, so dividiret 63 in 9, ist der Quotient 7, und 48 in 8, ist der Quotient 6, und das Relict 7 : 6. Sind aber die Glieder der grösten Vergleichung so beschaffen, daß sie nicht in die Glieder der kleinesten Verhältniß aufgehen, so multipliciret men das letzte Glied der kleinesten Verhältniß mit den ersten Glied der größten, und das erste Glied der kleinesten Verhältniß mit dem letzten Gliede der größten, und sind die Producte die restirende Verhältniß. z. E. 2 : 5 soll per continuationem subtrahiret werden von 7 : 9. So gehen die Glieder nicht in einander auf; darum multipliciret 2 mit 9, ist 18, nnd 5 mit 7, ist 35. Diese Verhältniß 18 : 35, ist der Rest, wen 2 : 5 von 7 : 9 per continuationem soll subtrahiret werden. Denn die Addition ist der Subtraction entgegen gesetzt. (Vorb. §. 74.) Nun aber ge-

schieht die Addition per continuationem durch die Multiplication der foderſten und hinterſten Glieder; (3.§.49.) darum muß die Subtraction per continuationem durch die der Multidlication entgegen geſetzte Diviſion ſolcher Glieder geſchehen. (1, 1, 6.§.1.) Welches das erſte, ſo zu erweiſen. Das andere, ſo zu erweiſen war, daß die Subtraction zweyer aus in einander untheilbaren Zahlen beſtehenden Verhältnißen durch eine Creutzweiſe Multiplication geſchehen muß, wen man die reſtirende Verhältniſſe in gantzen Zahlen per continuationem haben will. Denn 7 : 2 = 3 † 1 : 2, und 9 : 5 = 1 † 4 : 5 nach dem vorhergehenden Beweiſe. Nun aber ſoll nach der Aufgabe 3 † 1 : 2 = 35, und 1 † 4 : 5 = 18 ſeyn. Denn die Termini minores, ſind 2 und 5, und 2. 5 = 10; darum iſt 3 † (1 : 2). 10 = 35, und 1 † (4 : 5). 10 = 18. (1,2,2.§. 40.) welches das andere, ſo zu erweiſen.

§. 27. **Daraus folget, daß die Subtraction einer Verhälteniß ſey der contrairen Verhältniß Addition, und einer Verhältniß Addition ſey der contrairen Subtraction.** Contraire Verhältniſſe nennet man diejenigen ſteigende und fallende Verhältniſſe, die einerley Exponenten haben, als: 8 : 4, und 4 : 8, deren ratio : dupla und ſubdupla. &c. Denn ſolche Verhältniſſe haben einerley Terminos. Aber ſie ſind umgekehret, und dasjenige, was in der ſteigenden der erſte, das iſt in der fallenden der letzte; darum muß die ſteigende eben das geben, wen man die Antecedentes und Conſequentes einer Verhältniß mit einander multipliciret, oder: dieſelbe per continuationem addiret, was die fallende giebet, ſo man ihre Terminos creutzweis multipliciret, oder: per continuationem ſubtrahiret. z. E. Continuiret mit 6 : 5, giebet durch die Addition 24 : 10, und 2 : 4 continuiret mit 5 : 6 durch die Subtraction desgleichen 10 : 24.

§. 28.

§. 28. Hieraus folget ferner, daß man jedwede Verhältnisse, so per continuationem subductionis gemacht werden soll, auch per additionem machen könne, so man ihre Terminos minores also umsetzt, daß man aus dem Antecedente das Consequens, und aus dem Consequente das Antecedens mache. z. E. Von 7:9, soll 2:5 per continuationem subtrahiret werden; darum setzet man an statt 2:5, die Verhältniß 5:2, und verrichtet die Subduction durch die Addition per continuationem, ist die Verhältniß 35:18. wie vorhin.

Von der Verhältnisse Multiplication.

§. 29. Jegliche Verhältniß kann durch eine andere Verhältniß eigentlich nicht multipliciret werden. Denn das Product von 2 multiplicirten Zahlen soll den Faciendum so offt enthalten, als der Factor 1 in sich enthält. Was man also multipliciren soll, muß aus vielen Einheiten bestehen. Nun aber bestehet keine Verhältniß aus den Einheiten; darum kann eigentlich zu reden ein Verhältniß die andere nicht multipliciren. Was also eine Verhältniß multipliciren soll, daß muß eine Zahl seyn.

Daß dennoch eine Multiplication der Verhältnisse statt finde.

§. 30. Indem aber die Multiplication eine vielfältige Addition ist, so kann sie eben so, wie die Addition in eine Multiplicationem simplicem, und eine solche, die per Continuationem geschiehet, eingetheilet werden.

Was Multiplicatio simplex der Verhältnisse.

§. 31. Diejenige Multiplication, wodurch eine Zahl in das erste Glied einer Vergleichung eingeführet wird, und das andere bleiben läst, wie es ist, wird Multiplicatio simplex genannt; und weil dieselbe mit der eigentlichen sogenannten Addition überein kommet, so ist sie eigentlich zu reden, allein eine warhafftige Multiplica-

tion. z. E. 5 : 6 mit 3 multipliciret, ist 15 : 6 das Product von einer warhafften Multiplication, weil sie überein kommet mit der warhafften Addition von 5 : 6 †3 : 1.

Was die Multiplication per continuationem sey.

§. 32. Die Multiplication, so per continuationem geschiehet, führet die Terminos einer Verhältniß so offt in einander, als man sie vermehren will, und die in einander geführten gleichen Termini, sind der Verhältniß Product, wie bey der Addition die unter sich multiplicirten Termini der Verhältnisse Summa waren. z. E. 3 : 6 soll 4 mal per continuationem multipliciret werden; darum multipliciret man 3 viermal mit sich selbst, kommet 81, und 6 auch viermal mit sich selbst, ist 1296, das Product der Vergleichung, ist 81 : 1296, und ist also die Multiplicatio per continuationem nichts anders, als eben derselben Verhältniß Fortsetzung, und die Untersuchung des Gehalts, so aus solcher Fortsetzung zwischen den beyden Gliedern entstehet.

Was die Division derer Verhältnisse.

§. 33. Was endlich die Division der Verhältnisse betrifft, so ist solche der Multiplication, und zwar nicht allein der simplici, sondern auch der so per Continuationem geschiehet, entgegen gesetzt.

Von der Divisione simplici.

§. 34. Die der Multiplicationi simplici entgegen gesetzte Division der Verhältnisse geschiehet, entweder durch eine andere Verhältnisse oder: durch Zahlen.

§. 35. Eine Verhältniß wird durch eine andere dividiret, wenn die Termini antecedentes und consequentes in einander getheilet werden, nachdem die ratio dividens erstlich zu einem gemeinem Termino consequente reduciret worden, und weil

das

dasjenige allein eine warhafftige Multiplication einer Verhältnisse, so mit einer Zahl geschiehet; (§.31.) so kann die Division einer Verhältniß in die andere nicht anders, als durch eine Zahl geschehen. Weil die Division wieder auflöset, was durch die Multiplication eingeführet worden. (1,1,6.§. 1.) Uberdem man durch die Division einer Verhältniß in die andere nichts anders, als zu erforschen suchet, wieviel mal die zu dividirende Verhältniß in der dividenda enthalten sey, welches nicht anders, als durch eine Zahl beantwortet werden kann. z.E. Man fraget, wie vielmal die Verhältntß 3 : 5 in der Verhältniß 5 : 6 enthalten; so reduciret man beyde Verhältnisse zu einem Termino consequente 18 : 30, und 25 : 30 darauf dividiret 25 in 18, so ist 3 : 5 in 5 : 6 enthalten $1\frac{7}{18}$ mahl.

NB. Will man die Terminos nicht reduciren, so setzet man die Terminos des Divisoris um, und an statt der Division multipliciret man sie mit einander, das erste Glied mit dem ersten, und das andere mit dem andern Gliede, kommet eben das Quotum. z.E. An statt 3 : 5 nehmet 5 : 3, so ist 5 mal 5 = 25, und 3 mal 6, ist 18, und dividiret 25 in 18, das ist $1\frac{7}{18}$. Fräget man hiebey, warum nur die Antecedentes, nicht aber die Consequentes dividiret werden, so geschiehet solches aus dem Grunde, weil in der Multiplication nur die Antecedentes, nicht aber die Consequentes multipliciret werden.

§. 36. **Eine Verhältniß wird durch eine Zahl dividiret, wen man entweder in solche das erste Glied theilet, oder: solche in das ander Glied einführet, und weil eine Zahl, so eine Verhältniß multipliciret, eine Verhältniß** produciret, **über dem hiebey die Frage ist nach dem** parte aliquota, **so von der zu dividirenden Zahl soll benennet werden, so folget, daß der** Quotient **eine Vergleichung**

chung sey. z. E. 9 : 6 dividiret in 3, bringet 3 : 6 oder 3 mit 6 multipliciret, bringet 9 : 18. Diese Art eine Verhältniß zu dividiren, gebrauchet man, wen das erste Glied nicht in die dividirende Zahl aufgehet. z. E. 9 : 5 in 4 ist das Quotum 9 : 20, weil 4 in 9 dividiret, =2 † (1. 4.) so gleich ist 9 : 20. wenn es in grössere Zahlen reduciret wird.

Was Divisio per continuationem sey.

§. 37. Wen eine Verhältniß durch die andere per continuationem zu dividiren, so muß man die dividirende Verhältniß von der zu dividirenden so lange per continuationem abziehen, bis entweder die Zahlen gleich werden, oder: eine contraire Vergleichung sich hervor thut; so ist denn das letzte Reliet der gesuchte Quotient. Denn hier ist die Frage, wie offt eine dividirende Verhältniß continuiret werden soll, wenn zwischen den beyden äussersten Gliedern die zu dividirende Verhältniß entstehen soll, und weil eine öffters repetirte Subtraction der Division gleich ist; (Vorb. §. 74.) so folget, daß durch wiederholte Subtraction des Divisoris von Dividendo per continuationem die Division allhier müsse vollbracht werden. z. E. 81 : 1296, oder: 1 : 16 soll dividiret werden durch 3: 6, oder 1:2, so subtrahiret man erstlich per continuationem 1 : 2 von 1 : 16, bleibet 2 : 16, oder 1 : 8, von 1 : 8, 1 : 2, wieder subtrahiret, bleibet 4 : 16, oder 1 : 4, von 1: 4 wieder subtrahiret 1 : 2, bleiben 2 : 4, oder 1 : 2, von 2 : 4 abermals 1 : 2 subtrahiret, läst 4 : 4; darum ist das gesuchte Quotum 4, weil die Subtraction 4 mal geschehen, ehe eine gleiche Zahl kommen, und man spricht: daß 1 : 2 bringe 1 : 16, wen es 4 mal durch die Addition continuiret. Oder: dividiret, 81 : 144, oder 9 : 16 in 2 : 3, kommet bey der ersten Subtraction 27 : 32, in 2:3 bey der andern 81 : 64. Hier verwandelt die andere Subtraction gleich die Art der Verhältnisse von einer

einer fallenden in eine steigende, ist also die Subtraction vor solcher Verwandelung nur 1 mal geschehen, und das Quotum zeiget an, daß die beyden Verhältniß sich einander nicht recht heben, und giebet dabey zu erkennen, wie offt die dividirende Verhältnis zu continuiren, wen die zu dividirende zu der nechsten kleinern solle gemacht werden.

§. 38. Die der Multiplication entgegen gesetzte Division einer Verhältniß kann auch durch eine Zahl geschehen, und man theilet die zu dividirende Verhältniß in so viel rationes æquales und continuas, als Unitæten in dem Divisore sind, und geschiehet durch extractionem radicis quadratæ, oder: cubiæ, davon in der Arithmetica figurata gehandelt wird.

CAPUT V.

Von der Proportion insgemein.

Einleitung zu der vorseyenden Materie.

§. 1. Bisher ist von den Vergleichungen zweyer Zahlen unter einander gehandelt, nun ist noch übrig, die Vergleichungen, wo mehrere Zahlen gegen einander gehalten werden, zubeleuchten. Und unter denselben sind Zahlen, die in ihrer Vergleichung, wie sie auf einander ordentlich folgen, entweder einerley Rest lassen, wen sie subtrahiret werden, oder einerley Quotum haben, wen sie dividiret werden, davon spricht man: daß sie unter sich ähnlich, oder: gleichförmig, und solche Aehnlichkeit nennet man: Proportionem, oder: die einander gleich sind, und solche Vergleichung nennet man disproportionem. z.E. 6 und 12 haben eben

das Quotum, als 24 und 48, wen sie dividiret, und 7 und 10 lassen eben den Rest, als 13 und 16, wen sie subtrahiret werden; darum spricht man: 6 und 12, und 24 und 48, wie auch 7 und 10, und 13 und 16 sind unter sich ähnliche Zahlen. Hingegen sind 7:9, und 8:12 Numeri disproportionales; weil sie weder nach ihren Verhältnisse, noch nach ihrem Unterscheide eine Aehnlichkeit haben.

Was bey der Proportion und Disproportion in acht zu nehmen.

§. 2. Ehe wir von der Proportion der Grössen handeln, erinnern wir, daß man von allen das Gegentheil annehmen muß, was von der Proportion wird ausgemachet werden, wen man von der Disproportion etwas sagen will, und so viel demnach gemeine und besondere Arten von der Proportion verhanden, so viel sind ihrer auch von der Disproportion, wie denn endlich aus den Eigenschafften der Proportion, die Eigenschafften der Disproportionen leichtlich zu erklären.

Was Proportional-Zahlen sind.

§. 3. Von der Proportion empfahen diejenigen Zahlen ihren Nahmen, die untereinander eine Aehnlichkeit haben, daß sie Proportional-Zahlen genannt werden. Diese Art Zahlen sind auf viererley Weise unterschieden.

Erster Unterscheid solcher Zahlen.

§. 4. Es ist nemlich die Proportion entweder primaria, in welcher nur eine Art der Vergleichung anzutreffen, oder: in welcher die Gegeneinanderhaltung der Zahlen nur einer Art der Aehnlichkeit, das ist: entweder nur nach ihren Unterscheide, oder: Verhalte angestellet wird. Diese heisset auch simplex, zum Unterscheide der secundariæ, darzu gleich der Unterscheid

und

und die Verhältniß betrachtet wird, als: 2: 5:: 6: 9, oder: 3: 4 = 6: 8.

Von den Terminis der Proportion.

§. 5. Hieraus folget, daß zu der Proportione primaria zum wenigsten 2 mal 2, das ist: 4 Termini nöhtig sind, deren Unterscheide, oder: Verhältnisse gleich sind. Die ersten beyden von solchen Gliedern, heissen Antecedentes, oder: die foderſten; die andern beyden Conſequentes, oder: die hinterſten Glieder. Und wiewol unter solchen Proportionen etliche nur mit 3 Zahlen angezeiget werden, so enthalten sie doch in der That 4 Zahlen, sintemal die mittelste von solchen einmal zu dem foderſten, und einmal zu dem hinterſten Gliede gebrauchet wird. Denn jede einfältige Aehnlichkeit der Zahlen unter einander, ist entwedee derselben gleicher Unterscheid, oder: derselben gleicher Verhalt. (§. 1.) Nun aber bestehet die Proportio primaria darin, daß man eine Vergleichung zwischen Zahlen, und Zahlen, nach ihren Unterscheide und Verhalte anstellet; (§. 4.) darum werden zu solcher Vergleichung nur 2 Zahlen erfordert, deren Unterscheid, oder: Verhalt man gegen die andern hält, und 2 Zahlen, gegen deren Unterscheid, oder: Verhalt sie gehalten werden, und werden also zu jeglicher Proportione primaria 4 Zahlen erfodert.

Was termini homologi und heterologi sind.

§. 6. Die beyden Zahlen des fordern Gliedes, und die beyden Zahlen des hintern Gliedes einer Proportion werden homologi genannt; die erste Zahl aber des fordern Gliedes mit der andern des hintern Gliedes, heterologi. Als wen man sagt; was für ein Unterscheid ist zwischen 2 und 5, solch ein Unterscheid ist zwischen 4 und 7, so sind 2 und 4, und 5 und 7, Termini homologi; 2 und 7, und 5 und 4 aber Termini heterologi.

Was

Was von solchen Proportionen zufälliger Weise gesaget werden kann.

§. 7. Aus diesen Proportionen kann man gleiche Proportionen in versetzten Zahlen durch richtige Schlüsse herleiten; daher wird einer jeden Proportioni primariæ zufälliger Weise beygeleget, derselben inversio, alternatio und æqualitas, davon wir hier die Beschreibung anführen, und deren Grund bey jeder Art der Proportionen anzeigen wollen.

Was Inversio proportionis sey.

§. 8. Inversio proportionis, oder: die Verkehrung einer Proportion ist, wen das hinterste Glied derselben zum fodersten Gliede, als ihr hinterstes Glied gehalten wird und wird also genennet, weil sie die Glieder invertiret und verkehret. z. E. Wen ich sagen kann, wie sich verhält 3 zu 4, so verhält sich 6 zu 8; so kan ich per inversionem auch sagen, wie sich verhält: 4 zu 3, so verhält sich 8 zu 6. Solche Inversion anzuzeigen, brauchet man die Redens-Art: é converso. Die Zahlen die so invertiret werden, nennet man proportionales invertendo.

Was Alternatio proportionis sey.

§. 9. Alternatio proportionis ist, wen man die erste des letztern Gliedes, mit der letzten Zahl des ersten Gliedes, wie auch die letzte Zahl des fordern Gliedes mit der forderſten Zahlen des letzten verwechselt. Wird also wegen der geschehenen Verwechselung genannt. z. E. Wen ich sagen kann, was für ein Unterscheid zwischen 2 und 3, ein solcher Unterscheid ist zwischen 4 und 5; so kann ich auch sagen, was für ein Unterscheid zwischen 2 und 4, solcher ist auch zwischen 3 und 5. Die verwechselten Termini werden Proportionales alternando genannt.

Was sonst noch von den Proportionen gesagt werden kann.

§. 10. Sonst kann auch diesen Proportionen beyge-

le-

leget werden, die Converſio, Compoſito und Diviſio. Was davon zu ſagen, ſolches gehet denen Geometriſchen Proportionen inſonderheit an, und ſoll davon Cap. VII. gehandelt werden.

Was Æquatio proportionum ſey.

§. 11. Æquatio proportionum iſt, wen man von vielen Vergleichungen, da mehr, als 2 Zahlen, und noch einmal ſo viel gegeben werden, und jegliche, ſo mit den erſtern alſo proportioniret ſind, daß die jegliche zwey, nechſt bey einander ſtehende jener Zahlen, eben den Unterſcheid, oder: Verhalt haben, als jegliche zwey dieſer Zahlen, ſchlieſſen kann, daß die äuſſerſten der erſten Zahlen ſich eben ſo verhalten, als die äuſſerſten der andern. z. E. Der gegebenen Zahlen ſind in der erſten Ordnung viere, nemlich: 1, 3, 4, 9, in der andern Ordnung eben ſo viel 5, 7, 8, 13, und wie 1 und 3 in der erſten Ordnung unterſchieden, alſo: 5 und 7 in der andern Ordnung. Wie 3 und 4 in der erſten, alſo 7 und 8 in der andern Ordnung. Wie 4 und 9 in der erſten, alſo 8 und 13 in der andern Ordnung. Wie der Unterſcheid zwiſchen den mittlern Zahlen der erſten Ordnung gleich den mittlern Zahlen der andern Ordnung, alſo kann man ſagen, daß die Extrema der erſten Ordnung 1 und 9 nach dem Unterſcheide gleich den Extremis der andern Ordnung, 8 und 13, und ſolche Æquation anzuzeigen, brauchet man das Wort ex æquo.

Der Unterſcheid dieſer Art.

§. 12. Es mag aber eine Proportion einer andern auf zweyerley Weiſe ex æquo gleich ſeyn; deren erſte Ordinata, die andere perturbata proportio genannt wird. Was die erſte betrifft, ſo beſtehet ſie darin, daß in jeglicher Zahlen Ordnung auch eben die Ordnung der Proportional-Zahlen gehalten wird, das iſt: wenn wir in der erſten Ordnung der Zahlen die erſte zu der andern, die

ande-

andere zu der dritten, die dritte zu der vierdten. ꝛc. Also in der andern, die andere zu der dritten, und die dritte zu der vierdten. ꝛc. Welche Herr Hoff-Rath Wolff in seinem Lexico also beschreibet, daß sie nichts anders sey, als wen in einer Proportion a:b=d. e. das hinterste Glied b sich zu einer Grösse c verhält, wie das hinterste Glied der andern Verhältniß e zu einer andern Grösse f, das ist: wen b:c=e:f. z. E. Wen gegeben 9:6=12:8, so ist die ordentliche gestellte Proportion 9:6:3=12:8:4, und man kann ex quo sagen: 9:3=12:4.

§. 13. **Wo man in beyden Ordnungen der Zahlen dieselbe Ordnung der** Proportionalium **nicht behält, das ist: wie in der ersten Ordnung das erste Glied zu dem andern, also in der andern Ordnung das dritte Glied zu dem vierdten, und wie in der ersten das andere zu den dritten, also in der andern das erste zu dem andern; endlich wie in der ersten das dritte Glied zu dem vierdten, also in der andern das andere Glied zu dem dritten; so wird die** Proportio perturbata, **oder: eine verworfene** Proportion **genannt.** z. E. Die Zahlen der ersten Ordnung sind: 2,4,12,36, und der andern, 1, 3, 9, 18, so soll in perturbata proportione 2:4=9:18, und 4:12=1:3 auch endlich 12:36=3:9 seyn. Herr Wolff beschreibet sie l. c. daß sie nichts anders sey, als wen in einer Proportion a:b=d:e das hinterste Glied b sich zu was anders e verhält, wie etwas anders f zu dem forderſten Gliede der andern Vergleichung d, das ist: wen b:c=f:d. z. E. Wen gegeben, daß 9:6=12:8, so ist die Perturbata proportio 9:3=24:8, und wen 9:6:3=24:12:8, so kann man ex æquo sagen, 9:3=24:8.

Eintheilung der Proportion **in** discretam **und** continuam.

§. 14. Die Proportio primaria ist, was ihre sonder-

bah-

bahre Art betrifft, entweder disjuncta, darin das hinter Glied der ersten, und das forder Glied der andern Vergleichung ungleiche Zahlen sind. z.E. 1:3=4:12. oder: continua, da obbenannte beyde Glieder eine Zahl sind. z.E. 5:10=10:20. Die erste Art wird sonst discreta, discontinua, oder: discontigua genannt; die ander heisset sonst Conjuncta, und wird der Medius terminus nur einmal geschrieben, und wird also genannt, weil die Termini solcher Proportion ununterbrüchlich nach einander verbunden sind. Als 1,2,4,8, 16 ꝛc. und man spricht: wie sich die erste Zahl verhält zu der andern, so die andere zu der dritten, so die dritte zu der vierdten ꝛc.

Unterscheid der Proportionis continuæ.

§. 15. Die Proportio continua ist entweder simplex, da beyde äusserste Glieder nur einen Terminum medium haben, als: 2,4, 8, oder: multiplex, da die äussersten Glieder viel Mittel-Glieder haben, als: 1,2,4,8,16,32,64,128. ꝛc. Diese heisset sonst Progressio, weil sie von einem Termino zu den andern auf gleiche Weise fortrücket.

Unterscheid der Progression.

§. 16. Die Progressio ist entweder crescens, oder: wachsend, wen jedes Hinter-Glied grösser, als das vorhergehende, wie 1,2,4,8,16. Heisset sonst ascendens, oder: die aufsteigende Progression, oder: decrescens, wo jedes folgende Glied kleiner, als das vorhergehende, 9,3,1. Wird sonst auch descendens, oder: eine absteigende Progression genannt.

Eintheilung der Proportion in Arithmeticam und Geometricam.

§. 17. Endlich ist die Proportio primaria, entweder Arithmetica, oder: Geometrica. Sintemal ihre Termini, entweder durch die Addition eben derselben Zahl,

Zahl, oder: durch die Multiplication mit eben derselben Zahl ihre unterschiedliche Grösse empfahen, und sie entweder durch deren Differentz, oder: durch deren Verhältniß eine von der andern unterschieden sind. Es soll aber von jeglicher dieser Proportionen in einen besondern Capittel gehandelt werden.

§. 18. Ehe solches geschiehet, müssen wir mit zwey Worten gedencken, daß von Clavio, und andern die Proportion auch Proportionalitas genannt werde, welchen Nahmen aber Gregorius a S. Vincentio nur den Proportionen beyleget, welche aus zweyen Verhältnissen derer Verhältnisse zusammen gesetzt, ob sie schon nicht einander gleich sind, als: $\frac{3}{6} : \frac{2}{10} :: \frac{4}{8} : \frac{5}{25}$. Diese sind beyderseits, wie 2 zu 4, wie Herr Hof-Rath Wolff angemercket hat.

CAPUT VI.

Von der Proportione Arithmetica.

Was Proportio Arithmetica sey.

§. 1. Die Proportio Arithmetica ist nichts anders, als 2, oder: mehr Vergleichungen, so durch einerley Zahlen von einerley Art von einander unterschieden sind, oder: deren Unterschied gleich ist, als 2, 3 und 4, 5, oder: 5, 9, und 4, 8.

Wie deren Termini genannt werden.

§. 2. Die Zahlen, so in Vergleichung gebracht werden, heissen arithmetice proportionales, oder: æque differentes, und haben ihren Ursprung von der unterschiedlichen Menge der addirten Unitæten, deren die grössere so vielmehr in sich fasset, als die kleinere, so viel deren Differentz austräget.

Die

Die Arithmeticæ proportionales müssen homogeneæ seyn.

§. 3. Weil aber in den steigenden Vergleichungen die kleinere Zahl so viel weniger, als die grössere Zahl, hergegen in den fallenden die grössere Zahl, so viel mehr, als die kleinere, so folget, daß die Vergleichungen, so arithmetice proportionales seyn sollen, einerley Art, und alle zusammen, steigende, oder: fallende homogeneæ seyn müssen. z.E. So ist zwischen 7, 4: und 4: 7 zwar ein gleicher Unterscheid, aber in der steigenden Vergleichung ist 7 gleich 4 † 3, in der fallenden aber, ist 4 gleich 7–3; darum sind die beyden Vergleichungen nicht arithmeticæ proportionales.

Wie die Æquidifferentes geschrieben und ausgesprochen werden.

§. 4. Weil auch die Arithmetischen Proportionen, entweder aus unterschiedlichen, oder: einerley Mittel-Zahlen bestehen, so sind die Eigenschafften derselben, daß sie, entweder disjunctæ, oder: continuæ sind. z.E. Disjuncte sind 4,6,5,7, und werden geschrieben: 4. 6. ·.· 5. 7, und ausgesprochen: was für ein Unterscheid ist zwischen 4 und 6, solcher Unterscheid ist auch zwischen 5 und 7. Continuæ proportiones sind 6,8,10. Solche schreibet man —··— 6. 8. 10, und werden ausgesprochen: was für ein Unterscheid zwischen 6 und 8, solcher ist zwischen 8 und 10.

§. 5. Von den Disjunctis wollen wir zu erst handeln. Das erste Glied der Proportionalium von 4 Zahlen zusamt dem 4ten Gliede, ist gleich der Summa des andern und dritten Gliedes. z.E. 4. 6 ·.· 5. 7. sind Proportionales; darum soll 4 † 7, das erste Glied zusamt dem 4ten Gliede, gleich seyn 6 † 5, dem andern und dritten Gliede. Denn 6–4 = 2, und 7–5 = 2; (3.§.4.) Darum ist 4 † 2 = 6, und 5 † 2 = 7. (3.§.6.) Nun aber soll 6. 4 —··— 7. 5 seyn, nach der dritten

ten Aufgabe; darum ist 4†2†7=5†2†6, (1,2,2.§.6.) und 4†2†7-2=5†2†7-2, (1, 2, 2. §. 13.) das ist: 4†7 =6†5.

§. 6. **Hingegen wenn die Summa der beyden äussersten von 4 Zahlen, gleich der Summa der beyden mittelsten, so sind sie** Proportionales. z. E. Von 4,6,5,7, ist 4†7=6†5; darum sollen diese Zahlen arithmetice.proportionales seyn. Deñ es sey 4. 6 :· 5 7, so wird 6†5=4†7. Nun aber ist nach der Aufgabe 4 † 7=5†6; darum ist 6†5=6†5, (1,2,2.§.8.) und von 6 † 5-5=6†5-5, bleibet 6=6; (2.2.§.13.) darum ist 4. 6 :· 5.7.

§. 7. **Hieraus folget, daß die mittlern, oder: äussersten Glieder zweyer** Arithmetischen Proportional-**Vergleichungen, so** disjunctæ **sind, zugleich bekañt sind, wen entweder die mittlern, oder: äussersten bekañt sind, wen man nemlich das aanze der gegebenen Zahlen in seine** partes aliquantas **theilet.** z. E. Die beyden gegebenen äussersten Zahlen, sind 4 und 7, so ist davon die Summa 11, deren partes aliquantæ sind.

11

1	10
2	9
3	8
4	7
4 5	6 7
6	7
8	4
9	2
10	1

Sind die eingeschlossenen Zahlen die Termini medii zu 4 und 7.

Die beyden gegebenen mittlern Zahlen, sind 3 und 4, deren Summa ist 7, dieser Summæ partes aliquantæ,

7

7

6		1
5		2
4	3 :· 4	3
3		4
2		5
1		6

Und sind 3 und 4 die Termini medii zu den äusersten.

§. 8. Hieraus folget weiter, daß das 4te unbekannte Glied zu 3 gegebenen Gliedern einer Arithmetischen Proportion, alsdenn bekannt sey, wen man die beyden letzten gegebenen Glieder zu einander addiret, und die erste Zahl von der Summa abziehet. z. E. Es sind die gegebenen Zahlen 3. 5. 8, dazu soll die vierdte und letzte Zahl der andern Vergleichung gefunden werden; darum addiret man die mittlern Zahlen 5 und 8, ist 13, davon ziehet man 3 die erste Zahl ab, bleiben 10. Ist also die gantze Ver. 3. 5 :· 8. 10.

§. 9. Von 4 Arithmetischen Proportional-Zahlen, ist der Unterscheid zwischen dem Producte der mittlern Zahlen, und dem Producte der äusersten Zahlen gleich dem Producte von der Differentz der ersten und einer von denen mittlern Zahlen mit der Differentz zwischen derselben mittlern und der letzten Zahl. z. E. Wen 4. 8 :· 6. 10, so ist der mittlern Zahlen 8 mit 6, Product 48, von der äussersten Zahlen, 4 mit 10, Producte 40, unterschieden durch 8. Wen derowegen der Unterscheid zwischen der ersten 4, und einer von den mittlern Zahlen 8, wieder 4, und der Unterscheid von dieser 8 und dern andern mittlern 6 = 2, so ist 2 mit 4 multipliciret, wieder 8. Oder: der Unterscheid zwischen der andern mittlern Zahl 6, ist 2, solche mit dem Unterscheide zwischen 4 und 8, oder:

6 und 10, nemlich: 4 multipliciret, ist wieder 8, und also gleich der Differentz zwischen den Producten von 4 mit 10, und 6 mit 8, nemlich: 40 und 48. Denn weil die Differentz 4 zu 4. 8 :· 6. 10, ist 4 von 8 unterschieden, wie 6 von 10, durch 4, und 4†4 = 8, wie 4†6 = 10; (35.6.) folglich ist 8. 6 = 4. 6†6. 4. (1,2,2,25.) Weil auch 10–6 = 4 nach der Aufgabe, so ist 4. 10 = 4. 6†4. 4 = 4. 4†4. 6. per transpositionem. (2, 2, §. 33.) Nun aber 4. 6 = 4. 4†4. 2 die Differentz zwischen 4 und 6, so gleich der Differentz zwischen 8 und 10, sintemal 4† 10 = 6†8; (§. 5.) darum ist 8. 6 = 4. 10†4. 2, und die Differentz zwischen 8. 6, und 4. 10, ist gleich der Differentz von 4 dem Unterscheid von 4 und 8, multipliciret mit 2 dem Unterscheide zwischen 8 und 10, oder: dem Producte von 2 dem Unterscheide zwischen 4 und 6 mit 4 dem Unterscheide zwischen 6 und 10. Wobey zu mercken, daß wen die mittlern Termini der Grösse nach, also die mittlern zwischen den äussersten Terminis sind, daß ein jeglicher derselben grösser, als einer der äussern, und kleiner, als der andern derselben, so denn das Product der beyden mittlern grösser sey, als das Product der beyden äussersten, welches nicht geschiehet, so die mittlern Termini nicht also beschaffen, wie aus den Zahlen 4. 6 :· 5. 7 und 4. 2 :· 5. 3 zu ersehen.

§. 10. Vier Zahlen einer Arithmetischen Proportion, sind auch in vertendo, oder: inverse proportionales. z. E. Wen 4. 5 :· 8. 7 Proportionales sind, so folget, daß 5. 4 :· 8. 7 Proportionales inverten-do sind. Denn so viel die grössere Zahl grösser, als die kleinere, so viel ist die kleinere Zahl kleiner, als die grössere; (2, §. 6.) darum ist 4 so viel kleiner, als: 5, als 7 kleiner ist denn 8, und folglich ist 5 so viel grösser, als: 4, als 8 grösser den 7.

§. 11. Vier Arithmetische Proportional-Zahlen sind auch Alterne gleich. z. E. 4. 6 :· 5. 7, sind

Arith

Arithmetice proportionales; darum auch Alterne 4. 5 :· 6. 7. Denn wie 4†7=6†5, also ist 4†7=5†6, darum sind 4. 5 :· 6. 7 Arithmetice proportionales, (§. 5.) und folglich was vor ein Unterscheid zwischen 4 und 5, eben ein solcher Unterscheid ist zwischen 6 und 7. W. z. E.

§. 12. Wen man etliche Zahlen, und noch eben so viel dazu, also, daß 2 und 2 von jenen mit zweyen, und zweyen von diesen in einer Arithmetischen, entweder ordentlichen, oder perturbirten Proportion stehen, so sind die äussersten Zahlen einer jeglichen Ordnung proportionel. z. E. 4. 6. 8. 11, und 5. 7. 9. 12. hier stehen 4. 6 in der ersten Ordnung, und 5. 7 in der andern Ordnung ungleicher Proportion, desgleichen 6. 8, und 8. 11 in der ersten, und 7. 9, und 9. 12 in der andern, und zwar per æquationem ordinatam; ergo kann man sagen, daß die Extremi beyder Ordnungen 4. 11, und 5. 12, ex æquo proportionales sind. Denn weil die Differentzen der äussersten Zahlen aus den Differentzen der mittlern Zahlen zusammen gesetzt werden sollen in beyden Ordnungen, sie mögen ordinatæ, oder; perturbatæ proportionis seyn, gleich sind; so folget, daß auch beyder Summen gleich seyn müssen, und folglich die äussersten Zahlen zweyer Ordnungen in einer Arithmetischen Proportion stehen, wenn die mittlern Zahlen einer jeglichen mit einander proportional sind. Es werden diese Zahlen auch sonst continué æquedifferentes genannt. Denn wen die mittelste Zahl zweymal genommen, so wäre sie der Summa der äussersten gleich; und folglich wären die gegebene Zahlen proportionales. (§ 6.) Nun aber ist sie nur einmal gesetzt; daher folget, daß die gegebene Zahlen Proportionales seyn müssen, so die mittelste die Helffte von der Summa der äussersten Zahlen.

§. 16. Hat man also die beyden äussersten Zah-

len, so findet man die mittelste, wen man die Summa der äussersten mit 2 dividiret. z. E. Man hat 3: 7 die äussersten Zahlen einer Arithmetischen Vergleichung, solche addiret, sind 10, diese Summa in 2 dividiret, machet 5. Die mittlere Zahl, so zwischen 3 und 7 eine proportionem continuam machet. Stehet ordentlich ∴ 3. 5. 7.

§. 17. Wen eine der äussersten Zahlen, nebst der mittlern bekannt, so findet man die dritte, wen man die mittlere Zahl dupliret, und die bekannte äussere Zahl von der Suma subtrahiret. z. E. Man hat 3. 8 die erste äussere und die mittelste Zahl, so dupliret man 8, ist 16, und ziehet davon 3, bleiben 13, die letzte Zahl der Proportion ∴ 3. 8. 13. Oder: man hat 8. 13 die mittlere und letzte Zahl der Proportion, so ziehet man 13 von 16, bleiben 3 die erste Zahl der Proportion ∴ 3. 8. 13.

§. 18. Jegliche Mittel-Zahl von 3 æque differentibus muß eine gerade Zahl seyn, denn jegliche Zahl zweymal genommen, ist eine gerade Zahl. (3,3,4.) Nun aber wird zu allen æque differentibus die mittlere Zahl zweymal genommen; (§. 13.) darum muß sie gerade seyn.

§. 19. Wen zwey unterschiedliche Zahlen, entweder alle beyde gerade, oder: ungerade sind, so sind sie durch eine dritte Zahl æquedifferentes. z. E. 8 und 12 sind beyde gerade Zahlen; darum sind sie durch 10 æque differentes. It. 7 und 13, sind zwey ungerade Zahlen; darum sind sie durch 10 æquedifferentes. Denn jegliche mittlere Zahl von 3 æquedifferentibus muß eine gerade Zahl seyn. (§. 18.) Nun aber kann eine gerade Zahl nicht anders entstehen, als wen man 2 gerade, oder: 2 ungerade addiret; (3,3,8 & 10.) darum sind 2 gerade, oder: 2 ungerade Zahlen durch eine 3te Zahl æquedifferentes.

§. 20.

§. 20. Hieraus folget, daß die beyden äusser-sten Termini von jeglichen æque differentibus entweder 2 gerade, oder: 2 ungerade Zahlen seyn müssen. Denn von einer geraden, zusamt einer ungeraden, kann keine gerade Zahl kommen. (3,3,§ 9.) Nun aber soll die mittlere Zahl zer æquedifferentium allezeit gerade seyn; (§.18.) darum müssen die äusserSten Termini allezeit, entweder 2 gerade: oder 2 ungerade seyn.

§. 21. Das Product der mittlern Zahl von 3 æquedifferentibus mit sich selbst multipliciret, ist so viel grösser, als das Product von den beyden äussersten Grössen, als das Product der Differentz mit sich selbst multipliciret, ausbringet. z.E. Von 2.5.8 multipliciret 5 mit sich selbst, ist 25, dieses Product ist so viel grösser, als 2 mal 8, das ist: 16, † den Product der Differentz mit sich selbst multipliciret, 3 mal 3, das ist: 9 ausbringet. Denn von 4 Proportional-Zahlen, ist der Unterscheid zwischen dem Producte der mittlern Zahlen, und dem Producte der beyden äussersten Zahlen, gleich dem Producte von der Differentz der ersten, und einer der mittlern Zahlen mit der Differentz derselben mittlern, und der letzten Zahl. (§.9.) Nun aber sind die æque differentes von 3 Zahlen eine Proportion von 4 Zahlen, so die mittlere gedoppelt genommen wird; darum ist das Product der mittlern Zahl mit sich selbst multipliciret, so viel grösser, als das Product der beyden äussersten Zahlen, als die Differentz mit sich selbst multipliciret, ausmachet.

Von der Proportione arithmetica continua multiplici.

§. 22. Proportio arithmetica continua multiplex wird mit einem Worte progressio arithmetica genañt, und bestehet aus mehr, als 3 Zahlen weil aber die Differentz vieler Zahlen daraus entstehet, daß die Zahl grös-

ser wird, wen man die Differentz zu der kleinern addiret, oder: kleiner wird, wen man solche von der grössern abziehet, so folget: daß Progressio arithmetica crescens, oder: zunehmend sey, wen die Differentz, oder: einerley zu der kleinern beständig addiret wird; daß sie hergegen decrescens, oder: abnehmend sey, wenn eben die Zahl von der größten beständig subtrahiret wird. z. E. 1.5.9.13.17.21.25.29 ꝛc. ist eine Progressio arithmetica crescens; weil diese Zahlen beständig durch 4 zu nehmen. 30.27.24.21.18.15.12.9.6. 3 aber, ist eine Progressio arithmetica decrescens; weil diese Zahlen beständig durch 3 abnehmen.

§. 23. Die Arithmetische Progression kann in unendlich viele Arten eingetheilet werden, welche unterschieden werden nach der sonderbaren Art, theils der Differentz unter den Gliedern der Proportion, theils des kleinesten Gliedes, womit die aufsteigende Progression sich anhebet, oder: eine absteigende Progression sich endiget. Die Differentz, wodurch eine Zahl aufsteigen kann, ist: 1. 2. 3. 4, ꝛc. und so auf eine unendliche Weise weiter, das kleineste Glied einer Progression ist, wovon die Differentz, dadurch die Zahlen aufsteigen, oder: fallen, nicht mehr abgezogen werden kann. Wiewol man auch sonst das kleineste Glied einer Progression nennen kann, welches das geringste unter den steigenden, oder: fallenden Progressionen ist.

Was Progressio naturalis sey.

§. 24. Die Progression, so sich von 1 anfänget, und durch 1 aufsteiget, ist die natürliche Ordnung der Zahlen, und wird deswegen Progressio naturalis genañt, und kann uns lehren, wie offtmals alle zahlbare Dinge können umgesetzet werden, nemlich: so viel die kleineste Zahl mir der andern, die andere mit der dritten, die dritten, die dritte mit der vierdten multipliciret, ausmachet. z. E. Es

wird

wird gefraget: wie viel man a. b, c, d. e. umsetzen kann, so multipliciret 1 mit 2, das Product 2 mit 3, kommen 6, solche mit 4, kommen 24, solche mit 5, kommen 120, so vielmal kann a. b. c. d. e umgesetzet werden.

§. 25. **Wenn das kleineste Glied einer arithmetischen Progression 1 ist, und sie durch 2 aufsteiget, so bestehet sie in lauter ungeraden Zahlen.** z. E. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 17. 19 21. 23. 25. deren sonderbare Eigenschafft ist, das alle Quadrat Cubic und figurliche Zahlen von einer jeden geometrischen Progression die sich von 1 anfänget, aus ihren Gliedern zusammen gesetzt werden. Denn was die Quadrat-Zahlen betrifft, so ist 1 ihr eigen Quadrat und Cubus, addiret man aber die ersten beyden Glieder 1. 3, so hat man das Quadrat von 2, nemlich: 4, addiret die ersten drey Glieder 1. 3. 5. so hat man das Quadrat von 3, nemlich: 9; addiret man die ersten vier Glieder 1. 3. 5. 7, so hat man das Quadrat von 4, nemlich: 16, u. s. w. Desgleichen ist 1 der Cubus sein selbst hernach addiret man das andere und dritte Glied 3. 5, so hat man den Cubum von 2, nemlich: 8, hernach die folgende 3 Glieder 7. 9. 11, so hat man den Cubum von 3, nemlich: 27, hernach die folgende 4 Glieder 13. 15. 17. 19, so hat man den Cubum von 4, nemlich: 64; hernach die folgende 5 Glieder 21. 23. 25. 27. 29, so hat man den Cubum von 5, nemlich: 125. So gehets mit den figurlichen Zahlen, so von 1 anfangen, wie solches in arithmetica figurata demonstriret wird.

§. 26. **Von einer arithmetischen Progression, ist die Summa der äussersten Glieder, gleich der Summa jeglich zwey Glieder, so in gleicher Distantz von einander stehen.** Oder: so die Anzahl der Glieder ungleich, alsdan ist der Extremorum Summa noch einmal so viel, als das mittlere Glied. z. E. Die Progression sey 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22, so ist deren von 1 † 22

gleich 4†19, 7†16, 10†13. Oder: so die gegebene Zahlen, 2,6,10,14,18,22,26, so ist 2†26 = 6†22 = 10†18 = 14†14. Denn jegliche arithmetische Proportion von ihrer äussersten Glieder Summa, ist gleich dem Duplo der mittlern Zahl. (§. 5.) Nun aber haben alle Termini, so in gleicher Distantz von den äussersten stehen, wie auch die mittlern Termini gleiche Differentzen; (§.22.) darum ist die Summa der äussersten Glieder solcher Progression, gleich der Summa der mittlern, so in gleicher Distantz von einander stehen.

§. 27. **Wie im übrigen der arithmetischen Progression Differentzen derselben Glieder, oder: derselben Summa gefunden werden können, solches werden folgende §. §. anzeigen.**

§. 28. **Die Anzahl der Terminorum einer arithmetischen Progression weniger 1, giebet die Anzahl ihrer Differentzen.** z. E. 2,5,8,11,14,17,20, ist eine arithmetische Progression von 7 Terminis; darum soll die Anzahl ihrer Differentzen 6 seyn. Denn wen die mittelsten Termini allezeit doppelt genommen, so wird die Progression aus 12 Terminis bestehen, deren Helffte ist 6. Denn zu jeder Differentz werden 2 Zahlen gebrauchet. So man also 1 von der Anzahl der Terminorum abziehet, bleibet die Anzahl der Differentzen.

§. 29. **Wen man von dem gröβren Termino einer arithmetischen Progression den kleinesten subtrahiret, so ist der Rest gleich der Summa der Differentzen von solcher Progression.** z. E. Von 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 ist der gröste Terminus 20, und der kleineste 2; darum soll 20–2 die Summa der Differentz 3†3†3†3†3†3 seyn. Denn eine jede Progression entstehet daher, daß man die Differentz zu dem kleinesten Termino allezeit addiret; (§. 22.) darum bleibet die

Sum-

Summa der Differentzen, so man die kleineste Zahl einer solchen Progression von der grössesten subtrahiret.

§. 30. **Wen man den kleinesten Terminum einer arithmetischen Progression von den grösten subtrahiret, und der Rest durch die Anzahl der Terminorum weniger 1 dividiret wird, so ist der Quotient die Differentz der Terminorum solcher Progression.** z. E. 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, ist eine arithmetische Progression von 7 terminis; darum soll 20 −2: 7−1 = 3 die Differentz von solcher Progression seyn. Denn 20−2 = 3+3+3+3+3+3 = 18 die Summa der Differentzen. (§. 29.) Ferner ist 7 − 1 = 6 die Anzahl der Differentzen; (§. 28.) darum ist 18 : 6 = 3 die Differentz der Progression.

NB. Wen der Rest von dem ersten und letzten Termino nicht in die Zahl der Terminorum aufgehet; so kann die Differentz in gantzen Zahlen nicht angegeben werden.

§. 31. **Und wen denn die beyden äussersten Glieder, und die Anzahl der Glieder einer arithmetischen Progression bekannt sind, so sind deren mittlere Glieder daraus zu schliessen, wen man die gefundene Differentz beständigst zu dem kleinesten Gliede addiret.** z. E. Die äussersten Glieder einer arithmetischen Progression von 5 Glieder, sind 3 und 11, so ist nach dem vorhergehenden § die Differentz dieser Progression 2, solche zu 3 addiret, ist 5, dazu wieder 2 addiret, sind 7, dazu wieder 2 addiret, sind 9, und ist also die gantze Progression 3. 5. 7. 9. 11. (§. 22.)

§. 23. **Wen man von der Anzahl der Glieder einer arithmetischen Progression 1 abgezogen, und den Rest mit der Differentz multipliciret, so bringet das Product das gröste Glied, wen es zu dem kleinesten addiret wird, wird es aber von dem grösten Gliede abgezogen, so bleibet das kleineste Glied.**

Glied. z. E. Wen man eine Progresſion von 5 Gliedern hat, deren Differentz 2, und ihr kleineſtes Glied 3, ſo ziehet man 1 ab von 5, bleiben 4, ſolche mit der Differentz 2 multipliciret, ſind 8, und zu dem kleineſten Glied 3 addiret, ſo iſt 11 das gröſte Glied. Herentgegen 8 von 11 ſubtrahiret, bleibt 3 das kleineſte Glied. Denn 3, 3†2, 3†4, 3†6, 3†8, ſind die Glieder der ſteigenden, und 3†8, 3†6, 3†4, 3†2 und 3, ſind die Glieder fallenden Progresſion. (§.22.) Nun aber iſt die Anzahl der Glieder 5–1=4, (§.28.) und 4. 2=2†2†2†2=8, die Summa der Differentzen; (§.30.) darum iſt 3†8=11, und 11–8=3. (§.31.) Wen aber die Summa der Differentiarum von einem vorgegebenen Terminо maximo nicht kann abgezogen werden, ſo kann die angegebene Zahl keine arithmetiſche Progresſion ſeyn. (§.31.)

§. 33. Daraus folget, daß jegliches Glied einer arithmetiſchen wachſenden, oder: abnehmenden Progresſion, ohne die mittlern Glieder zu achten, könne gefunden werden, wen der verlangte Terminus vor den gröſten, oder: kleineſten geachtet wird. z. E. Man wollte den 5ten Terminum einer wachſenden arithmetiſchen Progresſion wiſſen, deren kleineſtes Glied 2, und die Differentz 7 wäre. So kann ſolches nach der Aufgabe des (32.§.) geſchehen, wen man den 5ten für den gröſten Terminum ſolcher Progresſion achtet, und alſo 1 von demſelben abziehet, den Reſt 4 mit 7 multipliciret, ſo iſt das Product 28 † 2 =30, dem gröſten Gliede der Progresſion 2, 9, 16, 23, 30. Oder: man will wiſſen, welcher der dritte Terminus von dieſer Progresſion ſey, ſo zählet man von 3 bis 5, ſind incluſivè 3 Termini. Von 3–1 bleiben 2 mit 7, der Differentz multipliciret, iſt, 14, und 30 der gröſte Terminus, davon 14, läſt 16, den 3ten Terminum der Progreſſion 2, 9, 16, 23, 30.

§.34.

§. 34. **Wen das kleinere Glied von der grössern abgezogen, und der Rest in die Differentz dividiret wird, so giebet der Quotient zu 1, addiret die Anzahl der Glieder einer arithmetischen Progression.** z. E. Die äussersten Glieder einer Progression, sind 3 und 11, und deren Differentz ist 2; darum subtrahiret 3 von 11, bleiben 8, in 2 dividiret, kommen 4, dazu 1 addiret, ist 5 die Zahl der Glieder dieser Progression. Denn die Anzahl der Differentzen einer solchen Progression, ist 1 weniger, als die Anzahl ihrer Glieder. (§.28.) Nun aber bleibet die Summa der Differentzen, wen das kleineste Glied von dem grösten abgezogen wird, (§.29.) und der Quotient von der Differentz in deren Summa dividiret, zeiget an, wie offt die Differentz in einer Progression gebrauchet, und also die Anzahl der Differentz; darum ist solcher Quotus zu 1 addiret, die Anzahl der Terminorum.

NB. Wen der Rest von einem angegebenen grösten und kleinesten Gliede in die Differentz nicht theilbar, so ist ist es vergeblich einige Progressional-Terminos zwischen solchen Zahlen zu suchen.

§. 35. **Wen die Summa der beyden äussersten Glieder einer arithmetischen Progression mit der Anzahl ihrer Glieder multipliciret wird, so ist die Helffte des Products die Summa aller Glieder einer arithmetischen Progression.** z. E. Es sey eine arithmetische Progression von 24 Terminis, deren kleinester Terminus 2, und der grösste 71. So addiret 71 zu 2, ist 73, solche multipliciret mit 24, ist 1725, davon die Helffte 876, ist die Summa aller Terminorum solcher Prngression. Denn aller mittlern Glieder, so auf gleiche Weise von einander stehen, Summa, ist gleich der Summa der beyden äussersten Glieder; (§.26.) darum begreiffet die Summa der beyden äussersten Glieder mit der Anzahl der Terminorum multi-

pli-

pliciret, so offt das Aggregat der aussersten, als 2 Termini in derselben enthalten, und folgliche die Summa aller Terminorum 2 mal; darum ist deren Helffte die Summa aller Terminorum.

§. 36. **Wen die Summa der Terminorum einer arithmetischen Progression verdoppelt in das Aggregat der äussersten Glieder dividiret wird so giebet der Quotient die Anzahl der Terminorum.** z. E. Die Summa der Terminorum einer arithmetischen Progression sey 876, solche gedoppelt, ist 1752. Da nun die Summa der äussersten Glieder 2†71=73, so ist 1752: 73=24 die Anzahl der Glieder. Denn 2†71. 24=1752=876. 2; darum ist 876=1752: 2, und 1752: 2†71=24. (1,2,2,§.39.)

§. 37. **Herr Hof-Rath Wolff in seinem** Lexico p. 1102. **gedencket noch einer** arithmetischen Progression, **welche er** compositam **nennet, und darunter verstehet eine Reihe Zahlen, deren anderer, dritter, oder: vierdter Unterscheid, u. s. w. einander gleich ist.** Ist der andere Unterscheid gleich, so nennet man sie Progressionem arithmeticam secundi gradus, davon sind die Quadrat Zahlen, und wird deren Unterscheid gefunden, wen man die ersten Unterscheide von einander subtrahiret. Denn weil die Quadrate aus solchen Zahlen zusammen gesetzt, die von eines durch 2 aufsteigen; (§.24.) so folget, daß sich im ersten Abzuge derselben die Zahlen darstellen davon sie zusammen gesetzt, und im andern Abzuge sich ihre Differentz hervor thun, und entstehen aus solchen Zahlen, die aus einer Differentz zusammen gesetzten Zahl mit einer andern aufsteigen. z. E. Von 1 ist durch die Differentz 2 entstehenden 3, wen also 3 mit 1 zu 4 gufsteiget, so ist 4 der Numerus compositus, und wen von 1-3 zusamt der Differentz 2 entstanden 5, so ist 1†3 zu 5 addirt 9 der andere Numerus arithmetice progressiona-

sionalis secundi gradus, wozu 4 aufsteiget. z.E. kan man ansehen folgende 2 Tarifs.

1	1	0		3	1	0
4	3	2		9	6	3
9	5	2		18	9	3
16	7	2		30	12	3
25	9	2	oder:	45	15	3
36	11	2		63	18	3
49	13	2		84	21	3
64	15	2		108	24	3
01	17	2		235	27	3
100	19	2		165	30	3

Hier stellen die ersten Reihen vor, die mit den aus einer Differentz 2 und 3 zusammen gesetzten Zahlen. Die andere, die mit der Differentz zusammen gesetzte Zahlen. Die dritte, die Differentz, welche gefunden, wen man die in der ersten Reihe gefundeene Zahlen von sich subtrahiret, und solche zum andern male wieder subtrahiret.

§. 38. Hieraus folget, daß die Zahlen dieser Progressionis compositæ, so offt zu einen höhern Grade aufsteige, so offt die Zahlen des vorhergehen Gradus unter sich also addirer werden, daß man zuerst die ersten zwey, und hernach zu deren Summa die dritte nimt, und also die Zahlen des andern Gradus also addiret, so entsteher daher Propresio arithm. tertii gradus, dessen Differentz in der dritten Subtraction gefunden wird, wie folgendes Tarif ausweiser.

1	1	1	0
6	5	4	3
18	12	7	3
40	22	10	3
75	35	13	3
126	51	16	3
196	70	19	3

Werden die Zahlen des 3ten Gradus addiret, so entstehet daher Progressio arithm. quarti gradus, und weiter.

§. 40. Folgen einige Exempel durch die arithmetischen Progressionen nach dem §. 29. zu verfertigen.

1) Einer Kaufft einen Ring von 32 Hacken, soll den ersten vor 1, den andern vor 2 pf. und die übrigen einen jeglichen vor 1 pf. theurer bezahlen, ist die Frage: was er davor gegeben?

2) Fraget sich, wie vielmal der Kleppel an die Glocke von 1 bis 12 schlagen müsse?

3) Einer gräbet einen Brunnen von 60 Fuß tief, ist die Frage, was er vor demselben empfangen, wenn ihm vor dem ersten Furß 2 gr. vor dem andern 5, und vor jeglichen den übrigen 3 gr. mehr gelobet?

4) Wen eine Armée von 56 Gliedern soll gestellet werden, daß sie im ersten Glied 4 Mann hoch, im andern 8 Mann hoch, und im folgenden Gliedern immer 2 Mann mehr stehen können, so fräget sich, wie viel Soldaten zu solchen Gliedern erfordert werden?

5) Wen man von einen Capitale, so man auf 6 Jahr verliehen, das erste Monat 4 gr. Zinse, das andere 9 gr. und also alle Monate 5 gr. mehr heben soll, so fräget sich, wie viel Zinse man nach 6 Jahren zu erwarten?

6) Wen von 9 Kindern das älteste 24 Jahr alt, und

das

das jüngste 8 Jahr, und sie an Jahren von einander gleich unterschieden, so ist die Frage nach der Jahre Unterschied.

7) Wen ein reicher Mann sein Capital also getheilet wissen will, daß der erste seiner Erben 300 fl. der andere 320, und der folgende allezeit 20 fl. mehr bekommen, und der letzte 400 fl. empfähet; so fräget sich, wie viel Erben dazu gewesen.

§. 41. **Weil auch die Erfindung der Magischen Quadrate sich auf die Arithmetische Progression gründet, so wollen wir hier davon Anweisung thun** Es ist aber ein Magisches Quadrat, welches in verschiedene kleine also eingetheilet worden, daß darin Zahlen von einer Arithmetischen Progression dergestalt versetzet worden, daß alle Summen in einer Horizontal-oder Vertical-Reihe gleich sind der Summe in der Diagonal-Reihe. Und geschiehet deren Structur also, daß man erstlich die kleineste äussere Zahl der Arithmetischen Progression suchet, so sich zu der gegebenen Zahl schicket, welches vollbracht wird, so man die Anzahl der Felder mit einander multipliciret, davon 1 subtrahiret, des Restes Helffte mit der Anzahl der Felder multipliciret, und das Product von der zur Summa der Terminorum progressionis gegebenen Zahl abziehet, und solche wieder durch die Anzahl der Felder dividiret, so ist das Quotum die kleineste Zahl. Hat man solche kleineste Zahl gefunden, so läst man solche allezeit 1 aufsteigen, bis man so viel Zahlen gefunden, als Felder seyn sollen, und schreibet solche ins viereckigte unter einander. Sind die Felder ungerade Zahlen, so lässet man die Eck-Zahlen also aus, daß in der obersten und untersten Reihe nur eine stehen bleibe, von der andern Reihe unten und oben zwey, von der dritten 5, u. s. w. bis an die mittlere Reihe, so gantz stehen bleibet. Die ausgelöschten Zahlen aber werden also

rangiret, daß man die äussersten Eckzahlen der ersten Reihe, in die erste Reihe nach der längsten Reihe also setzet, daß man die hinterste Zahlen forne, und die forderſten hinten setzet, u. s. w. wie im Exempel zu sehen. z. E. 80 soll durch ein quadratum magicum von 5 mal 5 Feldern vorgestellet werden, so suchet man erstlich den kleineſten Terminum. Darum multipliciret man die Anzahl der Felder mit sich selbst, ist 25, davon 1 abgezogen, bleiben 24, davon die Helffte ist 12, solche mit 5 multipliciret, kommen 60, solche von 80 subtrahiret, bleiben 20, solche in 5 dividiret, ist 4 die kleineste Zahl, solche lässet so lange mit 1 aufsteigen, bis man 5 mal 5 Zahlen in Quadrat heraus gebracht.

4. 5. 6. 7. 8.
9. 10. 11. 12. 13.
14. 15. 16. 17. 18.
19. 20. 21. 22. 23.
24. 25. 26. 27. 28.

Hievon lässet man die Zahlen 4. 5. 9 forne, 7. 8. 13 hinten, oben, und 19. 24. 25 forne, und 23 27. 28. hinten unten ausbleiben. Stehet also:

6

10. 11. 12
14. 15. 16. 17. 18
20. 21. 22.
26.

Zu diesen setzet man die ausgelöschten Eck-Zahlen. Als aus der ersten Reihe 4. 5. 7. 8 unter die längste Reihe, 14. 15. 16. 17. 18 umgekehrt, daß 7 und 8 forne, und 4 und 5 hinten zu stehen kommen. Die ausgestrichenen Zahlen aus der ersten Reihe, über die längste Reihe umgekehrt, daß 27 und 28 forne, und 24 und 25 hinten zu stehen kommen. Die ausgestrichenen Zahlen

len aus der andern Reihe von oben, setzet man in die dritte Reihe von der längsten Reihe, daß 8 forne, und 4 hinten, und 23 forne und 29 hinten zu stehen kommen. Stehet das Exempel wie folget:

6.
23. 19.
10. 11. 12
27. 28. 24. 25.
14. 15. 16. 17. 18.
7. 8. 4. 5.
20. 21. 22.
13. 9.
26.

Oder: in Quadrat-Form.

	6	19	12	25	18	80
	23	11	24	17	5	80
	10	28	16	4	22	80
	27	15	8	21	9	80
	14	7	20	13	26	80
80	80	80	80	80	80	80

Wen aber die gegebenen Fächer in grader Anzahl sind, so werden die Zahlen etwas anders rangiret.

Denn wen z. E. 4 mal 4 Felder rangiret werden sollen, so schreibet man die Zahlen von der ersten kleinesten Zahl vor sich, und lässet sie mit 1 aufsteigen, als:

1. 2. 3. 4.
5. 6. 7. 8.
9. 10. 11. 12.
13. 14. 15. 16.

Darauf nimt man die beyden mittelsten Zahlen aus der ersten und letzten Reihe, und die beyden äussersten aus der andern und dritten Reihe.

1	—	—	4
—	6.	7.	—
—	10.	11.	—
13	—	—	16.

Die ausgelöschten aus der letzten setzet man umgekehrt in die erste Reihe, und die aus der ersten Reihe umgekehrt in die letzte Reihe. Die hinterste von der dritten Reihe, forne in die andere Reihe. Die forderste von der andern hinten in die dritte Reihe. Die forderste von der dritten Reihe hinten in die andere, und die forderste von der zweyten Reihe hinten in die dritte. Stehet das Exempel also:

34	1	15	14	4	34
34	12	6	7	9	34
34	8	10	11	5	34
34	13	3	2	16	34
34	34	34	34	34	34

CAPUT VI.

Von der Propotione Geometrica.

Was eine Geometrische Proportion seye.

§. Die Geometrische Proportion bestehet in der Gleichheit zweyer, oder: mehrer Verhältnisse gegen einander, oder: in einer Reihe Zahlen, die nach einen Exponenten ab, oder: zunehmen. §. E. 3. 6. 12. 25 ist eine Reihe Zahlen, so einen Exponenten 2 haben; darum sind sie Geometrice proportionales.

Von

Von der Benennung dieser Zahlen.

§. 2. Dieser Art Zahlen werden vornemlich mit dem Namen der Proportion beleget, und wen die alten von der Proportion reden, so reden sie von der proportione geometrica, wen sie nicht ausdrücklich der Differentz gedencken. Die Zahlen aber, so in solcher Vergleichung stehen, heissen Geometrice proportionales.

Aus wie viel Zahlen eine Geometrische Proportion zu wenigsten bestehe.

§. 3. Weil aber jegliche Verhältniß aus zweyen Zahlen bestehet, so folget, daß, wie eine Arithmetische, also auch zu einer jeglichen Geometrischen Verhältniß zum wenigsten 4 Zahlen erfordert werden. Wo aber nur 3 Zahlen in solcher Proportion gebrauchet werden, da muß man die mittelste gedoppelt nehmen.

Worin sie eigentlich bestehe, und von der arithmetischen unschieden sey.

§. 4. Wie die Arithmetische Proportion darin bestehet, daß die gegen einander gehaltene Zahlen auf gleiche Weise unterschieden, und eben die Zahl zum Reste lassen; also bestehet die Geometrische Proportion darin, daß die gegen einander gehaltene Zahlen eben den Exponenten haben.

Wie sie in disjunctam & continuam unterschieden.

§. 5. Wie die Arithmetische Proportion in disjunctam & continuam eingetheilet wird, so unterscheidet man auch die Geometrische in disjunctam & continuam. Wen demnach die mittlere Glieder einer solchen Proportion ungleich sind, so wird sie disjuncta genannt, und insgemein also geschrieben 3 : 6 :: 4 : 8. Der Herr von Leibnitz aber schreibet sie füglicher also: 3 : 6 = 4 : 8, und wird also ausgesprochen: wie sich 3 verhält zu 6, so verhält sich 4 zu 8. Sind aber die mit-

lern gleich, so heisset die proportio continua, und wird also geschrieben ∴ 3 : 6 : 12, wird aber ausgesprochen: wie sich verhält 3 zu 6, so verhält sich 6 zu 12 Wen aber 2, oder: mehr Verhältnisse nicht eben den Exponenten haben, so sind sie ungleich, und so das erste grösser, als das andere, so wird solches angezeiget mit $>$; ist es aber kleiner, als das andere, so bemercket man solches durch das Zeichen $<$. z. E. 4 : 8 und 3 : 9, sind 2 Verhältnisse, deren erstes grösser, als das andere, solches bemercket man also: $\frac{4}{8}$, oder: $\frac{1}{2} > \frac{3}{9}$, und wen 8 : 4, 9 : 3 zwey Verhältnisse, deren erstes kleiner, als das andere, so bemercket man solches also: 8 : 4 = 2 < 9 : 3 = 3.

§. 6. Die Zahlen, so entweder zu eben der Zahl proportional sind, oder: zu den eben die Zahl proportional ist, sind unter sich gleich. z. E. a. b c stehen mit d in gleicher Proportion, und d mit a. b. c. Ergo sind a. b. c unter sich gleiche Zahlen. Denn weil sowol jegliche Zahlen von a, b, c eine gleiche Verhältniß zu d haben, und d eine gleiche Verhältniß zu jeglicher von den Zahlen a, b, c hat, nach der Aufgabe; so folget, daß a, b, c in d dividiret, und d in a, b, c, dividiret eben den Quotienten haben, (3. 17.) und das a, b, c unter sich gleich sind.

§. 7. Wen auch 2 Verhältnisse einer dritten ähnlich, so sind sie auch unter sich selbst ähnlich, und alle ähnliche Verhältnissen, so den ähnlichen ähnlich sind, sind unter sich ähnlich. z. E. 3 : 6 = 4 : 8 sind 2 Verhältnisse, so einer dritten 5 : 10 ähnlich; darum sind sie auch ähnlich unter sich. Und alle Verhältnisse, so 5 : 10 ähnlich, sind auch unter sich ähnlich. Denn die Verhältnisse, so einer dritten ähnlich, sind mit eben der dritten einerley. (3. §. 53.) Da nun 3 : 6 und 4 : 8 = 5 : 10 nach der Aufgabe, so ist auch 3 : 6 = 5 : 10. (2, 2, §. 8.) Welches das erste, so zu erweisen. Ferner ist 5 : 10 = 4 : 8, wie vorhin erwiesen; darum

ist

ist 3 : 6 = 4 : 8, und da 5 : 10 = 7 : 14, so ist auch 7 : 14 = 4 : 8 und 3 : 6.

§. 8. **Von vier geometrischen proportional-Zahlen, ist das Product der beyden äussersten gleich dem Producte der beyden mittelsten.** z. E. 3 : 9 = 4 : 12, so ist von den äussersten Gliedern 3. 12 das Product 36. Desgleichen von den mittlern Gliedern 4. 9 das Product 36. (2,2,§.37.)

§. 9. **Wen von 4 Zahlen das Product der äussersten Zahlen gleich ist dem Producte der mittelsten Zahlen, so sind sie geometrische proportionales.** z. E. Von 4,2,6,3, ist das Product der äußersten Zahlen 4. 3 = 12, und desgleichen das Product der mittlern Zahlen 2. 6 = 12; darum sollen diese vier Zahlen proportional seyn. Denn 4. 6 ist zu 4. 3, wie 4 6 zu 2. 6. (2,2,§.22.) Nun aber ist 2. 6 = 4. 3 nach der Aufgabe; darum wie 4 zu 2, so ist 6 zu 3. (2,2,8.)

§. 10. **Ferner folget, daß, wo 3 Glieder einer** Geometrischen Proportion 5 : 6 = 10 : 12, **nemlich: die beyden mittlern** 10, 6, **und eins der aussern** 5, **oder:** 12, **oder: die beyden äussersten** 5, 12, **und eins der mittlern** 10, **oder:** 8 **bekannt, das übrige bekannt werde, wen die zwey äussersten** 5 **und** 12, **oder: die beyden mittlern** 10 **und** 6 **mit einander multipliciret, und das** Product **der beyden äussern** 5 **und** 12 **durch die dritte bekannte** Zahl **dividiret wird.** z. E. Es sey von der Proportion 5 : 10 = 6 : 12 bekannt 10, 6, 12, so soll die erste bekannt werden; darum multipliciret 10 mit 6, ist 60, solche in 12 dividiret, ist 5, die erste Zahl der Proportion. Ist bekannt 5, 6, 12, so multipliciret 5 mit 12, ist 60, solche in 6 dividiret, ist 10, die andere Zahl der Proportion. Ist bekannt 5, 10, 12, so ist 5 mal 12 = 60, solche in 10 dividiret, ist 6 die dritte Zahl der Proportion. Ist bekannt 5, 10, 6, so ist 10. 6 = 60, solche in 5 dividiret, ist

12, die vierdte Zahl der Proportion. Denn das Product der äussersten Zahlen einer Geometrischen Proportion, ist gleich dem Producte von den mittelsten Zahlen; (§. 8.) darum muß das Product der mittelsten in die hinterste Zahl dividiret, die erste und in die forderste Zahl dividiret die letzte: Item, das Product der äussersten in die andere, die 3te und in die 3te die andere Zahl solcher Proportion geben. (2, 2. §. 39.) Desgleichen, wen die beyden äussersten Zahlen bekannt; so findet man die beyden mittlern, wen man die beyden gegebenen Zahlen mit einander multipliciret, und das Product in eine beliebige Zahl, darin es aufgehet, dividiret; alsdenn so ist der Divisor die erste, und das Quotum die andere mittlere Zahl. z. E. Die gegebenen Zahlen seyn 6 und 8; so ist 6. 8 = 48 diese 48: 4 = 12, und soll 6: 4 = 12: 8. seyn. Denn wen 48: 4 =, so ist 4. 12 = 48. (2, 2, §. 37.) Nun aber ist 6. 8 = 48 nach der Aufgabe; darum ist 6: 4 = 12: 8. (§. 8.)

§. 11. Wen eine Zahl 30 durch 2 unterschiedliche Zahlen 6 und 10 dividiret wird, so sind diese beyde Zahlen 6 und 10 per Reciprocationem mit denen Quotienten 5 und 3 proportional, und man kann sagen: 6: 18 = 3: 5. Denn 6. 5 = 30, und 10. 3 = 30; (2, 2, §. 39.) darum ist reciproce, oder: converse 6: 10 = 3: 5. (§. 8.)

§. 12. Wen 4 Zahlen 5: 10 = 4: 8 geometrico proportional seyn; so folget per inversionem, oder: inversè, daß auch 10: 5 = 8: 4. (2, 2, §. 36.) Sintemal durch diese Inversion nur eine Veränderung der Stellen von den Gliedern geschiehet, und die Glieder unverändert bleiben.

§. 13. Wen 4 Zahlen 2: 8 = 4: 16 geometrice proportionales, so folget per alternationem, oder: alterne, daß 2: 4 = 8: 16. (2, 2, §. 45.)

§. 14. Hieraus folget, daß wen a : b = c : d, und b = d, alsdenn auch a = c. Denn a : c = b : d, (§. 13.) und b = d nach der Aufgabe; darum ist a = c. (3. 17.)

§. 15. Ferner, wen b : a = d : c, und b = d, so ist a = c. Denn a : b = c : d; (§. 12.) darum ist a = c (§. 14.)

§. 16. Wen etliche Zahlen 3, 6, 9 und derselben noch einmal so viel 2, 4, 6, die also mit einander proportional sind, daß allezeit die 2 nächsten von diesen einerley Verhältniß haben, es mag denn ihre proportio ordinata, wie hier, oder: perturbata seyn, wie 2, 4, 12, und 3, 9, 18, so sind ihre äusserſten Glieder 3 : 9, und 2 : 6, oder: 2 : 12, und 3 : 18, ex æquo, oder: æque proportional unter sich. Denn was die ordinatam betrifft, so ist 3 : 6 = 2 : 4, und 6 : 9 = 4 : 6 nach der Aufgabe, wie auch 3 : 2 = 6 : 4, und 6 : 4 = 9 : 6; (§. 13.) folglich 3 : 2 = 9 : 6, (§. 7.) und 3 : 9 = 2 : 6. (§. 13.) Was die perturbatam betrifft, so ist 2 : 4 = 9 : 18. Gesetzt nun, daß 4 : 12 = 18 : 54, so ist 2 : 12 = 9 : 54. (3. 13.) Nun aber ist auch 4 : 12 = 3 : 9 nach der Aufgabe; darum ist 3 : 9 = 18 : 54, (§. 7.) und 3 : 18 = 9 : 54, (§. 13.) wie endlich 2 : 12 = 3 : 18. (§. 7.)

§. 17. Wen demnach die gegebene Zahlen 3, 6, 9, und 2, 4 6, und 3 : 6 = 2 : 4, wie 9 : 6 = 6 : 4, da auch 9 : 6 = 6 : 4, (§. 12.) so ist ex æpuo 3 : 9 = 2 : 6.

§. 18. Wen auch 2, 4, 10, und 3, 6, 15, und 2 : 4 = 3 : 6, wie 2 : 10 = 3 : 15, da auch 4 : 2 = 6 : 3 (§. 12.); so ist ex æquo 4 : 10 = 6 : 15. (§. 16.)

§. 19. Wen desgleichen 2, 4, 10, und 3, 6, 15, und 2 : 4 = 3 : 6, wie 10 : 2 = 15 : 3, und da auch 2 : 10 = 3 : 15; (§. 12.) so ist ex æquo 4 : 10 = 6 : 15.

§. 20. Wen 2, 4, 12, und 3, 9, 18, (§. 18.) und 2 : 4 = 9 :

4=9:18, wie 12:4=9:3. Da auch 4:2=18:9 (§.12.) so ist ex æquo 2:12=3:18.

§. 21. Wen desgleichen 2,4,12, und 3,9,18, und 4:2=18:9, wie 4:12=3:9. Da auch 2:4=9:18 (§.12.); so ist ex æquo 2:12=3:18. (§.16.)

§. 22. Wen unter 2,4,12, und 3,9,18, und 4:2=18:9, und 12:4=9:3. Da auch 4:12=3:9 (§. 12.) so ist 2:12=3:18 (§.19.)

§. 23. Ausser diesen Schlüssen mögen noch so viel andere Schlüsse von den Geometrischen Proportionen gemacher werden, so viel mal nemlich: in der Operation von gleichen Verhältnissen, gleiche Verhältnisse entstehen können. Diesemnach kann von demselben ferner gesagt werden, daß gleiche Verhältnisse entstehen können, per compositionem, oder: wie es andere nennen, per Syllepsin. Es ist aber diese Composition nichts anders, als wenn von gleichen Verhältnissen, durch ihre foder, oder: Hinter-Glieder, oder: aller beyder Addition andere gleiche Verhältnisse heraus gebracht werden, und man spricht von solchen Verhältnissen: daß sie per Compositionem, oder Syllepsin gleich sind. Hievon sind folgende Fälle zu mercken.

§. 24. Wen zweyer, oder mehrer Proportionen Hinter-Glieder gleich sind, so ist die Summa der Forder-Glieder von den ersten Proportionen zu ihren gemeinen Hinter-Gliede, wie die Summa der andern Proportionen Forder-Glieder zu dem gemeinen Hinrer-Gliede derselben. z. E. Wenn 4 zu 8, und 5 zu 8, und 6 zu 8, wie 8 zu 16, und 10 zu 16, und 12 zu 16 seyn, so soll 4†5†6 zu 8 seyn, wie 8†10†12 zu 16 per compositionem, oder Syllepsin. 15:8 ist zusammen gesetzt von 4†5†6:8 und 30:16 von 8†10†12:16. (4.§. 19.) Nun aber ist wie 4:8, und 5:8, und 6:8; also 8:16, und 10:16, und 12:16 nach der

Auf-

Aufgabe; darum ist 15 : 8 = 30 : 16. (Vorbericht §. 29.)

§. 25. **Von unterschiedlichen** Proportional-Zahlen **ist die** Summa **der** Antecedentium **zu der** Summa **der** Consequentium, **wie jegliches** Antecedens **zu seinem** Consequente. (2,2,§.25.)

§. 26. **Von** 4 Proportional-Zahlen **ist das dritte Glied, oder:** 4te **Glied zu der** Summa **des dritten und** 4ten **Gliedes, wie das erste, oder: ander Glied, zu der** Summa **des ersten und andern Gliedes.** z. E. Es sey 5 : 10 = 6 : 12, so ist 5 † 10, das ist 15 zu 5, wie 6 † 12, das ist 18 zu 6. Oder: 15 zu 10, wie 18 zu 12. Denn wenn 5 : 10 = 6 : 12 nach der Aufgabe, so ist 5 : 6 = 10 : 12. (§. 19.) Nun aber ist 5 † 10, das ist 15 = 6 † 12, das ist 18 = (5 : 6 = 10 : 12)(2,2,26); darum ist 15 : 5 = 18 : 6 und 15 : 10 = 18 : 12. (2,2.8) Dieser Schluß wird sonst Conversio genannt, und man spricht: wie 5 : 10 = 6 : 12 : also ist conversim 15 : 5 = 18 : 6, und 15 : 10 = 18 : 12.

§. 27. **Wen die Forder-Glieder zweyer, oder: mehrer** Proportionen **gleich** 4 : 8 = 3 : 6, **und** 4 : 12 = 3 : 9, **so ist das erste gemeine Forder-Glied** 4 **zu der** Summa **der beyden ersten Hinter-Glieder** 12, **oder:** 20, **das Forder-Glied, wie das ander gemeine Forder-Glied** 3 **zu den andern beyden Hinter-Gliedern.** 6 † 9, ist 15, und wie 4 : 8 = 3 : 6, und 4 : 12 = 3 : 9, so 4 : 20 = 3 : 15. Denn wen 4 : 8 = 3 : 6, und 4 : 12 = 3 : 9 nach der Aufgabe; so ist 8 : 4 = 6 : 3 und 12 : 4 = 9 : 3. (§. 15.) Nun aber ist 8 : 4 † 12 : 4 = 20 : 4, und 6 : 3 † 9 : 3 = 15 : 3, (4, 19) und 20 : 4 = 15 : 3; (§23) darum 4 : 20 = 3 : 15. (§. 15.)

§. 28. **Von unterschiedlichen** Proportional-Zahlen **einer Ordnung** 2. 4. 6, **und eben so viel einer andern Ordnung** 3. 6. 9, **da jegliche eine aus der ersten mit den aus der andern Ordnung einerley**

Verhältniß hat; verhält sich die erste Zahl der ersten Ordnung 2, zu der ersten Zahl der andern 3, und die andere Zahl der ersten Ordnung 4, zu der andern Zahl der andern Ordnung 6, und die dritte Zahl der ersten Ordnung 6, zu der 3ten Zahl der 3ten Ordnung 9, wie die Summa der ersten Ordnung 2†4†6, das ist 12, zu der Summa der andern Ordnung 3†6†9, das ist 18, und ist also 2: 3, oder: 4:6, oder: 6:9=12: 18. Denn wie 2: 4 =3:6: also alternatim 2:3=4:6. (§. 16.) Ferner wie 4:6=6:9; (§.16.) also 2: 3=4: 6=6:9; (2,2, §.8.) darum ist nach dem vorhergehenden §. 2†4†6, das ist 12=3†6†9, das ist 18, wie 2: 3=4: 6=6: 9.

§. 28. Wen unterschiedliche proportional-Zahlen 5: 10=9: 18, in eben so viel Proportional-Zahlen 3: 9=4: 12 eingeführet werden, so sind die Producta 15: 90=36: 216, auch proportional, und man spricht von solchen Zahlen, daß sie de facto gleich sind. Denn die Producta 15: 90, sind per continuationem zusammen gesetzt aus 5: 10, und 3: 9 (3.§.49), wie auch die Vergleichung 3: 6=216 per continuationem zusammen gesetzet, von 9: 4 und 18: 12. Indem nun 5: 10, nnd 3: 9=9: 18, und 4: 12 nach der Aufgabe; so folget, daß 15: 90=36: 216. (2,7.8).

§. 29. Wen von 2 gleichen Verhältnissen der ersten beyden Glieder, oder: die andern beyden Glieder multipliciret werden, so ist im erstern Falle das Product von der ersteren Verhältniß gleich dem andern Verhältniß, und im andern Falle das Product von der andern Verhältniß gleich dem ersten Verhältniß. z. E. 3: 9=7: 21, so multipliciret 3: 9 mit 2, ist 6: 18, das Product soll gleich seyn 7: 21. Oder: 7: 21. 2=14: 42, soll gleich seyn, 3: 9. Denn wen 3: 9=7: 21 nach der Aufgabe, so ist

6:

6: 18 = 7: 21, (Vorb. §. 31.) und eben deswegen ist auch 3: 9 = 14: 42.

§. 30. **Wen von 4** Proportional-Zahlen **die erste und dritte, oder: die andere und vierdte Zahl mit eben der dazu gegebenen** Zahl multipliciret **werden, so ist im erstern Falle das** Product **der ersten Zahl, so offt in der andern Zahl begriffen, als das** Product **von der 3ten Zahl in der 4ten, und im andern Falle die erste Zahl, so offt in dem** Producte **der andern, als die 3te Zahl im** Producte **der 4ten.** z. E. Wen 3: 9 = 7: 21; so soll 3. 5, das ist: 15, so offt in 9, als 7. 5, das ist: 35 in 21 begriffen seyn. Und im andern Falle 9: 5: das ist 45 = 3, wie 21. 5, das ist 105 = 7. Denn 15: 35 = 3: 7, (Vorb. §. 31.) und 15: 3 = 35: 7. (§. 16.) Nun aber ist 6: 3 = 21: 7; (§. 15.) darum ist 15: 9 = 35. 21, und 45: 3 = 105: 7. (2, 2,8.)

§. 31. **Wen von 2 unter sich gleichen Verhältnissen die Glieder der ersten mit einer, und die Glieder der andern mit einer andern** Zahl multipliciret **werden, so sind beyder** Producte **gegen einander, wie die gegebenen Verhältnisse.** z. E. 4: 16 = 7: 28; darum soll 4: 16. 3, das ist 12: 48 = 7: 28. 5, das ist 35 = 140. Denn 4: 16 = 7: 28. (§. 27) Nun aber ist auch 35: 140 = 7: 28; (Vorb. §. 31) darum ist 12: 48 = 35: 140.

§. 32. **Wen man von** 4 proportional-Zahlen **die erste und 3te mit einer jedweden Zahl, und die andere und vierdte mit einer andern beliebigen Zahl** multipliciret, **so sind die** Producta **unter sich gleich.** z. E. Die Proportional-Zahlen sind 4: 16 = 5: 20, so multipliciret 4 und 5 mit 5, sind 20: 25, und 16 und 20 mit 3, sind 48: 16 = 60: 20; darum sollen 20: 25 = 48: 60 seyn. Denn wen 4: 16 = 5: 20 nach der Aufgabe, so sind 4: 5 = 16: 20. 3, (§. 29.) und 4: 5. 5 = 20: 25

und

und 16: 20. 3=48: 60 (1, 5, 1); darum ist 20: 25=48: 60. (2,2,4.)

§. 33. Den Schlüssen, so per Syllepsin, oder: durch die Addition gemacht werden, sind entgegen gesetzt die Schlüsse, so per dialepsin, oder: durch die Subtraction gemacht werden. was davon zu sagen, soll in folgenden angezeiget werden.

§. 34. Von bekannten zwey Proportionen, deren Hinter-Glieder gleich, 6: 4=3: 2, und 24: 4=12: 2, verhält sich die Differentz der letztern Forder-Glieder 12–3 zu den letztern gemeinen Hinter-Gliede 2, wie sich verhält 18, die Differentz der ersten Forder-Glieder 24–6, zu dem ersten gemeinen Hinter-Gliede 9, und wie 6: 4=3: 2. Item wen 24: 4=12: 2; so soll die Differentz 9: 2=18: 4 per dialepsin gleich seyn. Denn 6: 4=3: 2, und 24: 4=12: 2 nach der Aufgabe; darum ist 24: 4=6: 4=12: 2–3: 2, das ist: 18: 4=9: 2, (4. §. 25.)

§. 35. Also folget, daß von 4 Proportional Zahlen 4: 6=12: 18 sich die Differentz der ersten Vergleichung 6 – 4, das ist: 2, zu derselben Hinter- oder: Forder-Gliede also verhalte, wie die Differentz der andern Vergleichung 18–12, das ist: 6, zu derselben Hinter- oder: Forder-Gliede verhalte, und wie 4: 6=12: 18, also 2: 6=6: 18, und 2: 4=12: 24. (2,2, §. 26,)

§. 36. Wen hingegen von 2 bekannten Proportionen 3: 6=4: 8, und 3: 18=4: 24 die Forder-Glieder gleich sind, so verhält sich das gemeine letztere Forder-Glied 4 zu der Differentz der Hinter-Glieder der letzten Proportion 24–8, das ist: 16, wie das erstere gemeine Forder-Glied 3, zu dem Reste beyder Hinter-Glieder der ersten Proportion, 18–6, das ist: 12, und ist 3: 12=4: 16. Denn wen

wen 3:6 = 4:8, und 3:18 = 4:24 nach der Aufgabe; so ist 6:3 = 8;4, und 18:3 = 24:4. (§.15.) Da nun 18:3-6:3 = 24:4-18:4 = 12:3 = 16;4; (§.28.) so folget, daß 3:4 = 4:16. (§.15.)

§. 37. **Wen zwey, oder: mehr kleinere Zahlen** 4:6 **sich zu einander so verhalten, wie eben so viel grössere Zahlen** 10:15, **so wird sich deren Rest** 10-4, **das ist:** 6, **und** 15-6, **das ist:** 9, **sich eben so verhalten, wie die eine grössere Zahl gegen die andere, und kann man sagen:** 10:15 = 6:9. Denn 10:15 = 4:6 nach der Aufgabe; darum auch alternatim 10:4 = 15:6. (§.16.) Nun aber ist auch 10:10-4, das ist: 6 = 15:15--6, das ist: 9, und alternatim 10:4 = 15:6. (§.16.) W.z.E.

§. 38. **Wen unterschiedliche** proportional Zahlen 9:36 = 30:120 **durch eben so viel** Proportional-Zahlen 3:9 = 5:15 **dividiret werden, so sind die** Quotienten 3:4 = 6:5 **proportional, und man spricht von solchen Zahlen, daß sie** dividendo, **oder:** divisim **gleich sind.** Denn 3:9 = 5:15. 3:4 = 6:8, sind gleich 9:36 = 30:120; (§.27) darum ist 9:36 = 30:120:3:9 = 15, gleich 3:4 = 6:8. (2,2,40.)

§. 39. **Von** 4 Proportional-Zahlen **ist das** Quotum **der ersten beyden gleich den beyden letztern, und das** Quotum **der beyden letztern in eine** 3te Zahl dividiret, **ist gleich den beyden erstern.** z. E. Es seyn 15:30 = 18;36, so soll 15:30 getheilet ist 5, das ist: 3:6 = 18:36, und 15:30 = 18:36 getheilet in 9, das ist; 2:4 seyn. Denn 15:30 = 3:6. (2,2,§.43.) Nun aber ist auch 15:30 = 18:36 nach der Aufgabe; darum 3:6 = 18:36, und 15:30 = 2:4 (2,2,§.8.)

§. 40. **Das** Quotum **von der ersten und** 3ten Zahl **einer** Proportion **getheilet in eine andere** Zahl, **ist gleich der andern und** 4ten Zahl, **wie das** Quotum **von der** 3ten **und** 4ten Zahl **in eine** Zahl ge-

theilet gleich der ersten und 3ten Zahl. z.E. Es ist 14:42=18:54, so soll 14:2, das ist: 7=24, wie 18:2, das ist: 9=54, und 42:6, das ist: 7=14, wie 54:6, das ist: 9=18 seyn. Denn 7:9=42:54, wie auch 7:42=9:54. (§.16.) Nun aber, da 7:9=14:18; (2,2, §.43.) so ist auch 7:9=42:54, und 14:18=42:54 (§.16.) und folglich 7:42=9:54, wie aus eben diesen Gründe 14:7=18:9 (2,2,§ 8.)

§.41. **Von 4 proportional-Zahlen, die ersten 2 in einer Zahl, und die andern 2 in einer andern Zahl getheilet, verhalten sich die Quota eben wie die gegebene Zahlen.** z.E. Es sey 4:16=15:60, so soll 4:16 getheilet in 2, das ist: 2:8, und 15:60 getheilet in 5, das ist. 3:12 seyn. Denn 2:8=4:16. (§.37.) Nun aber ist auch 3:12=15:60; (2,2,§.43.) darum 2:8=3:12. (2,2,§.8.)

§.42. **Die erste und 3te, und die andere und 4te Zahl, jegliche in eine besondere Zahl dividiret gieber zum Quotienten 4 Zahlen, so denen gegebenen gleich sind.** z.E. 4:16=18:72, so soll 4:18 getheilet in 2, das ist: 2:9 gleich seyn, 16:72 getheilet in 4 das ist: 4:18. Denn 2:16=9:72. (§.30.) Nun aber ist auch 4:18=16:72, (2,2,§,34.) und 4:16=18:72;(§.16.) darum ist 2:9=4:18. (2,2,§.8.)

§.43. Continuatio der Proportional-Glieder, oder: **Verhältnisse ist die Erfindung solcher Zahlen, so den Gliedern der bekannten Verhältnisse also proportional, daß sie jedesmal mit denselben eben den Exponenten haben.** z.E. 2.3.4.5.6.7 werden continuiret durch 16. 24. 30. 35. Denn 2:3=16:24, 4:5=24:30, und 6:7=30:35. Und da also proportio continua nur einen Exponenten hat, in einer Verhältniß; so hat die Continuata viele.

§.44. **Wen von zweyen Verhältnissen 2:4=3:6 die ersten Glieder 2:4 mit der andern Forder-**

Glied

Glied 3, und der andern Glieder 3: 6 mit dem hinter Gliede der ersten Verhältniß 4 multipliciret werden, so sind die Producta von 2 mit 3, ist 6, und von 4 mit 3, ist 12. It. von 3 mit 4, ist 12, und von 6 mit 4, ist 24 nach ihren Gliedern gleich, und der mittlere Terminus der Producte 12, ist der proportion continuator 6: 12 = 12: 24. Denn 2: 4 mit eben der 3 multipliciret, ist 6: 12, und 3: 6 mit eben der 4 multipliciret, ist 12: 24; darum ist 2: 4 = 6: 12, und 3: 6 = 12: 24. (Vorb. §. 31.) Das mittelste Product aber ist 12, das soll der Continuator der Progression seyn, denn durch Multiplication des Consequentis der ersten mit dem Antecedente der andern Verhältniß, und dem Antecedente der andern Verhältniß mit dem Consequente der ersten, wird eben die Zahl hervor gebracht, und 4. 3 = 3. 4. (2, 2, §. 36.) und darum ist durch ∴ 6: 12: 24 die Verhältniß 2: 4 zu 3: 6 continuiret.

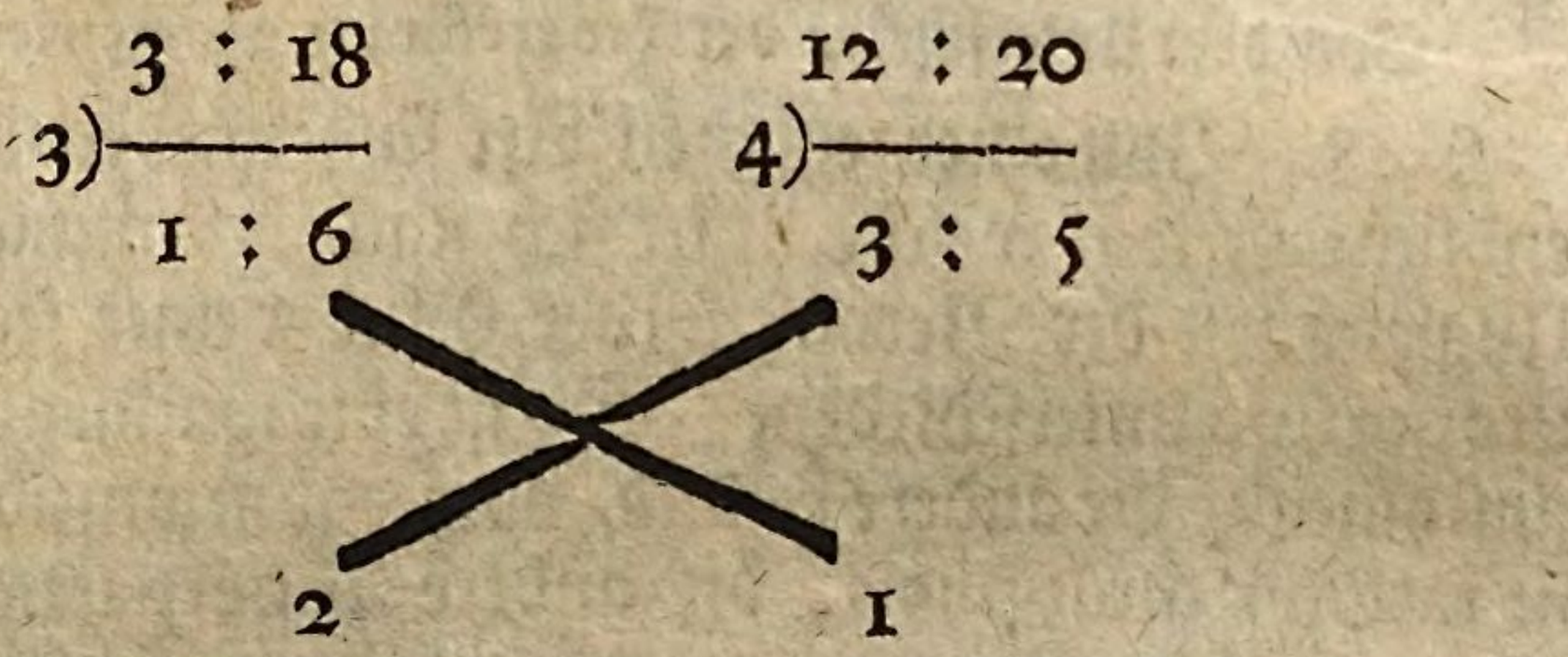
§. 45. Wen mehr als zwey Verhältnisse sollen continuiret werden, so muß nach geschehener Continuation der ersten und andern Verhältniß, der 3ten Forder-Glied die gefundenen Zahlen, die letzte derselben aber der dritten Hinter-Glied multipliciren, und das Product von beyden Verhältnissen continuiret, die dritte, und so ferner werden die vierdte durch die dritte, und die fünffte durch die vierdte ꝛc. continuiret. z. E. 2: 4, 5: 6, 7: 9, so sind die ersten zwey Verhältnisse 2: 4, 5: 6, continuiret zu 10: 20: 24. Solche mit 7 dem Forder-Gliede der dritten multipliciret, 70, 140, 168. Die letzte Zahl aber der gefundenen 24 mit dem Hinter-Gliede der dritten 9, ist 216, und sind also die gefundenen Zahlen 70, 140, 168, 216, und 2: 4 = 70: 140. It. 5: 6 = 140: 168, und endlich 7: 9 = 168: 216. Denn 2: 4 = 10: 20. It. 5: 6 = 20: 24, und weil die Producte einerley Ver-

hältnisse haben mit den Multiplicatis, wenn 2 Zahlen mit einer Zahl multipliciret werden, (Vorb. §. 31.) so folget, daß auch 2: 4 = 10: 20. 7, das ist: 70: 140 und 5: 6 = 20: 24. 7 ist: 140 = 168, und 7. 9. 24 = 168: 216.

§. 46. Wen man die kleineste Zahl finden will, wodurch die gegebene Verhältnisse zu continuiren, so suchet man die kleinesten Glieder derer Verhältnisse, und multipliciret mit den Proportionalibus die zu der vorhergehenden Hinter-Glieder, und zu der zu continuirenden Forder-Gliede die kleinesten sind. z. E. Die gegebenen Verhältnisse, sind 3: 18, und 12: 20, so hebet 3: 18 auf in 3, ist die kleineste Verhältnisse 1: 6. It. 12: 20 in 4, ist die kleineste Verhältniß 3: 5. (2, 6, 57.) Weil aber das Hinter-Glied der ersten, und das Forder-Glied der zu continuirenden Verhältniß durch 3 aufgehoben werden kann, so nehmet an deren statt 2. 1, und multipliciret an statt 3 mit 1 die kleinesten Glieder der ersten Verhältniß 1: 6, bleibet 1: 6, und an statt 6 mit 2 die kleinesten Glieder der andern Vergleichung, ist 6: 10. Ist also die continuirte Verhältniß 1, 6, 10, und 3: 18 = 1: 6, wie 12: 20 = 6: 10. Denn weil eben die Zahl 1: 6 = 3: 18 multipliciret, und eben die die Zahl 2, so 3: 5 = 12: 20 zum Producte 1: 6, und 6: 10 bringet, so ist 1: 6 = 3: 18, und 6: 10 = 12: 20. (Vorb. §. 31.) Ferner, weil 1: 2 = 3: 6, so ist 1. 6, das ist: 6 = 2. 3, das ist: 6; darum ist 6 der Continuator zu 3, 18, 12, 20, und die Continuation ist 1, 6, 6, 10, daß aber solche Zahlen die kleinesten sind, wodurch 3, 18, 12, 20, continuiret werden können, solches ist zu erweisen, wie folget. Denn wen diese Zahlen nicht die kleinesten wären, so könnten sie durch eine Zahl aufgehoben werden, die sie zu kleinern Zahlen in eben der Verhältniß machte. Nun aber findet sich solche nicht, den gesetzt, es sey diese Zahl a, so sind 1: 6

primi

primi inter se nach der Aufgabe, und solche mit 3 multipliciret, 3:18, und 3 ist das gemeine grosse Maaß zu 18. (2,6,35.) Solte nun a ausmessen 3: 18, so müstte es auch 3 ausmessen, (2,6,58.) welches wider die Aufgabe. Desgleiches ist 4 das grösste Maas zu 12, 20, weil es solche durch primos inter se 3: 5 aufhebet. (2,6,57.) Solte nun 4 durch 1 aufgehoben werden, so müssen auch 3: 5 dadurch aufgehoben werden, und wären also nicht primi inter se. Das gegebene Exempel stehet also:



1 : 6, 6 : 10.

Oder: wen mehrere Zahlen durch den kleinesten Continuatorem sollen continuiret werden, so ist:

6: 12 18: 27 15: 75
3)——9)——15)——
2: 4 2: 3 1: 5

4, 8. 12
1 12

4, 8, 12 60

Und ist 6: 12 = 4: 8, 18: 27 = 8: 12, und 15: 75 = 12: 60 per continuationem. Diese Anweisung ist zu gebrauchen, wenn zum Exempel gegeben wird, daß man eine Zahl finden solle, deren erster Theil sich zu dem,

dem andern, wie 3 zu 18, und die andere zu der 3ten, wie 12 zu 20 ꝛc. verhalte, und desgleichen.

Was Progressio geometrica sey.

Bishero haben wir von der progressione geometrica disjuncta gehandelt. Nun ist auch die continua zu betrachten, und zwar nicht allein, in so ferne sie simplex, und nur aus 3 Gliedern, sondern auch wie sie multiplex ist, und aus mehr Gliedern bestehet, in welchen Falle sie Progressio genannt wird.

Von dem Unterscheide der Progressionis geometricæ.

§. 48. Von einer jeglichen Art sind wieder viele unendliche Arten, welche unter sich nach der mancherley Ungleichheit der Verhältniß der Glieder einer jeglichen Proportion unterschieden. So ist eine wachsend: oder zunehmend, die andere fallend, oder: abnehmend. Eine rationis multiplicis, die andere superparticularis &c. wie sich die Termini gegen einander verhalten.

§. 49. In einer jeglichen proportione continua simplici ∴ 3: 9: 27 verhält sich die Differentz 6 zwischen den ersten und andern Gliede 3: 9 zu 18, der Differentz zwischen dem andern und dritten Gliede 9: 27, als die Glieder sich selbst unter einander verhalten. Denn weil, wie 3 : 9 = 9 : 27, so folget per dialepsin, daß 3 : 6 = 9 : 18, (§. 33.) und per alternationem 3 : 9 = 6 : 18. (§. 16.) W. z. E.

§. 50. Von unterschiedlichen bekannten continue proportionalibus sind auch ihre Differentzen in gleichen Verhalte proportional. z. E. Von ∴ 3: 9: 27: 81, sind die Differentzen 6, 18, 54, und steigen in ratione tripla, wie ∴ 3: 9: 27: 81. Denn 9 − 3 = 6, und 27 − 9 = 18; darum ist 3 : 9 = 6 : 18. Ferner ist 81 − 27 = 54; darum ist auch 81 − 54 = 27 : 81. (§. 46.) Nun aber ist 3 : 9 = 9 : 27 nach der Aufgabe, folglich 3 : 9 = 6 :

18, und auch 18 : 54; (2, 2, 8.) darum sind 6, 18, 54 auf eben die Weise proportionales, wie 3, 9, 27, 81.

§. 51. **In einer** proportione continua ∴ 2: 6: 18 **ist das** Product **der beyden äussersten** Zahlen 2. 18, **das ist:** 36, **gleich dem** Producte **der mittelsten** Zahlen 6 **multiplicirt mit sich selbst,** 6 mal 6 **ist auch** 36. **Denn weil von** 4 proportional-Zahlen das Product der äussersten Zahlen gleich dem Product der mittlern Zahlen, (§. 8.) so folget, daß von 3 continue proportionalibus das Product der beyden äussersten Zahlen mit einander gleich sey dem Producte der mittelsten Zahl mit sich selbst multipliciret. (5, 4.)

§. 52. **Wenn von** 3 Zahlen 4, 8, 16 **das** Product **von den beyden äussersten** 4, 16 **mit einander gleich dem** Producte **der mittelsten** 8 **mit sich selbst multipliciret so sind sie** continue proportionales. **Denn** weil eine Reihe von 4 Zahlen proportional, so die Producta ihrer äussersten und mittlern Glieder gleich; (§. 4.) so folget, daß auch 3 continue proportionales sind, wenn die Producte der äussersten Glieder mit einander gleich dem Producte des mittelsten Gliedes mit sich selbst multipliciret. (6, 4.)

§. 53. **Wenn von** 3 Zahlen 4, 8, 16 **das** Product **der beyden äussersten** 4. 16, **das ist:** 64 **eine** 3te **dazu gegebene** Zahl 8, **durch sich selbst aufhebet, so ist sie die mittelste Zahl einer** proportionis continuæ 4: 8: 16. **Denn** 4. 16 = 64, und 64: 8 = 8 **nach der** Aufgabe. Nun aber ist auch 8: 8 = 64; (2, 2, §. 57.) darum ist sie der Terminus medius zu 3 proportional-Zahlen, deren äusserste 4 und 16. (§. 48.) Es wird aber aus dem Producte die Zahl, worin der äussersten Zahlen Product durch sich selbst aufgehet, gefunden, wenn man aus selbiger radicem quadratam extrahiret, ist aber solches Product keine Quadrat-Zahl, so ist zwischen den beyden gegebenen Extremis keine mittlere

proportional-Zahl in rationalibus, sondern in surdis. z.E. Von 4. 12 ist das Product 48; ergo ist die mittlere proportional-Zahl radix, aus 48 und ∴ 4: √48: 12.

§. 54. **Wen von einer** proportione continua **die mittlere, und eine der äussersten Zahlen bekannt, so findet man die andere äusserste Zahl, wen man das** Product **von der mittlern mit sich selbst in die dazu gegebene äusserste dividiret.** z: E. 4 sey die mittlere 8, die hintere, so multipliciret die 4 mit sich selbst, ist 16, und dividiret sie mit 8, kommet 2, ist die äusserste Zahl der Proportion ∴ 2: 4: 8. Oder: 4: 8 sey das Forder- und Mittel-Glied einer Proportion, so ist 8 mit sich selbst multipliciret = 64, solche in 4 dividiret, 16, das Hinter-Glied einer Progression von ∴ 4: 8: 16. Denn wen 8: 8 = 64, und 64: 4 = 16 nach der Aufgabe; so ist 16. 4 = 64, (2, 2, §. 37.) und folglich ∴ 4: 8: 16 eine continua proportio. (§. 48.)

§. 55. **Eine jede Zahl, so durch eben die Zahl dividiret und** multipliciret **wird, ist die mittlere Zahl zu dem** Quoto **und** Producte **von** selbiger Zahl, z. E. 9 dividiret in 3, kommet 3, und 9, mit 3 multipliciret, bringet 27, ergo ist in proportione continua ∴ 3: 9: 27. Denn 3 wird in 9 dividiret durch 3, und der Quotient 3 dividiret, 9 abermal durch den Divisorem 3. (2, 2, 37.) Ferner ist 9. 3 = 27; darum ist 27: 9 = 3. (2, 2, 28) darum ist 9: 3 = 27: 9 durch 3; darum ist 3: 9 = 9: 27. (3, §. 11.)

§. 56. **Wen** 3 Zahlen continue proportionales **sind** ∴ 3: 9: 27, **so ist die mittelste sowol zu der forderesten als zu der hintersten ein** Numerus compositus, **und sind** sowol 3: 9, als 9: 27 **unter sich zusammen gesetzte** Zahlen. Denn weil sowol 3, als 27 mit dem Producte von 9 mit sich selbst multipliciret, nemlich: 81 unter sich zusammen gesetzte Zahlen sind; (§. 48.) so folget, daß weder 3: 9, noch 9: 27 Prim-

Zah-

Zahlen unter sich, (2, 6, 14.) und folglich nothwendig compositi inter se seyn müssen,

§. 57. **Weil auch von 3 Zahlen die mittelste und forderste nicht unter sich zusammen gesetzet sind, wen 2 Zahlen unter sich Prim-Zahlen sind, so folget, daß zu 2 Prim-Zahlen unter sich kein tertius proportionalis kann gefunden werden.** Als zu 3: 7 kann kein tertius proportionalis gefunden werden.

§. 58. **Woraus den folget, daß von unterschiedlichen progressional-Zahlen die beyden nechsten allezeit unter sich zusammen gesetzte Zahlen sind.** Als von 2.4.8.16. 32 sind 2 und 4.4, und 8.8, und 16. 16, und 32 unter sich zusammen gesetzte Zahlen.

§. 59. **Wen von unterschiedlichen progressional-Zahlen 8: 12: 18: 27 die äussersten Zahlen 8: 27 unter sich Prim-Zahlen sind, so sind dieses die kleinesten Zahlen, die in gleicher Anzahl in derselben Verhältniß unter sich proportional sind.** Denn wen sie nicht die kleinesten Zahlen unter sich in dieser Verhältniß wären, so müssen Zahlen seyn, die in eben die Verhältniß kleiner wären, es mögen diese a: b: c: d seyn, weil nun hier 8: 12 ═ a: b 12: 18 ═ b: c, 18: 27 ═ c: d seyn würde; so folget ex æquo, daß 8: 27 ═ a: d. (§. 16.) Nun aber sind 8: 27 die kleinesten Termini ihrer Vergleichung, weil sie Prim-Zahlen unter sich. (2, 6, §. 21.) Sollen sie also nicht die kleinesten seyn, so müste a, d aufheben 8 und 27, welches aber nach der Beschreibung die Mensur nicht aufheben kann. (2, 6, 35.)

§. 60. **Wen von einer bekannten Verhältniß 3: 4, sowol die Zahlen mit sich selbst, als mit einander multipliciret werden, so sind die Producte 3 mal 3, ist 9, 3 mal 4, ist 12, und 4 mal 4, ist 16, nemlich 9: 12: 16, die drey kleinesten Glieder einer Progression. Solche wieder mit den ersten Zah-**

len multipliciret, als: 3 mal 9, ist 27, 3 mal 12, ist 36, 4 mal 12, ist 48, 4 mal 16, ist 64, bringen eine neue Progression von 4 kleinesten Zahlen 27: 36: 48: 64. Solche wieder mit den ersten Zahlen multipliciret, eine Reihe von 5 Zahlen und s. w. aufs unendliche.

3. : 4
9 : 12 : 16
27 : 36 : 48 : 64
81 : 108 : 144 : 192 : 256

3. 3 = 9, und 3. 4 = 12 nach der Aufgabe; darum ist 3: 4 = 9: 12. (Vorb. §. 31.) Ferner ist 3. 4 = 12, und 4. 4 = 16 nach der Aufgabe; darum ist auch 3: 4 = 12: 16; (Vorb. §. 31.) folglich sind 9: 12: 16 in der Verhältniß 3: 4 continue proportionales, und weil auch 3. 9 = 27, und 3. 12 = 36, nnd 3. 16 = 48, wie 4. 9 = 36, 4. 12 = 48, und 4. 16 = 64 nach der Aufgabe; so ist 48: 64 = 3: 4; (Vorb. §. 31.) darum sind 27: 36: 48: 64 continue proportionales. Sind aber die kleinesten in solcher Proportion, weil ihre äussersten Zahlen primi inter se. (§. 59.)

§. 61. Wen eine Verhältniß submultiplex ist, 1: 4, so findet man alle kleinesten Glieder einer geometrischen Progression, wen man das Hinter-Glied 4 mit sich selbst multipliciret, und das Product ist 16, solche 16 wieder mit 4 multipliciret, ist 64, und so man allezeit fortfähret, das letzte Product mit der hintersten Zahl der Verhältnisse 4 zu multipliciren, so sind die gegebene Zahlen continue proportionales, so man sie nach der Reihe bey einander schreibet, als 1: 4: 16: 64. Denn 1: 4: 16 ist in proportione continua, wie 1: 4. (§. 59.) Nun aber multipliciret 1 nicht; (2, 2, 21.) darum ist 1: 4: 16: 64, und so ferner, in proportione continua, wie 1: 4 und per inversionem 64: 16: 4: 1.

§. 62

§. 62. **Wen unterschiedliche** proportional-Zahlen **die kleineste in einer Verhältniß sind, so sind ihre äussersten Zahlen** prim-Zahlen **unter sich, als:** ∴ 4:6:9. **Denn wen sie** Numeri compositi inter se **wären, so wären sie nicht die kleineste in der Verhältniß;** (2,6,21.) **Nun aber sollen die gegebene Zahlen die kleineste einer Verhältniß seyn nach der Aufgabe; darum müssen ihre extremi primi inter se seyn.**

§. 63. **Wen zwey Zahlen also beschaffen sind, daß sie durch einige mittlere Zahlen** continue pro-portionales **werden können, so werden eben so viel mittlere Zahlen erfodert, wenn zwey andere in eben der Verhältnisse** continue proportionales **seyn sollen.** z. E. 3: 81, und 5 : 135, sind zwey Vergleichungen einerley Verhaltung. Wen nun durch die mittlere Zahlen 9 und 27, 3 und 81 continue proportionales sind; so sind auch 5:125 in eben der Verhältniß durch 15:45 continue proportionales 3 < 81 : 3 = 1 : 27, (2,6,59.) und von ∴ 3:9:27:81, ist die proportio continuata in der kleinesten Verhältniß ∴ 1:3:9:27, (§.57) so ist ex æquo : 3:81 = 1:27; (§.16.) so aber ist auch 5 : 135 nach der Aufgabe. Derohalben da 1 < 27 die kleinesten in ihren Verhältniß; (§.59.) so kann auch 5 < 135 durch eine Zahl aufgehoben werden, diese sey 5, wen nun 1 mit 5 multipliciret wird, so ist das Product 5 < 135, und 3 < 9. 5 = 15 < 45, (2,2,37) und ∴ 5:15:45: 135 = 3:9:27:81, und so viel mittlere Zahlen erfordert werden, daß 3:81 continue proportionales werden, so viel werden auch erfordert, daß 5 < 135 in eben der Verhältniß continue proportionales seyn.

§. 64. **Wen unterschiedliche** proportional-Zahlen ∴ 1:3:9:27 **in einer Verhältniß die kleinesten sind, so haben solche so viel andere** progressional-Zahlen **von eben der Verhältniß** 3:9:27:81, **oder:** 5:15:45:135. **Denn die grössern Verhältniße**

werden von den kleinern durch eine andere gemacht; (§.60.) darum werden sie in die grössern durch eben die Zahl dividiret. (2,2, §. 30.)

§. 65. Hieraus folget, daß so offt eine grössere Verhältniß von einer kleinern gemacht werde, als man die kleinere mit einer Zahl multipliciret. (2,2,§.37.)

§. 66. So viel continue medii zwischen zwey prim-Zahlen unter sich zu stehen kommen, eben so viel kommen auch unter jegliche derselben mit eins verglichen zu stehen. z. E. Zwischen 8 und 27 kommen zwey proportional Zahlen 12, 18 zu stehen, darum komen auch eben so viel zwischen 1 ∠8, nemlich: 2 ∠4, und 1 ∠27, nemlich: 3 ∠9 zu stehen; daß also ∴ 8: 12: 18: 27, und ∴ 1: 2: 4: 8, wie auch 1: 3: 9: 27 continue proportionales. Den von ∴ 8: 12: 18: 27, sind 8 ∠ 27 primi inter se, in der Verhältniß 8: 12, davon die Radices 2: 3. Nun aber werden die Proportiones in grössern Verhalte von den kleinesten gemacht; (§.58.) darum so viel Mittel-Zahlen zwischen 8: 12: 18: 27 so viel finden, statt zwischen 1: 8, und 1: 27, und inverse zwischen 8: 1, und 27: 1.

§. 67. Von unterschiedlichen progressional-Zahlen ist das Verhältniß der letzten, von dem Verhältniß der beyden ersten so offt per continuationem zusammen gesetzt, als der Progression Glieder weniger 1 sind. z. E. 3: 9: 27: 81 ist eine proportional-Zahl von 243, und das Verhältniß der ersten Zahl 3 zu der letzten 243: soll gleich der Verhältniß seyn zwischen 3: 9, den Verhältniß zwischen 3 und 9, das ist: 3, 5 mal weniger 1 mit sich selbst multiplicret. Denn Progressio steiget, oder: fällt durch eben die Zahl, so offt, als Termini mit einander verglichen werden. Nun aber gehören zu jedweder Vergleichung 2 Termini; darum ist der Verhalt zwischen dem ersten

und

und letzten Termino, gleich dem Verhalte zwischen dem ersten und andern Termino mit der Anzahl der Glieder weniger 1 multipliciret.

§. 68. Von unterschiedlichen progressional-Zahlen ist das Product der beyden äussersten, gleich dem Producte zweyer mittlern Zahlen, so von den äussersten in gleicher Distantz entfernet, und so die Anzahl der Glieder ungerade, gleich dem Producte der mittlern Zahl mit sich selbst multiplicirer. z. E. Es sey eine Progression von 5 Gliedern 3. 6. 12. 24. 48, so ist von 3 mit 48 das Product 144, und von 6 mit 24 auch 144, und von 12 mal 12 auch 144. Denn erstlich 3: 6 = 24: 48 nach der Aufgabe; darum ist 3. 48 = 6. 24. (§. 8.) Ferner 3: 12 = 12: 48; (§. 64.) darum 3. 48 = 12. 12. (§. 8.)

§. 69. Wenn das Product von dem letzten Gliede einer Progression mit sich selbst multipliciret durch eins der vorhergehenden dividiret wird, so ist das Quotum in der Stätte das Hinter-Glied des Multiplicati, in welcher der Divisor desselben Forder-Glied der Progression, das so weit von den Multiplicato das Hinter-Glied, als in welcher Distantz es derselben Forder-Glied ist. z. E. Zu einer Progression von 3 Gliedern ∴ 3: 9: 27: ist 27. 27, das ist, 729: 9, das ist 81 das Hinter-Glied zu 27, in nechstfolgender Stätte; weil der Divisor 9 in der nächsten Stätte vorher gehet. Hingegen ist 27. 27, das ist: 729: 3, das ist: 243 das Hinter-Glied von 27 in der andern Stätte von 27 gerade, weil 3 in der andern Stätte gerade vor 27 hergehet. Und wird durch diese Aufgabe gelehret, wie man zu einer Reihe von Progressional-Zahlen die in eben der Verhältniß aufsteigende grössere Zahlen finden soll. Denn das letzte gegebene Glied soll hier das mittelste von der Progression seyn, wovon die foderstern Glieder in eben der

Di-

Distantz abstehen, wie die hintersten, ist also das Product von jenem ein in dem andern eingeführet, gleich dem Producte von dem mittelsten, das ist: von den letzten gegebenen, durch sich selbst multipliciret, und wen solches Product demnach durch einen der vorhergehenden dividiret wird, so in gleicher Distantz davon stehet, so muß das folgende Glied in eben der Distantz heraus kommen. (2,2.§. 37.)

§. 70. Wen die Progression rationis submultiplicis ist, so kann sie sich von jeglicher Zahl anfangen, und die folgenden Glieder können gefunden werden, wen allezeit das letzte Glied mit den Exponenten der Vergleichung multipliciret wird. Ist sie aber rationis multiplicis, so ist es gleich viel, was die letztere vor eine Zahl sey, und die erste wird continuiret, wen man sie immer mit der Zahl des Exponenten multipliciret. z. E. 3. 9. 27 ist rationis suptriplæ; darum multipliciret 27 mit 3, so hat man das vierdte Glied 81, und 81 mit 3, so hat man das 5te Glied. Oder 27:9:3 ist rationis triplæ; darum multipliciret 27, das ist 81, solche 81 wieder mit 3, so hat man das andere von 27, das ist: 243 ꝛc. Denn weil das Forder-Glied das Hinter-Glied in ratione submultiplici aufhebet, durch den Exponenten der Verhältniß, und das Hinter-Glied in ratione multiplici das Forder-Glied aufhebet, durch eben den Exponenten; so folget, daß jegliche Zahl durch den Exponenten der Verhältniß multipliciret zwischen dem Multiplicato und Producte sey submultiplex, oder: multiplex durch eben den Exponenten.

§. 71. Daraus folget, daß in progressione rationis submultiplicis ein jegliches der vorhergehenden Glieder ein jegliches des folgenden, und in der Progressione rationis multiplicis ein jegliches der folgenden, ein jegliches der vorhergehenden aufhe-

hebe. Denn in ratione ſubmultiplici iſt der andere Terminus mit den Exponenten von dem erſten, und der andern von dem 3ten gemacht; (§.67.) darum hebet der erſte den andern, und der ander den dritten durch den Exponenten auf. (2, 2, 29.) Und per inverſionem gehet es eben ſo in ratione multiplici.

§. 72. **Wen mit einer** Progreſſion terminis etliche Zahlen **nach ihren natürlichen Ordnung von der** Unität **überein kommen**, ſo iſt der Quotient des Products **von** jeglichen 2 **gegebenen** Terminis, **wen es in den erſten** dividiret **wird**, daſſelbe Glied derſelben Progreſſion **in** derſelben Städte, **welche** die Summa **der Zahlen**, ſo **mit dem** multiplicatis **überein kommen**, **weniger** 1 **anzeiget**, und **wird durch** dieſe Aufgabe **gelehret**, **wie zu einer** Progreſſion, **davon** etliche Termini **bekannt**, **noch andere begehrte** Termini zu finden. W.z.E. Wen man zu einer Progreſſion 2. 4. 8. 16. 32. 64 das 9te Glied mit Vortheil ſuchen ſoll, ſo ſchreibet man erſtlich ſo viel Zahlen nach der Ordnung von 1, als der gegebenen Zahlen, und ſetzet von den gegebenen Zahlen die erſte unter 1, die andere unter 2, die dritte unter 3, u. ſ. f. wie hier zu erſehen.

1. 2. 3. 4. 5. 6.

---

2. 4. 8. 16. 32. 94.

Darauf nimt man aus denen oberen Zahlen, ſo die Anzahl der Glieder anzeigen, zwey Zahlen 4, 6, deren Summa 10–1 die Anzahl des zuſuchenden Termini 9 ausmachet. Die mit ſolchen terminis 4, 6 überinkommende Zahlen aus der gegebenen Progreſſion ſind 16 und 64, ſolche mit einander multipliciret, geben 1024, und in das erſte Glied der gegebenen Progreſſion 2 dividiret, iſt 512, das 9te Glied der gegebenen Progreſſion. Den weil die Summa zweyer Mittel-Zahlen 4

und

und 6 gleich ist der Summa der beyden äussern Glieder 1 und 9, nach der Aufgabe, so folget, daß 1 in der Distantz von 4, wie 6 von 9 stehe; darum ist das Product von den beyden Mittel-Gliedern, nemlich: 16 mit 64 gleich dem Producte von den beyden äussersten den ersten und 9ten Gliede 2 und 512, von welchen die genannten Mittel-Glieder in gleicher Distantz abstehen; (§. 66.) und derowegen, wenn das Product der mittlern Glieder 16 mit 64, welchen das Product des ersten und 9ten Gliedes in 2 dividiret, gleich ist; (2,2,37.) so ist das Quotum das 9te Glied der gegebenen Progression von 6 Gliedern. Welches auch alsdenn gefunden wird, wen man die Helffte von der Anzahl des Gliedes 9, so zu suchen † 1, ist 10, halbiret, ist 5, und die Zahl der 5ten Stätte 32 mit sich selbst multipliciret, und das Product 1024 in das forderste Glied dividiret, ist 512. Wen aber das zusuchende Glied etwas weit hinaus, so suche man erstlich ein ander nähers Glied, und so lange, bis man zu den verlangten Gliede kommt. z. E. Man soll von der Progression 3:9:27:81. das 14 Glied suchen, so suchet man erst das 6te 729, darauf ist das 9te 19683, und den das 14te, ist 4782969.

§. 73. Weil 1 keine Zahl anders dividiret, als durch dieselbe selbst, so folget, daß die Division in die forderste Zahl nicht nöthig sey, wen die erste Zahl der Progression 1 ist. z. E. Man soll zu 1:3:9:27 das 5te Glied finden, so schreibet

1. 2. 3. 4.

und 1. 3. 9. 27. darunter 2 und 4, sind 6, und multipliciret 27 mit 3, kommen 81, ist das 5te Glied von der Progression 1:3:9:27:81.

§. 74. Die Summa einer steigenden Progression wird gefunden, wen das erste Glied derselben zuerst von dem andern, hernach von dem leztern abgezo-

gezogen wird, und weiter das Relict des letzten mit dem ersten Gliede multipliciret, und in das Relict von den andern dividiret wird, alsdenn ist endlich der Quotient die Summa aller Glieder, wen er zu dem letzten Gliede addiret ist. Nach eben der Regul findet man auch der fallenden Progressionen Summen, wen man das erste Glied vor das letzte, und das letzte Glied vor das erste nimt. z. E. Die Progression sey 3:9:27:81:243:729:2187:6561. 19683:59049:177147:531441:1594323:4782969: von deren Gliedern die Summa zu erforschen, subtrahiret 3 von 9, ist der Rest 6. It. 3 von 4782969, ist der Rest 4782966, solchen mit 3 den ersten Gliede multipliciret, machet 14348898. Dieses Product in 6 den Relict von den andern Zahlen dividiret, ist 2391483, dazu addiret 4782969, ist die Summa aller Glieder 7184452. Und von ∴ 3:9:27:81, ist die Summa 120. Denn die Differentzen von 3.9.27, und 81 sind 6, 18 und 54. Hier ist also 3†6=9, und 9†18=27, ferner 27†54=81 nach der Aufgabe; darum ist 3†6†8†54=81. Nun aber ist nach der Aufgabe 81−3=78, und 78†3=81, so man nun 3 beyder Orten wegnimt, so ist 78=6†18†54. Ferner, weil 6, 18, 54 die Differentzen zwischen 3, 9, 27, 81, so folget, daß wie 6:18, und 18:54, also 3:9, und 9:27. (§.46.) Dahero alterne, wie 6:3, also 18:9, und 54:27. (§.13.) Dahero wie 6:3, also 6†18†54:3†9†27. (§.24:) Weil nun aber aus der Multiplication 78 die Differentz zwischen der ersten, dritten und letzten Zahl 81 mit der ersten Zahl 3, das ist: 243 dividiret in dem Rest zwischen der ersten 3, und andern Zahl 6, ist 39 nach der Aufgabe, so folget, daß 3:6=39:78. (§.10.) und 6†18†54: 3†9†27=78:39, und alterne 6†18†54:78=3†9†27: 39. (§.13.) Nun aber ist 78=6†18†54; darum 39= 3†9†27, und wen demnach zu 39 der vierdte Terminus

81

81 hinzugethan wird, so ergiebet sich die Summa aller Terminorum 120. W z.E.

§. 74. Wenn zwey, oder: mehr Zahlen alle Theile von einer grössern Zahl sind, und die grössere Zahl stehet mit einer andern in eben dem Verhalte, wie ihre Theile mit andern so vielen Zahlen, so sind solche andere Zalen auch alle Theile von der andern Zahl. z.E. Die grössere Zahl sey 12, deren Theile sind 1†2†3†6; da nun 12: 48, wie 1: 4, 2: 8, 3: 12, 6: 24, so müssen 4†8†12†24 alle Theile von 48 seyn. Denn 12†1†2†3†6: 48†4†8†12†24 = 12: 48. (§.23.) Ferner 12†1†2†3†6; 12 = 48†4†8†12†24: 48, (§.13.) und 12†1†2†3†6†12: 12 = 48†4†8†12†24–48 = 48. (§.38.) das ist: 1†2†3†6: 12 = 4†8†12†24: 48. Nun aber ist nach der Aufgabe 1†2†3†6 = 12; darum ist auch 4†8†12†24 = 48.

§. 75. So man drey beliebige Zahlen allerseits mit einer dritten multipliciret, so ist die Differentz des ersten und andern Facti gegen die Differentz des ersten und dritten, oder: des andern und dritten Facti, wie die Differentz der ersten und andern Zahl, gegen die Differentz der ersten, oder: auch der andern und dritten Zahl. z.E. 3, 6, 8 sind beliebige Zahlen, solche mit 4 multipliciret, ist 12, 24, 32; darum soll 12–24: $\begin{bmatrix}12-32\\24-32\end{bmatrix}$ = 3-6: $\begin{bmatrix}3-8\\6-8\end{bmatrix}$ seyn. Denn von 12–24: 12 – 32 = 3–6: 3–8, ist 12 – 24. 3–8 = 12–32. 3–6; darum ist 12--24: 12--32 = 3--6: 3--8. (§.9.)

§. 76. Eben dieses begiebet sich, so man zu diesen Productis allerseits eine Zahl addiret, oder solche davon subtrahiret. z.E. Die Producta sind 12, 24, 32, dazu addiret allerseits 4, ist 16, 28, 36; darum soll 16--28: 16--36 = 3--6: 3--8 seyn. Oder: subtrahiret davon allerseits 4, ist 8, 20, 28; darum soll 8· 20: 8--28 = 3 -6: 3--8 seyn.

(§ 78.)

§. 77. **In einer geometrischen Progression verhält sich die Differentz des ersten und andern Termini gegen den ersten Terminum, wie die Differentze des ersten Termini gegen die Summa aller vorhergehenden.** z. E. Es sey die progressio geometrica 4, 8, 16, 32, so ist die Differentz zwischen 4 und 8—4, und die Differentz zwischen 4 und 32—28; darum soll 4: 4—4†8†16, das ist: 28:28 seyn. Denn 4: 8—8: 16, und 8: 16—16: 8†16†32, wie 4: 8, oder 8: 16, oder 16: 32; so folget, daß 4–8: 4—4†8†16–28—28 sey. (2,2,13.)

CAPUT VIII.

Von der Proportione secundaria.

Was die Proportiones secundariæ sind.

§. 1. **Die Proportio secundaria, ist eine von arithmetischen und geometrischen vermischte Proportion, weil nach derselben eine Vergleichung zwischen den Gliedern nach ihrer Differentz und Verhältniß zugleich angestellet wird. Sie bestehet zum wenigsten aus 3 Gliedern, 2 äussern und einem Mittel-Gliede, welches mit den Differentzen des äussern, und des mittlern auf unterschiedliche Weise verglichen wird; darum werden diese Proportiones mediætatis genannt; weil das mittlere Glied zwischen beyde gesetzet wird, daß daher dergleichen Proportiones entstehen, und sind derselben achterley Arten.**

Was Proportio harmonica sey.

Von der ersten Art sind die Proportiones harmonicæ. Diese ist eine solche Einrichtung dreyer Zahlen,

wenn das forderste Glied eben eine solche Verhältniß zu dem letzten hat, wie der Unterscheid zwischen den mittlern und kleinesten Gliede, und dem mittlern und größten Gliede. z. E. 4, 6, 12, ist eine Proportio harmonica; den wie sich 4, das erste Glied zu dem letzten 12, so verhält sich die Differentz von der ersten 4, und andern Zahl 6, das ist: 2, zu der Differentz von der dritten 12, und andern 6, das ist: (6–4=2): (12–6=6. =4: 12. Denn wen 12—6. 4=6—4. 12, so ist 48—24=72—48. Davon genommen 48—24, und 24—48, bleibet 96=24†72, das ist: 96=96, und folglich das Product der beyden äussersten Zahlen von der Proportion 6—4: 12—6=4: 12, gleich dem Producte der beyden mittelsten Zahlen, und also sind die gegebene Zahlen Proportionales unter sich. (7.§.9.)

Wie 4 Zahlen unter sich harmonice proportionales sind.

§. 3. Vier Zahlen sind unter sich harmonice proportionales, wenn die Differentz zwischen der ersten und andern Zahl sich zu drr Differentz zwischen der dritten und vierdten Zahl verhält, wie die erste und vierdte Zahl. z. E. 5: 6=20: 25, ist 5—6: 20—25. Denn wenn 5—6. 25=20—25. 5, so ist 125 — 150= 100—125, und — 125 — 150 = – 150—125

bleibet 250 — 100 † 150, das ist 250 = 250, das ist das Factum der äussersten gleich dem Facto der mittelsten Glieder, und folglich 5 — 6: 20 — 25=5: 25. (7.§.9.)

Von der harmonischen Proportion Ursprung.

§. 4. Es haben aber die harmonice Proportionales ihren Ursprung aus der arithmetischen Progression. Denn wenn 3 arithmetice progressionales gegeben werden, und durch die kleineste die beyden grössern, und durch die grössern die beyden kleinern multipliciret

pliciret werden, so sind die Producta harmonice proportionales. z. E. ∴ 2. 3. 4 sind arithmetice progressionales; darum soll 2. 3. 4, das ist: 8, 12, und 3, 4, 2, das ist: 6, 8, oder: 6, 8, 12 harmonice proportionales seyn. Denn 2–3 = 3–4 nach der Aufgabe, da nun 2: 4 = 2, (3, 9,) so folget, daß 2–3. 4: 3–4. 2 = 4: 2, (2, 2, §. 31.) und also da 3–4. 2, das ist: 6–8 = 2, und 2–3. 4, das ist: 8–12 = 4, so ist 6: 12 = 2: 4, (Vorb. §. 31.) und 6–8: 8–12 = 6: 12; (2, 2, 4,) weswegen 6, 8, 12 harmonice proportionales sind. (§. 2.)

Wie aus einer harmonischen eine arithmetische gemacht werde.

§. 5. Wen demnach von einer harmonischen Proportion der grössere und mittlere Terminus, wie auch der kleinere und mittlere Terminus zu ihren kleinesten Verhältniß reduciret werden, so kommen 3 Zahlen in einer arithmetischen Progression, deren grösseste und kleineste Zahl aus der mittlern, und deren mittelste Zahl aus den beyden äussersten wird. z. E. 6–8: 8–12, sind harmonische Proportionales, und 8 < 12, ist 2 < 3 durch 4, wie 6 < 8, ist 3 < 4 durch 2, so soll 2, 3, 4 eine arithmetische Progression von 6, 8, 12 seyn. Denn 6, 8, 12 ist von 2, 3, 4 mit 2 und 4 gemacht; (§. 4.) darum wird 6, 8, 12, in 2 und 4 durch 2, 3, 4 wieder dividiret. (2, 2, §. 30.)

§. 6. Wen man von einer harmonischen Proportion den Verhalt der ersten gegen die andere mit dem Verhalte der andern gegen die 3te Zahl multipliciret, so ist das Product gleich den Quotienten von der ersten Zahl in die 3te dividiret. z. E. 6, 8, 12, sind harmonice proportionales; da nun 6: 8 = 1† (1: 3.) und 8: 12 = 1† (1: 2.) und 1† (1: 3.) 1† (1: 2.) = 2, soll auch 6: 12 = 2 seyn. Denn wen 6–8: 8–12 = 6: 12, (§. 2.) so ist 6: 8 = $1\frac{1}{3}$, und 8: 12 = $1\frac{1}{2}$, wie

6:12=2 nach der Aufgabe, und 6. $1\frac{1}{3}$=8, wie 8. $1\frac{1}{2}$=12, (1,1,5,1.) und folglich 6: 8. 8: 12=6: 12. (2,2,8.)

§. 7. **Wen man die Differentz der ersten und zweyten Zahl einer harmonischen Proportion zu der Differentz der andern und dritten Zahl addiret, so ist die Summa gleich der Differentz zwischen der ersten und dritten Zahl.** z E. 6,8,12, ist eine harmonische Proportion; darum soll 6–8, das ist: 2 † 8–12, das ist: 4 gleich seyn 6–12. Denn wen 6–8 † 8–12 gleich 14–20, (Vorb.§.38.) so ist 8–14=6, und 8–20=12, folglich 6–8†8–12=6–12. (2,2,8.)

§. 8. **Wen man von einer harmonischen Proportion zu den zwey gegebenen größten Zahlen die kleinesten finden will, so multipliciret man die gegebenen Zahlen, und dividiret das Product in dem Reste zwischen dem Duplo der andern und einfachen der ersten Zahl.** z.E. Es seyn die gegebene Zahlen 8 und 12, so ist 8. 12=96, und das Duplum der erstea Zahl 12=24, wie 24–8=16, also 96:16=6 der ersten Zahl. Denn es sey die erste Zahl X, so ist die harmonische Proportion X--8: 8: 12=X: 12. (§.2.) und

$$\begin{array}{r} 12X-96=8X-12X \text{ (7.§.9.) daher} \\ -12X-96-96-12X \\ \hline 24X\text{———}8X\dagger 96 \\ -8X\text{———}8X \\ \hline 16X\text{———}96 \text{ ergo } X=6 \end{array}$$

§. 9. **Zu zwey bekannten Zahlen findet man die dritte harmonice proportionalem, so man von Duplo der ersten Zahl das Einfache der andern subtrahiret, und in dem Reste das Product der beyden gegebenen Zahlen dividiret.** z. E. Die gegebenen Zahlen sind 5 und 8, so ist das Duplum von 5=10 und 8–10=2. Hingegen das Product von 5. 8=40.

8 = 40. Diesemnach 40 : 2 = 20 der dritten harmonischen Proportional-Zahl. Denn es sey die dritte Zahl X, so ist

5 — 8 : 6 – X = 5 : X (§. 2.) und
5X – 8X = 40 – 5X (7.§.9.) –
daher – 5X – 8X = – 8X – 5X

10X ——— 40 + 8X
8X ——— 8X

2X ——— 40 ergo : X = 20.

§. 10. **Diesemnach ist von drey harmonischen Proportional-Zahlen, die Differentz der andern Zahl von dem Duplo der ersten Zahl, zu der ersten, wie die andere zu der dritten.** z. E. 5, 8, 20 sind harmonice proportionales; darum soll 5 + 5 – 8 : 5 = 8 : 20 seyn. Denn 5 + 5 – 8 ist zu 8. 5 : 2, wie 5 – 8 : 8 – 20 zu 5 : 20; (§.4.) darum ist 5 + 5 – 8 : 5 = 20. (2,2,§.8)

§ 11. **Hieraus folget, das keine Proportio harmonica von 2 Zahlen statt finden kann, wen die andere Zahl grösser als das Duplum der ersten, oder derselben gleich.** Denn die Differentz der andern Zahl von dem Duplo der ersten soll seyn, wie die andere Zahl zu der dritten. §. 5. Nun aber kann eine grössere Zahl als das Duplum der ersten, nicht von der ersten abgezogen werden; (1,5,1,) darum kann keine harmonische Proportion statt finden, wo die andere Zahl grösser als die erste. Ist sie aber dem Duplo der ersten gleich, so ist es auch unmöglich, daß eine harmonische Proportion statt finden kann, weil alsdann die 3te Zahl 0 seyn müste, welche keine Proportion geben kann.

§. 12. **Wen man zu zwey gegebenen Zahlen 5 und 20 die mittlere harmonische proportional-Zahl finden soll, so addiret man die beyden gegebenen Zahlen 5 und 20, und dupliret die erste 5, und**

nachdem man das Duplum der ersten gegebenen Zahl 10 mit der dazu gegebenen letzten 20 multipliciret, so dividiret man das Product 200 in die Summa der beyden gegebenen Zahlen 25, so ist der Quotient 8 die mittlere Zahl einer harmonischen Proportion 5:8:20. Denn es sey die gesuchte mittlere Zahl a, so ist 5-a: a--20 = 5:20; (§.2.) darum soll 5-a: 10 = a--20. 5 seyn, (7.9.) und also

100 — 20a = 5a — 100 und
100 — 20a = 20a — 100 bleiben

200 ——— = 25a solche dividiret

25)———————

8 ——— = 1a ist also 8 die mittelste Zahl zu 5 und 20 in Proportione harmonica.

§. 13. Hieraus folget, daß von 3 harmonice proportionalibus die Summa der beyden ersten Zahlen zu dem Duplo der ersten, wie die letzte zu der mittlern. z. E. 5, 8, 20 sind harmonice proportionales; darum soll 5+20, das ist: 25 zu 5+5, das ist: 10 seyn, wie 20 zu 8. Denn 5- 8:8--20 = 5:20; darum ist 20+5: 5+5 = 5:8. (§.12.)

§. 14. Wen zu der vorigen Proportion von 3 Gliedern das vierdte Glied soll gefunden werden, so subtrahiret man von dem Duplo der ersten das Simplum der andern und in den Reste dividiret man das Product der ersten und dritten Zahl, so giebet das Quotum die 4te Zahl. z. E. Die bekannten Zahlen sind 6, 8, 12, so ist das Duplum von 6 = 12, und 8--12 = 4. Wen denn das Product von 6.12 = 72, so ist 72: 4 = 18 die verlangte 4te Zahl. Denn es sey die 4te Zahl X, so ist

6--8

6-8: 12-X = 6: X (§. 2.) und
6X-8X = 72-6X (7.§.9.)
6X-8X ——8X-6X.

12X ——— 72+8X
8X ——— 8X

4X ——— 72 ergo: X 18

§ 18. **Wen man von der** Proportione harmonica **eine** Progressionem harmonicam **von einer ganzen Reihe unterschiedlicher Zahlrn machen will; so verfähret man mit dem 3ten und 4ten** Termino, **wie vorhin mit dem ersten und andern, so kommet der 5te** Terminus, **und so solches nicht grösser, oder: eben so groß als das** Duplum **des 4ten, so verfähret man mit dem 4ten und 5ten** Termino, **wie mit dem ersten und andern, so hat man den 6ten** Terminum, **und damit kan man so lange fortfahren, bis der nechstfolgende** Terminus **eben so groß, oder: grösser, als das** Duplum **des nechst vorhergehenden** Termini. z. E. Man will eine Progressionem continue harmonicam finden zu 6,8,12,18, so dupliret 12, ist 24, und subtrahiret 18, bleiben 6, darauf nehmet das Product von 12. 18, ist 216, solches dividiret in 6, ist 36, und weil 36 gleich dem Duplo von 18, kan die Progressio nicht weiter continuiret werden. (§. 11.)

§. 16. **So kann auch aus der** arithmetischen Progression **eine** harmonische Progression **gemacht werden, wen man durch den andern** arithmetischen Terminum **den ersten, und den 3ten, den ersten und andern** multipliciret. Kan die Progression weiter gehen, so multipliciret **durch den 3ten den ersten schon gefundenen harmonischen** Terminum, **durch den 4ten aber alle 3 vorhergehende** Terminos, u. s. w. z. E. Es ist die arithmetische Progression

2,3,4,5, so multipliciret 2 mit 3, ist 6, und 2,3, mit 4, so habt ihr 6,8,12, eine harmonische Progression. Ferner mit der 3ten Zahl der arithmetischen Progression 4 multipliciret den ersten harmonischen Terminum 6, ist 24, mit 5 alle 3, ist 30,40,60, u.s.f.

§. 17. Oder nach des Habelii in seiner erklärten Practica und Cos. P. 7. p.22. Anweisung, multipliciret man die arithmetice Proportionales, und dividiret das Product rückwerts durch jede progressional-Zahl von der grösten bis zu der kleinesten. z.E. Die gegebenen Zahlen einer arithmetischen Progression, sind 1,2,3,4,5,6, so ist 1.2=2, 2.3=6, 4.6=24. 5.24=120, 6.120=720, und 720:6=120, 720:5=144, 720:4=180, 720:3=240, 720:2=360, und 720:1=720. Ist also von 1,2,3,4,5,6 die Progressio harmonica in grössern Zahlen 120, 144, 180, 240, 360, 720, und in den kleinesten gantzen Zahlen 10,12,15,20,30,60.

§. 18. Hieraus folget, daß man eine harmonische Progression in eine arithmetische verwandeln kann, wen man die grösste Zahl der harmonischen Zahl in sich selbst, und jegliche der kleinesten dividiret. z.E. Die harmonische Progression sey 10, 12, 15,20,30,60, so dividiret 60 in sich selbst in 30, in 20, in 15, in 12, in 10, so kommen 1,2,3,4,5,6, die Zahlen der arithmetischen Progression, von einer harmonischen 10.12,15,20,30,60.

§. 19. Will man von zwey gegebenen äussersten Zahlen die Zahlen finden, so zwischen denselben in Progressione harmonica stehen können, so sucher man zu beyden gegebenen Zahlen so viel arithmetice proportional Mittel-Zahlen als daran fehlen, daß die erforderte Anzahl der Terminorum voll werde, und verwandelt solche in harmonische Zahlen. (§. 11.) z.E. Von 1 und 6 soll eine harmoni-

monica progressio von 6 terminis gemacht werden, so setzet 4 Zahlen in progressione arithmetica zwischen 1 und 6, ist 2, 3, 4, 5, und machet aus 1,2,3,4,5,6 eine Progressionem harmonicam, ist in kleinern Zahlen 10, 12,15,20,30,60.

§. 20. Eine jegliche harmonische Progression in grössern Zahlen wird zu einer Progession in kleinern Zahlen, so man die gröβten Zahlen durch einen gemeinen Aufheber dividiret, oder: so man sie in den allerkleinesten Zahlen der Brüche haben will, alle Terminos durch den gröβten dividiret. z. E. 120, 144, 180, 240, 360, 720, ist eine Progressio harmonica in grössern Zahlen, so ist 12 der gemeine Aufheber dieser Zahlen; darum ist 10, 12, 15, 20, 30, 60, die Progressio harmonica in den kleinesten gantzen Zahlen, und $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$, 1 Progressio harmonica in den kleinesten Brüchen.

§. 21. Die andere Art der Proportionum secundariarum, ist Proportio contra-harmonica, wen sich nemlich von drey Zahlen die kleineste Zahl zu der gröβten Zahl also verhält, wie die Differentz der gröβten und mittelsten Zahl, zu der Differentz der kleinesten und mittelsten Zahl, oder: da die Differentz der ersten und der andern Zahl sich zu der Differentz der andern und dritten Zahl also verhält, wie die dritte zu der ersten. z. E. Von 3: 5: 6: ist 3: 6 ═ 6--5: 5 ═ 3: oder: 5--3: 6--5 ═ 6: 3. Denn 3. (5--3) ═ 6. (6--5), das ist 6 ═ 6; darum ist 3: 6 ═ 6 --5: 5--3 proportional.

§. 22. Wen man zu zwey gegebenen Zahlen 6: 3 die dritte Zahl in Proportione contra-harmonica finden soll, so addiret man zu der Summa des Quadrats von der ersten und andern Zahl, das Product von der ersten und andern Zahl, und thut noch zu der Helffte des radicis von dieser Summa die

Helffte der andern Zahl. z. E. Zu 3, 5, soll die dritte Zahl in Proportione contra-harmonica gefunden werden, so ist 3. 3 = 9, und 5. 5 = 25; daher 9 + 25 = 34, und wenn 3. 5 = 15, so ist 34 + 15 = 49, davon der Radix 7, dessen Helffte $3\frac{1}{2}$, und die Helffte von 5 der andern Zahl $2\frac{1}{2}$, folglich $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 6$, die dritte Zahl in Proportione contra-harmonica; denn so die dritte Zahl

= X, so ist 5 -- 3 : X -- 5 = X : 3; (§. 21.) darum

15 -- 9 = XX -- 15 X (7, 9, und nachdem man das Quadrat XX -- 5 X erhöhet. vid. Poetii Anleitung. &c. §. 542, so ist

$(\frac{25}{4} + 9 + 15) = XX - 5X + \frac{25}{4}$, folglich

$\frac{7}{2} = X - \frac{5}{2}$, und $\frac{5}{2} + \frac{7}{2} = 6 = X$.

§. 23. Wenn zu zwey contra-harmonischen Zahlen die mittelste proportional-Zahl gefunden werden soll, so dividiret man die Summa beyder Quadrate der gegebenen Zahlen, mit der Summa der Radicum, und so ist der Quotient die mittelste Zahl der contra harmonischen Proportion. Die gegebenen Zahlen sind 6, 12, so ist 6. 6 = 36, und 12. 12 = 144, wenn nun 36 + 144 = 180, und 6 + 12 = 18, so ist 180 : 18 = 10. Denn die mittelste Zahl sey = X, so ist

X --- 6 : 12 --- X = 12 : 6 (§. 21.) darum

ist 6 X --- 36 = 144 --- 12 X (7, 9)
und 12 X -- 36 = --- 36 -- 12 X bleibet 18 X = 180 ergo: 10 = X.

§. 24. Oder man dividiret das Product von der Differentz zwischen der ersten und letzten Zahl mit der kleinesten Zahl multipliciret in die Summam der grösten und kleinesten Zahl, und ziehet den Quotienten ab von der grösten Zahl, so ist der Rest die mittelste Zahl. z. E. 6, 12 sind die erste und letzte Zahl einer Proportionis contra-harmonicæ, so ist 12 -- 6 = 6,

und

und 6. 6 = 36; da nun nun 12+6 = 18, so ist 36 : 18 = 2, und 12--2 = 10 die begehrte zweyte Zahl zu 6, 12, wie vorhin. Denn es sey die mittelste Zahl = X, so ist X--6: 12--X = 12. 6. (§. 21.) und

X -- 6: 12 -- X = 12: 6, mit 6 multipliciret = 6 X -- 36 : 72 -- 6 X = 12, daher

6 X -- 36: 72 -- 6 X = 12 solches getheilt in 6+12 ist 18) $\frac{1}{3}$ X -- 2: 4 -- $\frac{1}{3}$ X = $\frac{2}{3}$ und (3

1 X -- 6: 12 -- 1 X = 2 (112--1X

1 X -- 6 ═══ 24 -- 2 ꝛc. und

-- 2 X -- 6 ═══ 6 -- 2 ꝛc.

3 X ═══ 30 also 1 X = 10.

§. 25. Die dritte Art der Proportionis secundariæ ist, wen sich die Differentz der mittlern und kleinern Zahl zu der Differentz der mittlern und grössern Zahl verhält, wie die mittlere zu der kleinern. z. E. Von 2, 4, 5, ist zwischen 2 und 4 die Differentz 2, und zwischen 4 und 5 die Differentz 1; darum soll 2 : 1 = 4: 2 seyn. Denn 4--2: 5--4 = 4: 2 nach der Aufgabe und 5 -- 4 = 20 -- 16 (7. § 9.)

--16 -- 4 = -4 -- 16

24 ═══ 20 -- 16, das ist: 16.

§. 26. Diese Proportion wird von Boethio contraria geometriæ prior genannt; weil in Proportione geometrica continua von 3 Zahlen sich die Differentz des letzten und mittelsten Gliedes verhält zu der Differentz des ersten und mittelsten Gliedes, wie das erste Glied zu dem mittelsten, hier aber das Gegentheil gefunden wird. z. E. 2, 4, 8, ist in Proportione geometrica, und wie 4--8 zu

2--4,

2--4, also 2: 4, so ist hier im Gegentheil 4--2: 8--4 = 4: 2, oder: in kleinern Zahlen 1,2,4.

§. 27. **Die vierdte Art der** Proportionis secundariæ **ist, wenn die** Differentz **des mittlern und kleinesten Gliedes sich zu der** Differentz **der mittelsten und grössesten verhält, wie sich das gröste Glied zu dem mittelsten verhält.** z. E. 1,4,6, so soll 4--1 zu 6--4 seyn, wie 6: 4. Denn wen

4 -- 1 : 6 -- 4 = 6: 4

so ist 16 -- 4 = 36 -- 24, das ist: 12: 12. Wird von Boethio contraria geometricæ posterior genannt, weil in geometrica Proportione continua von drey Zahlen sich die Differentz des letzten und mittelsten Gliedes, zu der Differentz des ersten und mittelsten Gliedes verhält, wie das letzte zu dem mittelsten, davon sich hier das Gegenheit findet.

§. 28. **Die fünfte Art ist, wen sich die Differentz des grösten und kleinesten Gliedes zu der** Differentz **des mittelsten und kleinesten Gliedes also verhält, wie das gröste zu dem kleinesten.** z. E. Es sey gegeben 6,8,9, so soll 6--9: 6--8 = 9: 6 seyn. Denn wenn 6--9: 6--8 = 96, so ist 36--54 = 54--72, das ist: 18 = 18.

§. 29. **Die sechste Art ist, wen sich die** Differentz **des grösten und kleinesten Gliedes zu der** Differentz **des gröstens und mittelsten Gliedes verhält, wie das gröste zu dem kleinesten.** z. E. Es sey gegeben 6,7,9, so soll 9- 6: 9--7 = 9: 6 seyn. Denn wenn 9--6: 9--7 = 9: 6, so ist 54--36 = 81--63, das ist: 18 = 18.

§. 30. **Die siebende Art ist, wen sich die** Differentz **des gröstens und kleinesten Gliedes also zu der** Differentz **des mittelsten und kleinesten Gliedes verhält, wie das mittelste Glied zu dem kleinesten.**

z. E.

z. E. Es sey gegeben 4, 6, 7, soll 7--4: 6--4 = 6: 4. Denn wenn 7--4: 6--4 = 6: 4, so 28--16 = 36--24, das ist: 12 = 12.

§. 31. Die achte Art ist, wen die Differentz zwischen den gröſsten und kleinesten Gliede sich zu der Differentz des gröſsten und mittlern Gliedes also verhält, wie das mittelste zu dem kleinesten. z. E. Es sey gegeben 3, 5, 8, so soll 8--3: 8--5 = 5: 3. Denn wen 8--3: 8--5 = 5: 3, so ist 24--9 = 40--25, das ist: 15 = 15.

§. 32. Von diesen Arten der Proportionen mag allhier genug gesaget seyn, wen man derselben Unterscheid bemercket, wer aber mehr davon wissen will, den verweisen wir mir dem Herrn Neufville, auf Boëthii Lib. 2. Arithmet. C. 47. sqq. Jordani L. 10. Element. Arithmet. und Mich. Stifels Arithmet. L. 4. C. 7.

Andere Eintheilung.

Von der Arithmetica vulgari numerosa, in gantzen und benahmten Zahlen, oder: der Numeratione simplici in benahmten Zahlen.

CAPUT I.

Von Numeriren, oder: Erkänntniß und Gehalte der Nahmen, so den Zahlen beygeleget werden.

Von der benahmten Zahlen Ursprung und Benennung.

§. 1. Die Zahlen sind zu dem Ende erfunden, daß man die Anzahl gewisser Dinge damit anzeigen möge. Und da die Grössen der zählbaren Dinge, entweder homogenisch, oder heterogenisch sind; (Vorb. §. 71.) so hat man gewisse Wörter erfunden, wodurch man die homogenischen, die von kleinern Gehalte, von den, so von grössern Gehalt sind, oder: auch die homogenischen von den heterogenischen unterscheidet. Und diese Wörter nennet man der Sachen Nahmen, oder: Benennung. Und die Zahlen, so anzeigen, wie oft ein solcher Nahme von einem Dinge gesagt werden könne, heisset man, in so ferne sie solche Anzeige thun, Numeros concretos, oder: numeratos, zu teutsch: benahmte Zahlen.

Was eine benahmte Zahl sey.

§. 2. Es ist also eine benahmte Zahl dieselbe, der ein gewisser Nahme von einer Sache beygefüget, oder: die von den zählbaren Dingen anzeiget, wie offt sie unter einen gewissen Nahmen vorhanden seyn.

Was

Was Numeri cognomines, und non-cognomines seyn.

§. 3. Der Dinge unterschiedliche Vielheit, wird entweder durch eben den Nahmen, oder: durch unterschiedliche Nahmen angezeiget. Im erstern Fall heissen die Zahlen, so eben den Nahmen haben cognomines; im andern Fall, da sie unterschiedliche Nahmen haben, heissen sie non-cognomines. z.E. 4 Thlr. und 6 Thlr. sind Numeri cognomines, Zahlen von gleichen Nahmen; 4 Thlr. aber und 4 Groschen, oder: 4 Center, sind Numeri non-cognomines, oder: Zahlen von ungleicher Benennung.

Was Homogenii non-cognomines sind.

§. 4. Weil die Zahl, wodurch man die Grösse der zählbaren Dinge anzeiget, gar zu groß werden würde, so man sie durch den Nahmen des kleinesten Gehalts anzeigen würde; so hat man Nahmen erfunden, wodurch eine gewisse Anzahl der Dinge unter einen Nahmen von einen grössern Gehalte vorgestellet wird, und solcher Nahme enthält eine gewisse Vielheit der Zahlen des geringern Gehalts. Diese unterschiedliche Nahmen, deren einer eine gewisse Anzahl des Gehalts eines andern Nahmens enthält, oder: deren Vielheit von andern enthalten wird, heissen: non-cognomines homogenii. (Vorb. §. 73.) z.E. Thaler, Groschen und Pfenninge, sind homogenische Benennungen, weil Groschen und Pfenninge in der Benennung von Thaler enthalten.

Was grössere und kleinere homogenische Sorten, oder Benennungen.

§. 5. Von den ungleichen homogenischen Benennungen, heissen die, so die andern enthalten, die grössern Benennungen, oder: Sorten, und die so enthalten werden, die kleinern Benennungen, oder: Sorten. z.E. Es sind Benennungen: Thaler, Groschen, Pfenninge

ninge, so enthält 1 Thaler eine gewisse Anzahl Groschen, und ein Groschen eine gewisse Anzahl Pfenninge; darum sind die Thaler die grössern Nahmen von Groschen, die Groschen grössere Nahmen von Pfenningen. Und als eine gewisse Anzahl, oder: Vielheit der Pfenninge in den Thalern und Groschen enthalten, sind die Pfenninge die kleinesten Nahmen von den Thalern und Groschen.

§. 6. Hieraus folget (1) daß die grössern Benennungen, als das Totum der kleinern homogenischen Benennungen, und die kleinern, als partes aliquantæ, oder: aliquotæ, der grössern Benennungen zu betrachten sind.

§. 7. Und weil (2) nach Belieben die Anzahl der kleinern Benennungen eine grössere ausmachen, so steigen die Unitates progressionales der kleinern Benennungen nicht bis zu zehn, sondern zu dem Gehalte der grössern Benennung, und also oft unter 10, oft über 10 auf. z.E. Die Pfenninge sind die kleinern Benennungen von einem Groschen, und steigen von 1 nicht bis 10, sondern bis 8 auf. Die Groschen sind die kleinern Benennungen von einem Thaler, und steigen über 10 bis 36 auf, ehe sie ein gantzes ausmachen. Wobey man nicht ohne Ursach gewünschet, daß man den Gehalt der grössern gegen die kleinern nicht über 10 angesetzt; denn solches wurde in der Rechnung eine grosse Erleichterung schaffen.

Was heterogenische Benennungen sind.

§. 8. Wen die unterschiedenen Grössen also beschaffen, daß eine der andern nicht kann gleich, oder: davon übertroffen werden, so heissen ihre Nahmen heterogenisch. z.E. Also kann ein Thaler von einer Tertie in der Musique nicht übertroffen werden; darum sind

die

die Nahmen Thaler und eine Tertie heterogenische Benennungen. (Vorb. §. 71.)

Wie die homogenischen grössern und kleinere Benennungen zu Papiere gebracht werden.

§. 9. Man bringet die homogenischen Benennungen also zu Papier, daß man die größte Benennung voraus seßet, derselben die kleinern beyfüget, und die Nahmen entweder daneben, oder: darüber schreibet, und die Zahlen durch ein Colon unterscheidet. Oder: so die Nahmen der kleinern Benennung schon vorhin bekannt, so schreibet man nur den grössern vor die gantze Reihe der Zahlen, und unterscheidet die Zahlen durch ein Colon. z. E. Man soll zu Papiere bringen 70 Thaler 8 gr. 4 pf. so geschiehet solches also: 70 thlr: 8 gr: 4 pf. Oder:

	Thlr.	gr.	pf.	
	70:	8:	4,	oder:
Thlr.	70:	8:	4.	

§. 10. Es ist aber so wenig der Werth, als das Gewicht der zählbaren Sachen an allen Orten mit gleichen Nahmen benennet. So sind auch die größten Benennungen nicht an allen Orten in gleich kleinere Theile eingetheilet.

§. 11. Eines jeden Ortes gebräuchliche Taxa zu wissen, ist nicht allen nöthig. Wir wollen solche deswegen anzuzeigen versparen bis in das andere Buch, da wir dann bey eines jeden Ortes Handelung, dessen Geldes, Maaß- und Gewichts-Rechnung, so viel wir Nachricht davon haben können, anzeigen wollen.

§. 12. Hier haben Anfänger nur vors erste zu lernen, was für Geldes-Sorten, Gewicht und Maaß in unsern Landen gebraucht werden, wie sie geschrieben, und wie viel kleinere Sorten zu einen Nahmen von grössern Gehalt in hiesigen Fürstenthum und Landen erfordert werden.

§. 13. Die hie gebräuchlichen Geld-Sorten sind ausser den Gold-Müntzen, als Ducaten, Gold-Gülden und andern Species Silber-Gelde, nach den grössern Gehalte Reichs Thaler. Die werden allhier in kleinern Sorten gerechnet, zu Marien, oder: guten Groschen, davon die noch kleinere Benennung Pfenninge, und die kleinesten Heller heissen. Die Pfenninge pflegen einige alte Leute auch wol Flitter zu nennen.

§. 14. Was diel Art solche Benennungen zu schreiben betrifft, so bedeutet Thlr. oder: Rthl. die Thaler; fl die Marien-Gulden; gr. die Marien-Groschen; ggr. die guten Groschen; ₰ die Pfenninge; hl. die Heller.

§. 15. Den Werth einer jeden grössern Benennung in der kleinern zeiget folgendes Tarif an.

Heller					
2	1 Pfennig				
16	8	1 Marien-Groschen			
24	12	1½	1 guten Groschen		
320	160	20	13⅓	1 Marien-Gulden	
576	288	36	24	1⅘	1 Thaler

§. 16. Das allhier gebräuchliche Gewichte in schwehren Kauffmañs-Waaren von dem grössere Gehalte bis zum kleineste, sind Schiff-Pfund, Centner, Liß-Pfund, Pfunde, Viertel, Loth, Quentin, Pfennig-Gewichte, Heller-Gewichte.

§. 17. Die Schiff-Pfunde schreibet man: S℔; die Centner C; die Liß-Pfund L℔; die Pfunde ℔; die Viertel Vl; die Loth Lt; die Quentin q; Pfennig-Gewichte ₰G; die Heller-Gewichte hl. G.

§. 18. Der Werth einer grössern Benennung von obgedachten Gewichte in kleinern Benennungen zeiget folgender Tarif:

1 Hl. Gew.							
2	1 pfen. Gew.						
8	4	1 q;					
32	16	4	1 Loth				
256	128	32	8	1 Viertel			
1624	512	128	32	4	1 Pfund		
14336	7168	1792	448	56	14	1 ℔	Pfund
116736	58368	14592	3648	456	114	$8\frac{1}{7}$	1 Centner
306720	153360	35840	8960	1120	280	20	$2\frac{26}{57}$ 1 S. Pfund

§. 19. Silber wieget man aus nach ℔, Marck, Unzen, Loht, Quentin und Orrgen, und ist dabey nichts mehr zu mercken, als daß 1 ℔, so viel als 2 Marck, welche mit der Figur ℔ angezeiget werden: oder 16 Unzen: oder 32 Loth, wie denn ein ℔ so viel als 8 Unzen, oder: 16 Loth, 1 Unze aber so viel, als 2 Loth, oder: 8 q;

§. 20. Gold wird gewogen nach Marck, Loth, Carat, Gran und Grän, und zeiget die Figur: ℔ die Marck; Lt. die Loth; Crt. die Carat; und Gr. die Grän an. Und ist der Werth in grössern und kleinern Nahmen.

1 Grän			
12	1 Carat		
18	$1\frac{1}{2}$	1 Loth	
288	24	16	1 Marck.

Oder: weitläufftiger.

1 Grän					
3	1 Gran				
12	4	1 Carat			
18	6	1½	1 Loth		
36	12	3	2	1 Unzen	
144	48	24	16	8	1 Marck.

§. 21. Wolle und Flachs, Federn werden ausgewogen, nach Stein und Pfunden, und hält 1 Stein 11 ℔, oder: 10 ℔; der Stein wird angezeiget mit einem Stl.

§. 22. Die Apotequer wägen ihre Waaren aus mit Pfunden, Unzen, Drachmen, Scrupel und Gran. Und zeigen die Pfund an mit folgenden Zeichen ℔; die Unzen mit ℥; die Drachmen mit ʒ; die Scrupels mit ℈; die Gran mit Gr. Den Werth der grössern Benennung in kleinern Nahmen, zeiget folgendes Tarif:

1 Gran				
20	1 Scrupel			
60	3	1 Drachmen		
480	24	8	1 Unzen	
5700	288	96	12	1 Pfund

§. 23. Was die Papier-Rechnung betrifft, so verkauffet man solches nach Ballen, Rieß, Buch und Bogen. Und ist der Werth der grössern Benennung in kleinern Nahmen nach folgenden Tarif:

1 Bogen					
24	1 Buch				
480	20	1 Ries			
4800	200	10	1 Ballen		

§. 24. Hering und andere Tonnen-Waaren verkaufft man nach Last und Tonnen. Und hält jede Last 12 Tonnen, 1 Last Saltz, oder: Butter, 18 Tonnen.

§. 25. Butter wird nach Tonnen verkaufft, und wird die Tonne groß Band gerechnet, zu 280 ℔, klein Band aber: zu 224.

§. 26. Was Stück weise bezahlet und verkaufft wird, verkaufft man nach Tausenden, Hunderten, Schocken, Stiegen, Mandeln und einzeln Stücken. Und zeiget folgender Tarif den Werth der grössern Benennung in kleinern Nahmen.

1 Stücke						
15	1 Mandel					
20	$1\frac{1}{3}$	1 Stiege				
60	4	3	1 Schock			
100	75	5	$1\frac{2}{3}$	1 Hundert		
1000	750	50	$16\frac{2}{3}$	10	1 Tausend	

NB. Ein groß Tausend, hält 10 groß Hundert, 6 Stiege, oder: 2 Schock.

§. 27. Garn wird verkaufft nach Bunden, Löpfen und Hunderten. Und hat ein Bund 20 Löpfe; ein Kauff-Lopf aber 9 hundert; und ein Werckel-Lopf 10 hundert Haspel-Faden.

§. 28. Von Waaren, so dutzend weise verkauffr werden, gehen 12 Dutzen auf ein Dosin, oder: Groß; und 12 auf ein Dutzend; und man rechnet auch 1 Dosin zu 12 Paar.

§. 29. Korn, Gersten, Weitzen, Hopfen ꝛc. verkauffr man nach Wispel, Scheffel, Himbten, Viertaß und Löchern. Und bedeutet Wspl. den Wispel; Schl. den Scheffel; Hbt. den Himbten; Vst. das Viertaß; Ll. das Loch; den Werth der grössern Nahmen in kleinern Benennungen, zeiget folgendes Tarif.

NB. Beym Haber werden 12 gestrichene Himbten auf einen Scheffel gerechnet.

				1 Loch
			4	1 Vst.
		16	4	1 Hbtl.
	160	40	10	1 Schl.
640	160	40	4	1 Wispel

NB. In Hannover hält 1 Fuder Korn 12 Malter; 1 Malter 3 Schl; 1 Schl. 2 Hbtl; 1 Hbtl. 3 Metzen; in Hildesheim aber ein Fuder 40 Schl.

§. 30. Seiden-Waaren, Cattun, Nesseltuch, ꝛc. werden nach Ellen verkauffr. Und hält die Elle 4 Viertel; Ein Pack-Tuch ist 10 Stück; ein Stück ist 22 Tuch; 1 Tuch 32 Ellen. Leinwand wird nach Schock, Stiegen, Ellen und Vierteln verhandelt. Und hält ein Schock 3 Stiege; 1 Stiege 20 Ellen; 1 Elle 4 Viertel.

§. 31. Das Land wird nach Ruhren, Schuh und Zoll ausgemessen. Und hält eine hiesige Ruhte 16 Schuh; ein Schuh $\frac{1}{2}$ Ellen; oder: 12 Zoll.

§. 32.

§. 32 Das Bier wird ausgemessen nach Fässern, Stübgen, Quartieren und Nößeln. Und hält ein Faß 108 Stübgen; 1 Stübgen 4 Quartier; 1 Quartier 2 Nößel. NB. 1 Tonne ist $\frac{1}{4}$ Faß.

§. 33. Der Wein wird verhandelt nach Fudern, Ahm, Ochshövet, Stübgen, Quartieren und Nößeln. Und zeiget den Werth der grössern Nahmen in kleinern Benennungen folgendes Tarif an.

1 Nößel					
2	1 Quartier				
8	4	1 Stübgen			
320	160	40	1 Ahm		
480	240	60	$1\frac{1}{2}$	1 Ochshövet	
2880	1440	360	6	4	1 Fuder

§. 34. Oel wird nach ℔, oder: Piepen verkaufft a. 820 ℔ die Piepe.

§. 35. Die Zeit wird eingetheilet, in Secula, Jahre, Monate, Wochen, Tage, Stunden, Minuten und Secunden. Ein Seculum ist 100 Jahr; 1 Jahr 12 Monat, oder: 365 Tage; ein Schalt-Jahr, (so alle 4 Jahr einfällt) 366; ein ordentliches Jahr 52 Wochen, und etwas über einen Tag; 1 Tag 24 Stunden; 1 Stunde 60 Minuten; 1 Minute 60 Secunden.

§. 36. Alle Himmels-Zeichen halten 360 Gradus, ein Himmels-Zeichen 30 Gradus.

§. 37. Häure, Felle und Rauchwerck wird nach Zimmern, Dächern und einzeln Stücken loß geschlagen. Und hält 1 Zimmer 4 Dechl; 1 Decher 10 Stück.

§. 38. Die Toni in der Musique werden auch auf gewisse Art eingetheilet, nach Intervallen, das ist:

ist: nach eines hohen, oder: niedrigen Tones Beschaffenheit benahmet. Der kleineste Nahme heisset Schisma; und machen 2 Schismata ein Comma; 2 Commata, oder: etwas weniger ein Diaschisma; (4) eine Diesis, oder: Semitonium minus; 4 Commata. (5) Eine Apotome, oder: Semitonium majus; übertrifft 4 Commata, und ist etwas weniger als 5 Commata. Nach den Alten 5 Commata. (6) Ein Tonus hat nach den alten 9 Commata, nach den neuern nicht gar 9. Diese Intervalla werden Consona genannt; die Consona aber sind, (1) Hemiditonos, ist zusammen gesetzt aus 1 Tono und Semitonio minore, oder: nach den andern majore. (2) Ditonos, oder: tertia major enthält 2 Tonos, oder: nach den andern Tonum majorem & Minorem. (3) Diatessaron, oder: quarta enthält 2 Tonos mit einen kleinern Semitonio, oder: nach den andern einen grössern und kleinern Ton nebst den Semitonio majori. (4) Diapente, oder: quinta enthält 3 Tone, nebst den Semitonio minori, und nach andern 2 Tonos majores, 1 minorem und Semitonium majus. (5) Diatessaron, und Hemiditonos, oder: sexta minor bestehet aus Diatessaro, aus 1 Semitonio, oder: tertia minore. (6) Diatessaron simul & Ditonos, ist zusammen gesetzt von der tertia majore und der quarta. (7) Diapason, oder: octava, bestehet aus der quarta und quinta. &c.

) o (

CA-

CAPUT II.

Von Addiren in benahmten Zahlen.

Worin die Addition in benahmten Zahlen von der gemeinen Addition unterschieden.

§. 1. Was Addiren sey, ist oben gelehret, auch sind dazu die Reguln auf mancherley Arten vorgeschrieben. Weil aber die Unitates progressionales der kleinern Benennungen nicht zu 10, sondern zu dem Wehrte der grössern Benennung anwachsen; (1.§.7.) so nimt man bey der Addition in benahmten Zahlen so viel Unitæten zu der grössern Benennung, als die Summa der Unitæten der kleinern Benennung den Gehalt der grössern Benennung übertrifft, und das Relict behält man für die Summa der kleinern Benennung.

Wie gefunden werde, ob die Summa vieler kleinern Sorten die grössern übertrifft.

§. 2. Wie offt der Gehalt der grössern Benennung in der kleinern enthalten, solches findet man, so man die Summa der Unitæten in den Gehalt der grössern Benennung dividiret, uns den Quotienten zu der grössern Zahl nimt, das Relict aber für die Summa der kleinern Benennung läst. (1,1,6,1.)

§. 3. **Daher verrichtet man die Addition in benahmten Zahlen nach folgender Regul.**

1) Schreibet die gegebene Zahlen also unter einander, daß die gleich benahmten Dinge ordentlich unter einander, (1,1,2,§.3.) und daß die Zahlen der grössern Benennung zur lincken Hand zu stehen kommen. Sodann schreibet dabey gegen die rechte Hand die von der kleinern Benennung in die andere Städte, und so weiter. (1.§.9.)

2) Setzet bey einem jeden Nahmen die Einfache un-

ter die Einfache, die Zehnfache unter die Zehnfache, u.s.w. Und wenn ihr die gegebene Zahlen alle aufgeschrieben, so ziehet eine Linie darunter.

3) Addiret die Zahlen eines jeden Nahmens jede insonderheit zusammen, und fanget an von den Zahlen der kleinesten Benennung.

4) Wen in den kleinern Benennungen die Summa mehrers bringet, als der Werth der grössern Benennung austräget, so dividiret diese Summa durch den Werth der grössern Benennung.

5) Addiret das Quotum zu der grössern Benennung, und was in dividiren übrig bleibet, setzet zur Summa der kleinern Benennung, (§. 2.) so kommet die gesuchte Zahl. Dieses wollen wir durch folgendes Exempel erläutern.

Addiret 654 Rl. 16 ß 3 ₰, 94 Rl. 3 ß 2 ₰, zu 1624 Rl. 24 ß 5 ₰ was bringts? stehet also:

654 Rl. 16 ß 3 ₰
94 Rl. 3 ß 2 ₰
1624 Rl. 24 ß 5 ₰

2373 Rl. 8 ß 2 ₰

Zuforderst hat man die gegebenen Zahlen unter einander geschrieben, daß die Zahlen der grössern Benennung forne zur lincken Hand unter einander geschrieben; die kleinern aber neben ihnen so stehen, daß ein jeder Nahme mit seiner Zahl unter seines gleichen zu stehen kommen nach der ersten Regul.

Man hat ferner bey einen jeden Nahmen die einfachen Ziffern unter die einfachen, die 10fachen unter die 10fachen, und so weiter gesetzet, und eine Linie darunter gezogen nach der andern Regul. Weiter hat man die Zahlen eines jeden Nahmens vor sich zusammen addiret und von hinten bey den kleinern Nahmen angefangen

gen

gen nach der dritten Regul. Beym addiren der ℔ kommen 10, solche waren über den Werth eines ß; darum sind solche in 8 dividiret, und hat sich gefunden, daß der Quotient 1, und die übrig gebliebene Zahl 2 sey, sind 2 ℔. Solche sind zum Aggregat gesetzet unter die ℔; 1 ß aber ist zu den ß addiret. Wen man die ß summiret, sind kommen 44 ß. solche sind über den Werth eines Thalers, sind also in 36 dividiret, und kommet zum Quotienten 1, welcher zu den Thlr. addiret. 8 blieben übrig, solche sind unter die ß gesetzet. Endlich hat man die Rthlr. auch addiret, und die Summa alles Geldes funden. Wie zu thun.

§. 4. Die Division **in grossen** Exempeln **zu vermeiden, so macher man so offt einen** Punct **unter die grössere Benennung, als man in** Summirung der Unitæten der kleinern Benennung den Gehalt der grössern erreicher. z. E. Es sind zu addiren folgende Posten.

Rl	ß	℔
7:	18:	5
6:	24:	7
3:	34:	6
4:	29:	4
:	:	
22:	35:	6

Denn von 5 † 7 ℔ hat man einen Punct zu den Groschen gesetzt, und 4 behalten. 4 † 6 waren 10; davon hat man wieder einen Punct zu den Groschen gesetzt, und 2 behalten; 2 † 4, sind 6 ℔. Solche 6 ℔ hat man zum Aggregat unter die Pfenninge gesetzt. Ferner waren 18 † 24 = 42, davon hat man einen Punct zum Thalern gesetzt, und 6 behalten; 6 † 34 waren 40, davon hat man abermal einen Punct zu den Thalern gesetzt, und 4 behalten. Endlich waren 4 † 29 † 2 = 35 ß.

§. 5.

§. 5: **Wan die kleinern Sorten den grössern gar nahe kommen, so kann man die Additions-Exempel in benahmten Zahlen durch die Subtraction nach folgender Regul verrichten.**

1) Suchet die Differentz der kleinern Sorte von dem Wehrte der grössern.

2) Notiret solche Differentzen, und addiret sie an statt der gegebenen Zahlen in kleinern Sorten.

3) So viel man Differentzen notiret, so viel Unitäten nehme man zu der grössern Sorte;

4) Und subtrahire die Summa der grössern Sorte.

z. E. Es ist gegeben zu summiren.

24	Thlr.	30	ß	— 6	ß
36	Thlr.	24	ß	— 12	ß
54	Thlr.	27	ß	— 9	ß
66	Thlr.	34	ß	— 2	ß

180 Thlr. 29 Summa der Differentzen.
4 Rthlr ÷ 29 ß die Anzahl der Differentzen und deren Summa

184 Rthlr. ÷ 29 ß, das ist: 183 Rthlr. 7 ß.

§. 6. **Wen die kleinern Sorten vermischt, daß etliche den grössern nahe kommen, etliche nicht, so verfähret man nach folgender Regul.**

1) Man machet es mit den Sorten, so den grössern nahe kommen, wie vorhin.

2) Man hält die andern, so nicht so nahe kommen gegen die ersten, und so sich denn eine Gleichheit findet, streichet man solche gegen einander durch.

3) Sind die übrigen plus, so addiret man sie zur Summa, sind sie minus, so ziehet man sie von der Summa der grössern ab, z. E. Es ist gegeben zu summiren.

9	thlr.	14	gr	†	14	gr	
7	thlr.	26	gr		–	½	gr
5	thlr.	34	gr		–	⅔	gr
6	thlr.	12	gr	†	½	gr	
7	thlr.	27	gr		–	¾	gr
8	thlr.	9	gr	†	¾	gr	
10	thlr.	33	gr		–	3	gr
52	thlr.						
4	thlr.	†	14	gr	÷	3	gr
56	thlr.	11	gr				

§. 7. Wen auch die kleinern Sorten also beschaffen daß sie 1, 2, 3, 4, oder 5 ꝛc. Theile aus der grössern sind; so verfähret man damit, wie aus folgenden Exempel zu sehen.

6	thlr.	18	gr
7	thlr.	12	gr
8	thlr.	24	gr
5	thlr.	30	gr
7	thlr.	6	gr
35	thlr.	18	gr

Weil 6 aus einen thlr. der einmal, 30 aber 5 mal, 24 viermal, 12 zweymal, 18 dreymal, sechste theil; so addiret ma 1†5†4†2†3, ist die Summa 15; solche in 6 dividiret, ist $2\frac{3}{6}$, oder: 2 thlr. 18 gr. Die 2 thlr. addiret zu der Summa der grössern Sorte, bleibet für die kleinere 18 gr.

§. 8. Folgen einige Exempel zur Ubung.

1) Einer hat an jährlichen Zinsen zu heben, von 400 thlr. Zinse, 16 thlr. von 200 thlr. 10 thlr. Zinse; von 50 thlr. Zinse, 2 thlr. 18 gr; von 25 thlr. Zinse, 1 thlr. 9 gr

9 ß; ist die Frage: wie viel er an Capital ausstehen habe, und was ihm an jährlichen Zinsen aufkommet? Fac. 675 thlr. Cap. und 29 thlr. 27 ß Interesse.

2) Ein Handwercks-Bourge kommt in seiner Wanderschafft in eine Stadt auf die Herberge, wen er nun von den Gesellen ausgeschencket werden soll, so setzen sie ihm vor Käse und Brodt, welches ihnen kostet 3 ß; vertruncken und 18 ß; en Taback verrauchet 2 ß 4 ₰; ist die Frage: was bey der Ausschenckung verzehret? Fac. 23 ß 4 ₰.

3) Ein Victualien-Händler rechnet zusammen, was er den Tag über verkaufft, und findet, daß er hingethan, Hering für 33 ß; Butter für 7 thlr. 12 ß; Käse für 19 ß 4 ₰; Oel fur 12 thlr. 24 ß; Thran vor 1 thlr. 17 ß 4 ₰; Speck für 27 ß; Schollen für 13 ß; Stockfisch für 5 thlr. Klipfisch für 3 thlr. 12 ß; Ther für 16 ß; Baum-Oel für 24 ß 6 ₰; ist die Frage: wie viel er des Tags gelöset? Fac. 33 thlr. 18 ß 6 ₰.

4) Ein sorgfältiger Hauß-Vater wolte gerne wissen, was seine jährliche Einnahme wäre. Wenn er nun findet daß er das Quartal von Neu-Jahr bis Ostern gehoben habe, 672 ß 12 ß 4 ₰; Von Ostern bis Johannis 548 ß 6 ß 7 ₰; von Johannis bis Michaelis 493 ß 16 ß 2 ₰; von Michaelis bis Weynachten 793 ß 14 ß 4 ₰; so ist die Frage: wie hoch sich seine Einnahme im gantzen Jahre erstrecket? Fac. 2508 ß 10 gr. 1 ₰.

5) Einer hat ein Kleid machen lassen, und stehet auf seiner Rechnung für 10 Ellen Tuch, 25 thlr. 13 gr. 4 ₰; fur Knöpfe und Garn 2 thlr. 7 g. 4 ₰; für Seide 9 gr; für Zwillig 15 gr. 3 ₰; für Parchen 25 gr. 6 ₰; Machelohn 2 thlr. 6 gr; ist die Frage: was ihm solches sein neues Kleid gekostet? Fac. 31 thlr. 5 gr. 1 ₰.

6) Ein Vormund übersihet das Inventarium seiner Pupillen, und findet, daß an Immobilien sich befunden

in

in allen 7387 thlr. 13 gr. 6 ₰; an Mobilien 584 thlr. 13 gr; an baaren Gelde 3490 thl. 12 gr. 2 ₰; an Activ-Schulden 795 thlr.–gr. 4 ₰; wie hoch belaufft sich das Inventarium? Fac. 12257 thlr. 3 gr. 4 ₰.

7) Einem Eisen-Factor sind geliefert 16 eiserne Ofen, wägen 24 ℔ 29 ℔ 3 Viertel; noch 5 dito wägen 23 ℔ 27 ℔; noch an Stangen-Eisen 14 ℔ 36 ℔ 1 Viertel; 27 ℔ 28 ℔; 15 ℔ 44 ℔: 43 ℔ 17 ℔; 8 ℔ 9 ℔; 12 ℔ 76 ℔; und 13 ℔ 12 ℔; Ist die Frage: wie viel Eisen er bekommen? Fac. 171 ℔ 81 ℔–vl.

8) Ein grosser Korn-Händler hat zur bequemen Zeit aufschitten lassen Weitzen 6 Wl. 3 Schl. 5 Htl; 9 Wl. 2 Schl. 7 Htl. 2 Vl; 5 Wl. 1 Schl. 4 Htl; 7 Wl. 9 Htl. 3 Vl; Rocken: 13 Wl. 3 Schl. 4 Htl; 18 Wl. 4 Htl. 3 Vl; 9 Wl. 1 Schl; Gersten: 23 Wl. 2 Schl. 1 Htl; 14 Wl. 3 Schl. 6 Htl; 14 Wl. 1 Schl. 8 Htl; 15 Wl. 2 Schl. 5 Htl. 1 Vl; 9 Wl. 3 Htl; Habern 27 Wl. 3 Schl; 18 Wl. 1 Schl. 2 Htl. 1 Vl: 12 Wl. 6 Htl; 9 Wl. 3 Schl. 6 Htl 2 Vl; 24 Wl. 2 Schl. 9 Htl. Ist die Frage: wie viel Korn er in allen zusammen bracht hat? Fac. 240 Wl. 3 Schl. 2 Htl–Vl.

9) An einen Buchführer laufft ein Conto von Leipzeig ein, darauf stehen 28 thlr. 13 ggr. 6 ₰; 12 thlr. 20 ggr. 8 ₰; 49 thl. 8 ggr; 50 thlr. 9 ₰; 79 thl. 13 ggr. 4 ₰; 148 thlr. 18 ggr. 11 ₰; 96 thlr. 16 ggr; 84 thlr. 21 ggr. 4 ₰. Ist die Frage: wie viel solche Rechnung bringet? Fac. 550 thlr. 16 ggr. 6 ₰.

10) Ein Wein-Schencke hat Vorrath am Wein 6 Fuder, 2 Ahm, 24 Stl; 3 Fuder, 4 Ahm 18 Stübgen, 2 Quartier; 2 Fud. 5 Ah. 32 Stüb. 1 Quart; 5 Fud. 9 Stbü; 4 Fuder, 2 Quart; 4 Ahm 24 Stübgen; 1 Fuder, 2 Ahm, 5 Stübg. Was ist die Suma? 24 Fuder, 1 Ahm 33 Stübg. 1 D.

11) Ein

11) Ein reicher Mann will sein Guth zu unterschiedlichen Stipendiis eintheilen, vermachet zu den ersten: 4756 thlr. 12 gr; zu dem andern: 2856 thlr. 13 gr. 4 ₰; zu dem dritten: 1749 thlr. 6 gr. 6 ₰; zu dem vierdten: 950 thl. 14 gr. 2 ₰. Damit aber diese Stipendia in einen bessern Stand kommen mögte, sollen die Gelder zwar, so bald auf Zinse gethan werden, aber erst nach 10 Jahren die Hebungen ihren Anfang nehmen. Wenn nun die Zinse, so bald sie einkommen gleich wieder beleget worden, so beträgt die Zinse von ersten Capital das erste Jahr 237 thlr. 29 gr. 3 ₰; das andere 249 thlr. 25 gr. 4 ₰; das 3te 262 thlr. 7 gr. – ₰; das 4te 275 thl. 10 gr. 7 ₰; das 5te 289 thlr. 2 gr. 4 ₰; das 6te 303 thlr. 18 gr. 6 ₰; das 7te 318 thlr. 25 gr. 1 ₰; das 8te 334 thlr. 22 gr. 6 ₰; das 9te 351 thlr. 13 gr. 1 ₰; das 10te 368 thlr. 33 gr. 4 ₰. Zum andern Capital das erste Jahr 142 thlr. 29 gr. 4 ₰; das andere 149 thlr. 34 gr. 4 ₰; das 3te 157 thlr. 16 gr. 4 ₰; das 4te 165 thlr. 11 gr. 7 ₰; das 5te 173 thlr. 21 gr. 4 ₰; das 6te 182 thlr. 10 gr; das 7te 191 thlr. 14 gr; das 8te 200 thlr. 34 gr. 4 ₰; das 9te 211 thlr. – gr. 2 ₰; das 10te 221 thl. 20 gr. 1 ₰. Zum dritten Capital des ersten Jahrs 87 thlr. 16 gr. 4 ₰; das 2te Jahr 91 thlr. 30 gr; das 3te Jahr 96 thlr. 15 gr. 2 ₰; 4te 101 thlr. 8 gr. 7 ₰; 5ten 106 thlr. 11 gr. 1 ₰; 6te 111 thlr. 22 gr. 3 ₰; 7te 117 thlr. 7 gr. 4 ₰; das 8te 123 thl. 2 gr. 4 ₰; 9te 129 thl. 8 gr; das 10te 135 thlr. 24 gr. 5 ₰. Von vierdten Capital das erste Jahr 47 thlr. 18 gr. 6 ₰; das 2te 49 thlr. 32 gr. 2 ₰; das 3te 52 thlr. 14 gr. 1 ₰; das 4te 55 thlr. – gr. 3 ₰; das 5te 57 thlr. 27 gr. 3 ₰; das 6te 60 thlr. 23 gr. 3 ₰; das 7te 63 thlr. 24 gr. 4 ₰; das 8te 66 thlr. 31 gr. 1 ₰; das 9te 70 thlr. 7 gr. 4 ₰; das 10te 73 thlr. 25 gr. 7 ₰. Ist die Frage: wie hoch das Vermächtniß, wie viel ein ein jedes Stipendium nach verflossenen 10 Jahren be-

beträgt, und wie hoch sich nach 10 Jahren das gantze Capital beläufft.

Des 1ten	7747	thlr.	20	gr.	4 ₰
— 2ten	4652	—	26	–	2 –
— 3ten	2849	—	9	–	4 –
— 4ten	1548	—	3	–	4 –
thut in Summa	16797	thlr.	23	gr.	6 ₰

§. 9. **Die Exempel der Addition in benahmten Zahlen probiret man auf eben die Weise, wie man in der Addition in unbenahmten Zahlen probi-“ ret, sonderlich schicket sich hieher die Art des Mons. Bi-“ net, so §. 13 in der Addition von unbenahmten Zahlen“ angeführet, wen man nemlich von der Zahl der grössern“ Benennung anfähet, die gegebenen Zahlen zu addiren,“ die neue Summa von wahren Collecte abziehet, was“ übrig bleibet, machet man zu einer kleinern Benen-“ nung, und thut dazu die Summa von der Zahl der klei-“ nern Benennung, bis man auf die kleineste Benen-“ nung kommt; so muß die Summa der kleinesten Be-„ nennung gleich seyn, der Zahl, so man von den gröss-„ ten übrig behalten, mit der kleinesten zusammen ge-„ than. z. E.**

16	rthlr.	14	gr.	6	₰
17	rthlr.	20	gr.	5	₰
18	rthlr.	34	gr.	3	₰
52	rthlr.	33	gr.	6	₰.

Solches Exempel zu probiren, addiret die Summa der rthlr noch einmal, kommen 51, solche von 52 abgezogen, bleibet 1, oder: 36 gr. dazu 33, sind 69 gr. davon die Summa der gr 14†20†34, ist = 68 abgezo-

gen, bleibet 1 gr. oder: 8 ℔, dazu 6, ist 14. Und weil die ℔ die kleineste Benennung, so addiret die ℔, und 6†5†3 machen auch 14 ℔. Ist also das Exempel recht addiret.

CAPUT III.

Von Subtrahiren in gantzen benahmten Zahlen.

Wie die Subtraction in benahmten Zahlen von der gemeinen zu unterscheiden.

§. 1. Es bedarff auch nicht, daß wir hier viel Redens machen. Denn hiebey nichts mehr zu bedencken, als daß eine jegliche Benennung zu ihres gleichen gehöre, und weil in addiren zum grössern Nahmen genommen wenn die Zahl der kleinern Benennung dessen Werth übersteigen, so folget, daß von den grössern Nahmens Werthe müsse entlehnet werden, wenn die Zahl des kleinern Nahmens in Minore grösser, als im Majore; und gilt die Zahl des grössern Nahmens, so dann eins mehr, oder: weniger, nachdem man den Punct dem Majori, oder: Minori beygefüget hat.

§. 2. **Aus diesem Grunde fliesset folgende Regul, um ein** Subtractions Exempel **in benahmten Zahleñ zu verfertigen.**

1) Schreibet man die gegebenen Zahlen also vor sich, daß eine jede Benennung unter ihres gleichen zu stehen komme.

2) Setzet man bey jeder Benennung die einfachen Zahlen unter die einfachen, die 10fachen unter die 10fachen, und so weiter, und ziehet einen Strich darunter her.

3) Zie-

3) Ziehet man die unterste Zahl einer jeglichen Benennung vor sich von der obersten ab, und fänget von der kleinesten Benennung an.

4) Wen die Zahl der unterstehenden kleinern Benennung grösser, als die Zahl der oben stehenden, so setzet man einen Punct bey die grössern Benennungen, und nimt die Zahl der kleinern Benennung von dem Werth der grössern Benennung, und addiret dazu die oberste Zahl, solches Aggregat gibt den Rest.

5) Was kommt setzet unter die kleinere Benennung.

6) Wen der Punct oben bey die grössere Benennung gesetzet, so lasset die oberste Zahl der grössern Benennung eins weniger gelten, wen ihr aber den Punct bey die unterste Zahl der grössern Benennung gesetzt, so lasset sie eins mehr gelten.

7) Wen ihr auf die Weise fortfahret, bis auf die gröste Benennung, so findet sich die gesuchte Zahl Diese Regul zu erläutern, dienet folgendes Exempel.

177 ℔ 15 ℔ 13 Lt. 2 q; 1 Q Gw.
ziehet ab 34 ℔ 26 ℔ 19 Lt. 3 q; 0 Q Gw. 1 Hl. Gw.

stehet also: 142 ℔ 102 ℔ 25 Ll. 3 q; 0 Q 1 Hl. Gw.

Hier hat man die gegebenen Zahlen unter einander geschrieben, daß eine jede Benennung unter ihres gleichen zu stehen kommen, als ℔ unter ℔, ℔ unter ℔ und so weiter; und weil im Majore keine Heller-Gewichte; so lässet man die Stätte offen stehen nach der ersten Regul. Nach der andern Regul hat man jede Zahl einer jeden Benennung also unter die andern gesetzt, daß die Einfachen unter die Einfachen, die 10fache unter die 10fache zu stehen kommen sind. Drittens die Zahlen einer jeglichen Benennung hat man von den obersten abgezogen, und von der kleinesten Benennung ange-

fangen, wen man gesagt, 1 Hl. Gw. von 0 kann ich nicht; darum ist unter ein ℔ Gw. ein Punct gesetzt, und gesagt, 1 Hl. Gw. von 1 ℔ Gw. bleibet 1 Hl. Gw. Ferner 1 ℔ Gw. von 1 ℔ Gw. bleibet 0. Ferner hat man gesagt: 3 qz von 2 qz und gefunden, daß 3 von 2 nicht könne subtrahiret werden; darum hat man einen Punct bey 19 Lt. gesetzt, und gesagt: 3 qz von 1 Lt. bleibet 1 ℔ qz, und 2 qz, sind 3 qz. Solches hat man unter die Quentin gesetzt nach der 3ten, 4ten und 5ten Regul. Nach der 6ten Regul hat man gesagt: 20 Lt. von 13 Lt. kann ich nicht, deswegen setz ich einen Punct bey die Ħ, und sage, 20 Lt. von 1 Ħ, oder: 32 Lt, bleiben 12 Lt. und 13 darzu, sind 25 Lt. Solches ist unter die Lt. gesetzet. Weiter ist gesagt, 27 Ħ von 15 Ħ kann ich nicht, deswegen setzete einen Punct bey die ℭ, und sagete: 27 Ħ von einen ℭ, oder: 114 Ħ, bleiben 87 Ħ, und 15 dazu, sind 102 Ħ. Endlich hat man auch die Zahl der ℭ subtrahiret, und ist die Differentz zwischen den beyden gegebenen Zahlen gefunden. w. z. E. §. 3. Folgen mehr Exempel.

1) Einer hat zu sich gesteckt 16 thlr. und davon ausgegeben 7 thlr. wie viel hat er behalten. Fac. 9 thlr.

2) Einer läst sein Korn nachmessen, und findet noch auf seinen Boden 16 Wispel 2 Schl. 5 Hbt. 1 Vfl. Wenn er nun 20 Wl. 3 Schl. 9 Hbt. 3 Vfl. aufgeschüttet, wie viel ist davon genommen? Fac. 4 Wl. 1 Schl. 4 Hbt. 2 Vfl.

3) Wen man gerne wissen wolte, wie viel man das Jahr herdurch ausgäbe, und es sich findet, daß von 875 ℔ 12 gr. 4 ₰ Einnahme übrig seyn, 21 ℔ 6 ₰, ist die Frage: wie viel davon genommen: Fac. 854 ℔ 11 gr. 6 ₰.

4) Wen einer Anno 1685 in der 47ten Woche am 3ten Tage in der 4ten Stunde gebohren, so träget sich: wie alt er Anno 1723 in der 29sten Woche am 4ten

Tage

Tage in der 7ten Stunde sey? Fac. 37 Jahr, 34 W. 1 Tag 3 Stunden.

5) Wen Anno 1710 in der 19 Woche nach Erschaffung der Welt verflossen 5659 Jahr, 19 Woche, 5 Tage, so fräget sich: wie alt die Welt gewesen, als Christus gebohren worden? Fac. 3949 Jahr–W. 5 Tage.

6) Auf eine Rechnung von 4336 thlr. 6 gr. 3 ₰, hat ein Kauffmann bezahlet 3122 thlr. 9 gr. 6 ₰, was restiret? Fac. 1213 thlr. 32 gr. 5 ₰.

7) Wan ein Handelsmann in Leipzig schuldig 634 thlr. 9 ggr. 7 ₰, und hat er in 2 Posten darauf bezahlet, 184 thlr. 16 ggr. 7 ₰, und 97 thlr. 12 ggr. 3 ₰, so ist die Frage: was er noch geben muß? Fac. 352 thlr. 4 ggr. 9 ₰.

8) Eine Rechnung von Hannover lautet 347 thlr. 6 gr. 4 ₰; 543 thlr. 15 gr. 7 ₰; 750. thlr. 13 gr. 6 ₰; 753 thlr. 18 gr. 4 ₰; 654 thlr. 15 gr. 3 ₰; 214 thlr. 17 gr. 7 ₰; 528 thlr. 19 gr; darauf ist bezahlt 3214 thlr. 16 gr. 6 ₰, wie viel restiret noch? Fac. 577 thlr. 18 gr. 1 ₰.

9) Nach Zelle von hier aus sind übermacht 147 ℔ 16 gr. 4 ₰. 238 ℔ 14 gr. 3 ₰. 324 ℔ 4 gr. 3 ₰. 156. ℔ 8 gr. 5 ₰. 224 ℔ 7 gr. 6 ₰. 314 ℔ 10 gr. 291 ℔ 14 gr. 3 ₰. 212 ℔. 8 gr. 6 ₰. Wen man nun hierauf für 1156 ℔ 14 gr. 4 ₰ Waaren empfangen, so ist die Frage: wie viel man noch daselbst zu fodern habe? Fac. 753 ℔ 10 gr. 2 ₰.

10. Ein Vormund durchblättert seines Pupillen Rechnung, und findet Einnahme auf dem ersten Latere 1570 thlr. 12 gr. 4 pf. auf dem andern 27 thlr. 9 gr. 3 pf. auf dem 3ten 572 thlr. 16 gr. 7 pf. auf dem 4ten 79 thlr. 4 gr. 6 pf. Als er auf die Ausgabe kommet, so ist auf dem ersten Latere die Summa 817 thlr. 3 gr. 5 pf. auf dem andern 314 thlr. 9 gr. auf dem 3ten 36 thlr. 18 gr. auf den 4ten 17 thlr. 15 gr. 7 pf. auf den 5ten 6 thlr. 21

gr. 2 pf. auf dem 6ten 33 thlr. 24 gr. 1 pf. so ist die Frage: wie viel der Vormund von den Pupillen-Gelder in Hause habe? Fac. 1023 thlr. 23 gr. 5 pf.

11) Einer machet Rechnung, wie viel er das Jahr herdurch vor seinen vermieteten Hause verdienet habe, und da ihn das Hauß 2150 ℔ zu stehen kom̃t, so kann er hergegen 6 Zimmer beständig, 4 Gewölbe aber, nebst 3 Kammern in der Messe vermiethen. Von dem ersten Zimmer bekommt er jährlich 14 ℔ 12 gr; von dem andern 43 ℔ 4 gr; von dem dritten 12 ℔ 5 gr; von dem 4ten 8 ℔ 7 gr; von dem 5ten 15 ℔ 4 gr; von dem 6ten 3 ℔ 12 gr. Aus einem jeden Gewölbe kann er machen 9 ℔ 8 gr. und von den andern Meß-Zimmern 7 ℔ 4 gr. Wan er nun rechnet, daß er jährlich von seinem Capital 186 ℔ 10 gr. nehmen könne, dabey 21 ℔ 6 gr. Service 6 gr. Eise-Geld, 9 ℔ 15 gr. Vorschuß und Proviant-Geld 2 ℔, zu Brunnen-Bau, und endlich an nöthigen Bau-Kosten und Meublen 98 ℔ 6 gr. 5 pf. ausgegeben, so ist die Frage, wie viel er seine freye Wohnung das Jahr rechnen könne? Fac. 176 ℔ 3 gr. 5 pf.

12) Ein gekauffter Ochse kostet 28 thlr. 9 gr. davon ist gegeben Accise 2 thlr. 12 gr. 6 pf. herzuführen 2 gr. 4 pf. Schlacht-Lohn 9 gr. vertruncken ist beym Schlachten, 2 gr. 4 pf. auf Holtz zur Feurung 6 gr. Wen er nun dagegen für die Haut empfangen 4 thlr. 6 gr. Inster und Kaldaunen rechnet 3 thlr. Talg 2 thlr. 15 gr. abgefültes Fett 18 gr. so ist die Frage, wie hoch das reine Fleisch zu stehen komme? Fac. 21 thlr. 2 gr. 6 pf.

13) Eine Hauß-Frau hat zusammen spinnen lassen 4 Bund, 6 Löpfe, 5 hundert; 5 Bund, 7 Löpfe, 3 hundert; 9 Bund, 13 Löpfe, 8 hundert; 6 Bund, 14 Löpfe; 7 Bund 9 Löpfe, 3 hundert Flächsen Garn. Wen nun nach ihren Sinn zu Weben erfordert werden, 6 Bund 4 Löpfe, 3 hundert; 9 Bund, 7 Löpfe, 2 hundert; 8 Bund, 4 Löpfe, 1 hundert; 10 Bund, 16 Löpfe, 2 hundert;

dert; 3 Bund, 17 Löpfe, 2 hundert; so ist die Frage: wie viel sie nachspinnen lassen müsse, bis sie ihren Anschlag erreiche? Fac. 4 Bund, 18 L. 1 H.

14) In einer Haußhaltung sind das Jahr herdurch vertruncken an Braunschweigischen Breyhan 2 Tonnen, 13 Stübgen 3 Quat. 1 Oesel; 3 Tonnen, 27 St. 2 Quat; 4 Tonnen, 18 St. 1 Quat; 5 Tonnen, 34 St. 1 Quat. Wen nun das Jahr darauf in derselben darauf gegangen 5 T. 20. St. 2 Quat; 4 T. 16 St. 3 Quat 1 Nösel; 3 Tonnen, 36 St. 1 Quat; 7 T. 28 St. 1 Quat; 2 T. 5 St. Ist die Frage: welches Jahr am meisten consumiret, und was es zusammen bringet? Fac. 7 Tonnen, 13 Stübgen.

15) Ein Wein-Händler hat bringen lassen von allerley Wein, 2 Fuder, 5 Ahm, 23 St. 2 Quat; 5 Fuder, 4 Ahm, 39 St; 3 Fuder, 3 Ahm, 9 St; 8 Fuder, 2 Ahm 19 St. davon hat er im Jahr und Tage verkaufft: 1 Fuder; 5 Ahm, 19 St; 4 Fuder, 4 Ahm, 39 St. 1 Quat; 3 Fuder, 2 Ahm, 27 St. Wie viel hat er nach verflossenen Jahren noch Vorrath gehabt? Fac. 10 Fuder, 3 Ahm, 5 St. 1 Quat.

16) An Wolle ist eingekaufft: 24 Stein 7 ℔; 29 Stein 9 ℔; 36 Stein 8 ℔; 44 Stein ÷ 6 ℔; 55 Stein 9 ℔; 47 Stein 4 ℔; davon verkaufft: 17 Stein ÷ 8 ℔; 20 Stein 7 ℔; 24 Stein 4 ℔; 16 Stein ÷ 9 ℔, was ist blieben? Fac. 161. Stein 4 Pfund.

17) An rauchen Leder ist gesandt 27 Zimmer ÷ 3 Decher 4 Stück; 25 Zimmer 4 Decher ÷ 9 Stück; 14 Zimmer 1 Decher 7 Stück; 8 Zimmer 3 Decher ÷ 4 Stück; 19 Zimmer 1 Decher 4 Stück; davon wieder verkaufft: 26 Zimmer 3 Decher ÷ 5 Stück; 20 Zimmer 1 Decher 5 Stück; 4 Zimmer 1 Decher; 5 Zimmer ÷ 2 Decher 1 Stück; wie viel ist noch vorhanden? Fac. 38 Zimmer 2 Decher 5 Stück.

18) An allerhand Victualien-Waaren ist befunden 9 ℔, 3 ℔, 7 ℌ; 17 ℔, 5 ℔, 12 ℌ; 8 ℔ ÷ 2 ℔, 7 ℌ; 12 ℔, ÷ 4 ℔, 7 ℌ; 14 ℔, 6 ℔, ÷ 13 ℌ; 18 ℔, 2 ℔, ÷ 9 ℌ; 24 ℔, ÷ 14 ℔, 5 ℌ. Davon loß geschlagen 19 ℔, 7 ℔, 0 ℌ; 3 ℔, 8 ℔, 12 ℌ; 5 ℔, ÷ 3 ℔, 7 ℋ; 6 ℔, 3 ℔, ÷ 12 ℌ. Was ist über blieben? Fac. 67 ℔, 19 ℔, 13 ℌ.

19) Ein Korn-Schreiber schliesset seine Rechnung, und findet, daß ihm auf seinen Boden geliefert: Weitzen, 2 Wl. 3 Schl. ÷ 4 Hl; 4 Wl. 3 Schl. 1 Hbt; 3 Wl. 2 Schl. 1 Hbt; 2 Wl. 1 Schl. ÷ 3 Hbt. 2 Vß; 5 Wl. 2 Schl. 9 Hbt. ÷ 2 Vß; Rocken: 12 Wl. ÷ 1 Schl. 2 Hbt. 3 Vß; 14 Wl. 1 Schl. ÷ 9 Hbt. 2 Vß; 18 Wl. 2 Schl. 3 Hbt. ÷ 1 Vß; 24 Wl. 8 Hbt. 3 Vß; 35 Wl. 0 Schl. 2 Vß; Gersten: 19 Wl. 3 Schl. 7 Hbt; 24 Wl. ÷ 2 Schl. 4 Hbt. 3 Vl; 27 Wl. 2 Schl. 9 Hbt. ÷ 1 Vl; 18 Wl. 1 Schl. ÷ 4 Hbt. 2 Vl; 12 Wl. 2 Schl. ÷ 9 Hbt.; 6 Wl. ÷ 2 Schl. Habern: 18 Wl. 3 Schl. ÷ 8 Hbt. 1 Vl; 20 Wl. ÷ 3 Schl. 2 Hbt. 2 Vl; 23 Wl. 2 Schl. ÷ 2 Hbt. 2 Vl; 25 Wl. ÷ 3 Schl. 24 Wl. ÷ 6 Hbt; 19 Wl. ÷ 3 Vl; hat hergegen wieder abgemessen Weitzen: 6 Wl. ÷ 1 Schl. 3 Hbt. 1 Vl; 4 W. 2 Schl. ÷ 9 Hbt; 5 W. 3 Schl. 7 Hbt. ÷ 2 Vl; 1 W. 1 Schl. 6 Hbt. 3 Vl. Rocken: 24 W. 0 Schl. 4 Hbt. 2 Vl; 20 W. ÷ 2 Schl. 1 Hbt; 13 W. 3 Schl. ÷ 1 Vl; 46 W. — Schl. 6 Hbt. 2 Vl. Gersten 35 W. 1 Schl. 7 Hbt. ÷ 2 Vl; 18 W. 3 Schl. 8 Hbt. 3 Vl; 30 W. 3 Schl. ÷ 9 Hbt; 1 Vl. 20 W. 3 Schl. 1 Hbt. 3 Vl. Habern: 27 W. 5 Hbt. 3 Vf; 18 W. 3 Schl. 3 Vf; 14 W. ÷ 9 Hbt; 58 W. 3 Schl. 9 Hbt. Vf. Wie viel muß eines jeden Korns noch vorhanden seyn. Fac. an Weitzen 1 Wl. 2 Schl. 2 Hbt.- Vß. An Rocken ist verhanden - Wl. - Schl. - Hbt. - Vß.

An

An Gersten: 1 Wl.—Schl. 9 Hbt. 3 Vst. An Habern: 9 Wl. 2 Schl. 3 Hbt. 2 Vst.

20) Ein spahrsamer Vater hinterlässet bey seinem tödtlichen Hintritte seinem eintzigen Sohne ein gegen 5 pro cento pro anno beygelegtes Capital von 8000 rthlr. Wen nun der Sohn das erste Jahr an Zinsen eingenommen 400 thlr. aber verzehret 236 thlr. 16 gr. 4 pf. so hat er das andere Jahr an Zinsen gehoben 408 thlr. 6 gr. 3 pf. dahingegen verzehrt 341 thlr. 5 gr. 3 pf. Das dritte Jahr an Zinse eingenommen 411 thlr. 19 gr. habey verzehret 417 thlr. 14 gr. 3 pf. Das vierdte Jahr an Zinse eingenommen 411 thlr. 8 gr. 3 pf. dagegen ausgegeben 520 thlr. 16 gr. 5 pf. in den fünfften Jahre beträgt die Einnahme 405 thlr. 27 gr. 4 pf. die Ausgabe war 472 thlr. 19 gr. 6 pf. Am sechsten Jahre nahm er ein 402 thlr. 21 gr. 1 pf. ausgegeben 436 thlr. 9 gr. 2 pf. Im 7ten eingenommen 435 thlr. ausgegeben 405 thlr. Des achten Jahrs Zinse lieff ihm ein 400 thlr. 32 gr. 4 pf. und gieng ihm auf 502 thlr. 16 gr. 7 pf. Des neunten Jahrs empfieng er 395 thlr. 29 gr. 5 pf. und gab aus 426 thlr. 8 gr. 4 pf. Im zehnten Jahre nahm er ein 394 thlr. 10 gr. 7 pf. hergegen aber gieng darauf 325 thlr. 6 gr. 4 pf. Ist die Frage: ob und wie viel der Sohn von seines Vaters Capital verzehret? 17 thlr. 30 gr. 3 pf.

§. 4. Ob die Subtractions-Exempel in benahmten Zahlen recht gemacht, solches probiret man auf eben die Weise wie in unbenahmten Zahlen.

CAPUT IV.

Von Multipliciren in gantzen und benahmten Zahlen.

Wen die Multiplication an benahmten Zahlen statt finde.

§. 1. In zweyerley Fällen findet die Multiplicatio in benahmten Zahlen statt. Zum ersten, wen man die Zahl eines grössern Nahmens zu einer Zahl eines kleinern bringen soll. Zum andern, wen man in benahmten Zahlen eine andere dazu gegebene Zahl einführen soll.

Wie eine grössere Sorte zu einen kleinern Nahmen zu machen.

§. 2. Wen man die Zahl eines grössern Nahmens, zu einer Zahl eines kleinern Nahmens machen soll, solches mögte man reductionem der benahmten Zahlen nennen; weil dadurch der grössere Nahme zu einem kleinern zurück geführet wird.

§. 3. Ist also die Reduction nicht anders, als die Rechnung, wodurch die Zahl eines grössern Nahmens, zu einer Zahl eines kleinern Nahmens gebracht wird, welche den gegebenen Zahlen eines grössern Nahmens zusammt den kleinern gleich ist.

§. 4. Und weil jeglicher Unitæts Gehalt eines grössern Nahmens gleich dem Gehalte vieler Einheiten einer kleinern homogenischen Benennung; (1, §. 7.) so folget, daß die Grösse der grössern Nahmen mit dem Gehalte der Einheiten des kleinern Nahmens multipliciret, gleich der Grösse des grössern Nahmens. (1, 1, 5, 1.)

§. 5. Sind die zu einen grössern Nahmen gesetzten Posten der kleinern Benennungen ein Uberschuß,

schuß, oder: ein Abgang von der Summa der grössern Zahl, so folget; daß die Summa des Products und des Uberschusses, oder: der Rest von dem Abgange und dem Producte gleich der Zahl der grössern Benennung in kleinern Nahmen.

§. 6. Geschicht also die Reduction einer Zahl von einem grössern Nahmen, zu einer Zahl in einem kleinern Nahmen nach folgender Regul.

1) Multipliciret die Zahl der grössern Benennung mit dem gesetzten Wehrte derselben in kleinern Nahmen.

2) Die überschüßige Zahl der beygesetzten kleinern Benennung addiret zum Producte; die abgängige Zahl aber subtrahiret davon. z. E. 19 ℔ 14 ℔ ÷ 7 Lt. 3 qz. sollen reduciret werden zu qz:

19 ℔ 14 ℔ ÷ 7 Lt. 3 qz.
114
76
209
2166 ℔
†14
2180 ℔
32
4360
6540
69760 Lt.
÷7
69753 Lt.
4
279012 qz.
÷3
279009 qz.

Hier

Hier hat man erstlich die Zahl der grossen Benennung 19 ℔ mit dessen Wehrte in der kleinern Benennung, das ist: mit 114 multipliciret, brachte 2166 ℔, ist gleich 19 ℔. Wen dazu die überschüßige Zahl der kleinern Benennung der ℔, das ist: 14 addiret wurde, so war 2180 ℔ = 19 ℔ 14 ℔. Solche ℔ wurden noch zu einer kleinern Benennung der Lothe gemacht, solches geschahe durch 32. als dem Preise eines Pfundes in Lohten, brachte 69760 Lt. = 19 ℔ 14 ℔, davon subtrahiret man die abgängige Zahl der 7 Loht, blieb 69753 Lt. = 19 ℔ 14 ℔ ÷ 7 Lt. Solche Zahl der Lt. solten noch zu der kleinesten Benennung der Quentin reduciret werden, solches geschahe durch 4, und brachte das Product 279012 qz. = 19 ℔ 14 ℔ ÷ 7 Lt. davon die abgängige Zahl der Quentin, als: 3 abgezogen, blieb 279009 qz. = 19 ℔ 14 ℔ ÷ 7 Lt. 3 qz.

§. 7. **Folgen mehr Exempel zur Ubung.**

1) 12 gr. wie viel sinds pf? fac. 96 pf.
2) 18 ggr. wie viel sinds pf? fac. 216 pf.
3) 36 thlr. wie viel sinds pf? fac. 10368 pf.
4) 24 thlr. wie viel sinds gr? fac. 864 gr.
5) 95 ß wie viel gr. fac? 1900 gr.
6) 27 thlr. wie viel pf. fac? 7776 pf.
7) 38 ß wie viel pf. fac? 6080 pf.
8) 3 Quentin wie viel Hl Gew? fac. 24 Hl. Gew.
9) 29 Lt. wie viel qz. fac? 116 Quent.
10) 3 Viertel wie viel Lt. fac: 24 Lt.
11) 12 ℔ wie viel qz? fac. 1536 Q.
12) 17 Lt. wie viel Q? 68 Q.
13) 18 ℔ wie viel Lt? fac. 65664 Lt.
14) 12 St℔ wie viel ℔? fac. 3360 ℔
15) 7 Faß Bier wie viel Quart? fac. 3024 Q.
16) 132 Wispel wie viel Vßl? fac. 21120 Vßl.
17) 18 ggr. 4 pf. wie viel pf? fac. 220 pf.
18) 24 gr. ÷ 3 pf. wie viel pf? fac. 189 pf.

19) 6 Hbt. ÷ 3 Bsl. wie viel Löcher? fac. 84 Loch.
20) 5 Stübgen ÷ 3 qz. wie viel Nößel? fac. 34 Nößel.
21) 19 Ell 3 V. wie viel Vl. fac. 79 Vl.
22) 3 Decher ÷ 6 Stl. wie viel Stl. fac. 24 Stl.
23) 17 thlr. 12 gr. 4 pf. wie viel pf. fac. 4996 pf.
24) 23 thlr. 16 gr. ÷ 2 pf. wie viel pf. fac. 6750 pf.
25) 76 thlr. ÷ 18 gr. 1 pf. wie viel pf. 21743 pf.
26) 129 thlr. 16 ggr. 9 pf. wie viel pf. fac. 37353 pf.
27) 430 thlr. 8 ggr. ÷ 11 pf. wie viel sinds pf. fac. 123925 pf.
28) 420 thlr. ÷ 16 ggr. 3 pf. wie viel sinds pf. fac. 120765 pf.
29) 658 thlr. ÷ 14 ggr. 3 pf. wie sinds pf. facit 189333 pf.
30) 895 fl 12 ggr. 4 pf. wie viel sinds pf. facit 225688 pf.
31) 1296 fl 18 gr. 2 pf. wie viel sinds pf. fac. 207506 pf.
32) 2543 fl ÷ 16 gr. 7 pf. wie viel sinds pf. facit 406745 pf.
33) 83 Stb, 16 Ltb, 12 tb, wie viel tb? fac. 23476 tb
34) 12 ℔ ÷ 57 tb 28 Lt. 3 qz. 2 pf. Gewicht. 1 Hl. G. wie v el sinds Hl. G. fac. 1341539 Hl. Gew.
35) 9 ℔ 38 tb ÷ 16 Lt. 2 qz. 1 pf. Gew. wie viel pf. Gew. fac. 544503 pf. Gew.
36) 99 ℔ ÷ 3 qz. 2 pf. G. 1 Hl. Gew. wie viel Hwl. fac. 11556835 Hl. Gew.
37) 56 ℔ 4 Lt. 3 qz. 2 Oertgens, wie viel Oertgen? fac. 14414 Oertgen.
38) 19 ℔ 3 Unzen, 1 Lt. 2 qz. wie viel Oertgen? fac, 4984 Oertgen.
39) 16 ℔ ÷ 3 Carat, 5 Gran, wie viel Grän? fac. 4567 Grän.
40) 8 tb, 9 Unzen, 7 Drach. 2 Scrupels, 5 Gr. wie viel G. fac. 50865 Grän.

41) 25

41) 25 Ballen 7 Rieß ÷ 15 Buch 10 Bogen, wie viel Bogen? fac. 122990 Bogen.

42) 27 tausend 7 hundert 4 Stiege 3 Stl. wie viel Stück? Fac. 27783 Stück.

43) 158 Wl. 3. Schl. 9 Hbt. ÷ 2 Vf. 3 Löcher, wie viel Loch? fac. 101733 Loch.

44) 458 Schock ÷ 2 Stiege 17 Ellen 3 Viertel, wie viel Viertel? fac. 109689 Viertel.

45) 267 Ruhten 5 Schue ÷ 3 Zoll, wie viel Zoll? fac. 51321 Zoll.

46) 19 Faß 95 Stüb. 2 Quart. 1 Nößel, wie viel Nößel? fac. 17181 Nößel.

47) 87 Fuder 4 Ahm 39 Stüb. 1 Quart. 1 Nößel, wie viel Nößel? fac. 168635 Nößel.

48) 68 Bund 17 Löpfe 6 hundert, wie viel hundert? fac. 13776 hundert.

49) 48 Dosin ÷ 3 Dutzend 8 Stück, wie viel St. fac. 532 Stück.

50) 432 Zimmer 3 Decher 5 Stück, wie viel St. fac. 17315. Stück.

51) 976 Last ÷ 7 Tonnen, wie viel Tonnen? fac. 11705 Tonnen.

52) 6545 Stein 9 ℔ ÷ 1 Viertel Flachs, wie viel Viertel? fac. 261835 Viertel.

53) 9760 Stein ÷ 9 ℔ Wolle, wie viel ℔? facit 107351 ℔.

54) Wen ein Astronomisches Sonnen-Jahr zu 365 Tagen, 5 Stunden und 49 Minuten gerechnet wird, so ist die Frage: auf wie viel Minuten es verfehle, wen man das Jahr 12 Monath, den Monath zu 30 Tage, den Tag zu 24 Stunden, die Stunde zu 60 Minuten angesetzet? fac. 7549 Minuten.

§. 8. Es kann auch kommen, daß der Preiß der kleinern Benennung nicht in gantzen Zahlen, in

in der grössern Benennung enthalten, alsdem procedirer man nach folgender Regul.

1) Suchet eine kleinere Benennung, die in beyden grössern in gantzen Zahlen enthalten.

2) Multipliciret damit die Zahlen aller Benennungen, die nicht in einander enthalten.

3) Addiret die Producta, oder: ziehet das Product der abgängigen kleinen Benennung von dem grössern Producte ab. z. E.

12 thlr. 8 ßl, wie viel gr.
36 20

72 160 gr.
36

432 gr.
160 gr.

592 gr. Fac. Oder
12 thlr. ÷ 8 ßl zu gr.
36 20

72 160
36

432 gr.
÷ 160 gr.

272 gr.

§. 9. Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 96 thlr. 25 ßl, wie viel gr. fac. 3956 gr.

2) 273 thlr. 14 ßl ÷ 2 gr. wie viel gr. fac. 10106 gr.

3) 453 thlr. ÷ 63 ßl 18 gr. wie viel pf. fac. 120240 pf.

4) 9731 thlr. 18 ßl ÷ 4 gr, 6 pf. wie viel pf. facit 283066 pf.

5) 12

5) 12 Stk 15 ℔ 8 Stein Wolle, wie viel ℔? facit 5158 ℔.

6) 18 Stk 14 ℔ ÷ 8 ℔, wie viel Lt. fac. 212096 Lt.

7) 76 Stk ÷ 8 ℔ ÷ 3 Lk 4 Stein 9 ℔, wie viel Viertel? fac. 81852 Viertel.

Von der eigentlich also genanuten Multiplication in benahmten Zahlen.

§. 10. Der andere Fall, darinn man in benahmten Zahlen die Multiplication gebrauchet, ist die eigentlich sogenannte Muitiplicatio, wen nemlich in die gegebenen benahmten Zahlen eine andere dazu gegebene benahmte, oder: unbenahmte Zahl eingeführet wird.

Erster Fall.

§. 11. Bestehet also die gegebene Zahl aus einer Benennung, so multipliciret man dieselbe mit der dazu gegebenen Zahl, wie in unbenahmten Zahlen und schreibet bey das Product den Nahmen der Zahl. z. E. Multipliciret 17 thlr. mit 7, ist 119 thlr.

§. 12. Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 69 thlr. mit 18 fac. 1242 thlr.
2) 324 ß mit 17 fac. 5508 ß.
3) 87 Stk mit 33. fac. 2871 Stk.
4) 594 ℔ mit 98 fac. 58212 ℔.
5) 798 Stein mit 125. fac. 99750 Stein.
6) 4642 Wl. mit 236. fac. 1095512 Wl.
7) 5625 Zimmer mit 451. fac. 2536875 Zimer.
8) 376 Dosin mit 577. fac. 216952 Dosin.
9) 486 Bund mit 4693. fac. 2280798 Bund.
10. 8976 Ahm mit 7653. fac. 68693328. Ahm.

Anderer Fall und erstere Weise damit zu verfahren.

§. 13. Ist die gegebene benahmte Zahl von mehr als einer Benennung, so fliesset aus der vorhergehenden Regul,

gul, daß man die grössere Benennung zu der kleinern reduciren müsse, damit man die gegebene Zahl unter eine Benennung bringe, und sodann den Multiplicatorem einführe, wie in unbenahmten Zahlen. Diese Regul gründet sich darauf, daß das gefundene Product der kleinern Benennung sich zu den gegebenen Zahlen verhält, wie das gantze zu seinen Partibus zusammen genommen, und also in der kleinesten Benennung den Zahlen aller Benennungen gleich ist:

§. 14. **Hieraus fliesset folgende Regul.**

1) Macht aus den vielen Nahmen der gegebenen Zahlen eine Benennung.

2) Vermehret sie mit der Zahl des Multiplicatoris.

3) Das Product resolviret zu seinen grössern Nahmen, wie unten soll gezeiget werden, so kömmt was ihr begehret. Wir wollen diese Regul mit einem Exempel erläutern. Multipliciret 125 thlr. 16 gr. 4 pf. mit 47. stehet also:

125 thlr. 16 gr. 4 pf. mit 47
36

766
375

4516 gr. 4 pf. mit 47
8

36132 pf.
47

252924
144528

1698204 pf.

NB. Will man wissen, wie vielmal in dieser Zahl die Zahl der grössern Benennung enthalten, so resolviret man solche durch die Division, wie unten mit mehrern wird gezeiget werden. Hier wollen wir das Exempel setzen:

℔ ʒ ℈ ₰
℔ ℔ ℈ ʒ ℈ ℥ (4 ℞ | 212275 gr.
8 8 8 8 8 8

℞ (1
ʒ ʒ ₰ ʒ (9
℞ ℔ ℞ ℞ ℣ ℔ gr. | 5896 thlr. 19 gr. 4 ₰.
ʒ ℈ ℈ ℈ ℈
ʒ ʒ ʒ

Man hat die Zahl der grössern Benennung zu der kleinesten, nemlich der pf, reduciret, nach der ersten Regul. Solche hat man mit dem Multiplicatore vermehrt, kommt 1698204 pf. nach der andern Regul. Das Product hat man in den grössern Nahmen resolviret nach der dritten Regul, und funden, daß 5896 thlr 19 gr. 4 pf. der Quotient sey.

Andere Weise des anderu Falls.

§. 15. Oder: man führet die zu einer benahmten Zahl gegebene Zahl zuforderst in dero kleinesten Benennung ein, und resolviret das Product zu der grössern Benennung. Hernach führet man die gegebene Zahl auch in die Zahl der grössern Benennung ein, und addiret die Producta auf folgende Weise. z. E. Es sey die gegebene Zahl 125 thl. 16 gr. 4 pf. mit 47 zu multipliciren, so ist 4 pf. 47 = 188 pf, und 188 pf. = 23 gr. 4 pf. und 16 gr. 47 = 752, und 752 † 23 gr. 4 pf. = 775 gr. 4 pf. Wen nun 775 gr: 36 = 21 thlr. 14 gr. so ist 125 thlr. 47 = 5875 thlr. und 5875 thlr † 21 thlr 19 gr. 4 pf, das ist: 5896 thlr.

thlr. 19 gr. 4 pf. das Product von 125 thlr. 16 gr. 4 pf. mit 47.

§. 16. **Weil auch gleich viel ist, man führe die Zahl selbst, oder alle Theile derselben nach einander in den** Multiplicandum (1,2,2,23,) **so kann die** Multiplication **in benahmten Zahlen auch durch die** practische **Zerstreuung und Zerfällung vollbracht werden nach folgender Regul.**

1) Zerstreuet, oder: zerfället die Zahl des Multiplicatoris in seine partes aliquotas, oder: aliquantas.

2) Führet die Theile des Multiplicatoris in die Zahlen einer jeglichen Benennung des Multiplicandi ein, und fanget von der Zahl der kleinesten Benennung an.

3) Wen in der kleinern Benennung zum Product eine Zahl kömmt, so den Werth der grössern Benennung überschreitet, so machet durch die Division in den Preiß des grössern Nahmens das gefundene Quotum zu der Zahl der grössern Benennung. Was übrig bleibet, behaltet zu der kleinern Benennung.

4) Fahret damit fort bis zu der Zahl des grössern Nahmens, so wird sich die begehrte Zahl zeigen. Wir wollen es mit den vorigen Exempel erläutern. Multipliciret 125 thlr. 16 gr. 4 pf. mit 47. Stehet wie folget:

125 thlr. 16 gr. 4 pf. mit 1

---

752 thlr. 27 gr. – pf. — 6 (6

6022 thlr. — gr. — — 48 (8
125 thlr. 16 gr. 4 pf. —÷1

---

f. 5896 thlr. 19 gr. 4 pf. — 47

Oder:

125 thlr. 16 gr. 4 pf. mit 1

878 thlr. 7 gr. 4 pf. — 7 (7

5269 thlr. 9 gr. – pf. — 42 (6
627 thlr. 10 gr. 4 pf. — 5

5896 thlr. 19 gr. 4 pf. — 47

Oder: durch Zerstreuung.

125 thlr. 16 gr. 4 pf. mit 1 (1
250 thlr. 33 gr. – pf. — 2 (2
501 thlr. 30 gr. – pf. — 4 (2
5018 thlr. 12 gr. – pf. — 40 (10

5896 thlr. 19 gr. 4 pf. — 47

Dritter Fall.

§. 17. Wen eine Zahl mit einer Zahl von einer kleinern Benennung multipliciret werden soll, so zerstreuet man solche Zahl, entweder in die Partes totius, oder: in die Partes partium; so kommt das Product, wen man den Multiplicandum mit dem Verhalte des Partis zum Toto, oder: zum andern Parte dividiret, und den Quotienten von der grössern Benennung den Nahmen giebet. z. E. Multipliciret 28 mit 16 gr, so sind 12 ₰ der dritte Theil von 1 thlr. darinn 28 dividiret, ist 9 thlr. 12 ₰, und 4 ₰ ist der dritte Theil aus 12 ₰, darin dividiret 9 thlr. 12 ₰, ist 3 thlr. 4 ₰; denn die kleinern Benennungen sind Theile von den homogenischen grössern Nahmen. (1, 6,) Nun aber verhält sich das Product zum Multiplicando, wie der Multiplicator zu einem gantzen; (1,1,5,1) darum soll sich das Product von einem Theile des gantzen zum Multiplicando verhalten,

halten, wie der Theil zum gantzen, und wen folglich 28 — 1 thlr. so ist 28. 16 — 28 $\frac{4}{9}$ thlr. oder: 28: (36: 12), und 9 thlr. 12 ℊ: (12: 4.)

Vierdter Fall.

§. 18. Wen also eine Zahl mit einer benahmten Zahl zu multipliciren gegeben wird, die aus einer grössern und unterschiedlichen kleinern bestehet, so geschiehet solches nach folgender Regul.

1) Multipliciret mit der Zahl der grössern Benennung durch Zerstreuung, oder: Zerlegung den Multiplicandum.

2) Nehmet aus der Zahl der kleinern Benennung eine Zahl, darinn der Werth der grössern Benennung also aufgehet, daß das Quotum eine einfache Zahl sey.

3) Dividiret die Zahl des Multiplicandi mit dem Nahmen der Proportion, so beyde Zahlen gegen einander haben.

4) Schreibet bey das Quotum die Benennung der grössern Zahl, daraus ihr den Theil genommen:

5) Fahret damit fort, biß ihr alle Theile der kleinern Benennung durchgangen, so kömmt die verlangte Zahl, wenn ihr die unter einander gesetzten Producte zusamen addiret. Wir wollen solches mit einem Exempel erläutern. Stehet also:

125 thlr. 16 ℊ 4 ℔ mit 47

5 thlr.	—	—	235 thlr. (5
25 thlr.	—	—	1175 thlr. (5
125 thlr.	—	—	5875 thlr. (5
3) 12 ℊ	—	—	15 thlr. 24 ℊ
8) 4 ℊ	4 ℊ	—	5 thlr. 31 ℊ 4 ℔
25 thlr. 16 ℊ 4 ℔		—	5896 thlr. 19 ℊ 4 ℔

Man hat zuforderst mit der grössern Benennung multipliciret nach der ersten Regul. Darauf gefunden, daß 16 ℔ 4 ß als die Zahl der kleinern Benennung in 12 ℔ und 4 ℔ 4 ß könne zerleget werden, und dabey in acht genommen, daß 12 ℔ der dritte Theil aus dem Wehrte der grössern Benennung, nemlich: eines thlr. 4 ℔ 4 ß, aber der 8te Theil aus 1thlr. sey; darum hat man 47 zuerst in 3, und hernach in 8 dividiret nach der andern nnd dritten Regul. Das Quotum hat man von der grössern Benennung der Thaler benahmet, und alles addiret, also die verlange Zahl gefunden. Wie zu thun.

Noch eine Weise zu multipliciren.

§. 19. Monier de Claire Combe in seinem Buche, so er nennet: Negoce rendu facile C. 9. p. 105. bedienet sich einer Multiplication, die er composée à la moderne nennet, sonst aber die decadische Zerstreuung, oder: disperſio localis mag genennet werden, welche wir durch folgendes Exempel beschreiben wollen. Multipliciret nemlich 346 thlr. 25 ℔ 6 ß mit 357. Stehet also:

346 thlr. 25 ℔ 6 ß		Memoire
2427 thlr. 0 ℔ 2 ß	(357	gr. ß
17335 thlr. 27 ℔ 4		20 — 6
104014 thlr. 21 — —		5 — 2
123877 thlr. 12 ℔ 6 ß		16 — 4

Die Operation geschiehet nach folgender Regul.

1) Schreibet die gegebene Zahl 346 thlr. 25 ℔ 6 ß, ziehet darunter eine Linie, und schreibet hinter dieselbe den Multiplicatorem 357 in eine Klammer. Füget dabey einen Strich in der Länge herunter, und schreibet dahinter: Memoire, oder: Behaltungs, oder: Gedenck-Register, und darunter die Nahmen der kleinern Benennung. ℔ ß.

2) Mul-

2) Multipliciret die Zahlen aller Benennungen des Multiplicandi zuerst mit der einfachen Zahl des Multiplicatoris 7, kommet 2427 thlr. — ℛ 2 ℒ.

3) Multipliciret dieselbe Zahl mit 5 zehnfach gerechnet, nemlich 5 mal 6 ℒ, ist 30 ℒ, ist 3 ℛ 6 ℒ. Setzet die 6 ℒ, weil sie zehnfach gelten, in das Memoire unter die ℒ, und behaltet die 3 zu den Groschen. Multipliciret auch 25 mit 5, und thut dazu die oben behaltene 3 ℛ, sind 128 ℛ, ist 13 thlr. 20 ℛ, die 20 ℛ schreibet in das Memoire unter die ℛ, und 3 behaltet zu den Thalern. Multipliciret auch 346 thlr. mit 5, und 3 dazu, sind 1733. Schreibet solches unter die Thaler, daß die hinterste 3 an die Stelle der zehnfachen Zahlen zu stehen komme. Nehmet die in Memoire stehende 6 ℒ zehnfach, sind 60 ℒ, oder: 7 ℛ und 4 ℒ. Setzet solche zum Exempel, und die 7 ℛ zu den 20 ℛ in Memoire zehnfach genommen, sind 207 ℛ, oder: 5 thlr. 27 ℛ. Die setzet zum Exempel unter die ℛ, und 5 thlr. schreibet an die erste Stätte der thlr. im Exempel. Endlich multipliciret die gegebene Zahl mit der hundertfachen 3, und sprechet: 3 mal 6 ℒ, ist 18 ℒ, oder: 2 ℛ 2 ℒ, die 2 ℒ schreibet ins Memoire unter die ℒ, und 2 ℛ behaltet zu der Zahl der Groschen, und sprechet: 3 mal 25 ℛ, ist 75 ℛ und 2 ℛ dazu, sind 77 ℛ, oder: 2 thlr, 5 ℛ. Die 5 ℛ schreibet ins Memoire unter die ℛ, nnd behaltet 2 thlr. zu der grössern Benennung. Weiter multipliciret die thlr. Zahl der größten Benennung, nemlich: 346 mit 3 ist 1038, und 2 thlr. dazu 1040. Solche schreibet unter die thlr, daß die hinterste 0 in die hundertfache Stätte zu stehen kommet. Weiter nehmet die 3 ℒ in Memoire zehnfach, sind 20 ℒ, oder: 2 ℛ 4 ℒ. Solche thut zu den zehnfachen 5 ℛ im Memoire, sind 52 ℛ, oder: 1 thlr. 16 ℛ. Die 16 ℛ schreibet in das Memoire, und den 1 thlr. setzet an die zehnfache Stätte der Thaler unter die 3 vor der 5. Endlich nehmet

met die letztere 4 ℔ im Memoire wieder zehnfach, sind 40 ℔, oder: eben 5 ß. Solche nehmet zu den zehnfachen 16 ß, sind 165 ß, oder: 4 thlr. 21 ß. Die 21 ß schreibet in das Exempel unter die ß, und die 4 thlr. an die einfache Stätte der Thaler, und addiret die 3 Producte, so kommt das begehrte Facit.

Noch eine andere Weise.

§. 20. Wenn eine von den gegebenen Zahlen eine einnahmigte Zahl, und die dazu gegebene vielnahmigte Zahl ein Theil aus einem Numero simplci in einzeln Zahlen, so multipliciret die einnahmigte Zahl mit dem Numero simplici, und dividiret das Product mit dem Verhalte der gegebenen vielnahmigten Zahlen gegen den Numerum simplicem; so habt ihr von den gegebenen Zahlen das Product. z. E. Es sey die gegebene einnahmigte Zahl 1680, und die dazu gegebene vielnahmigte Zahl: 14 thlr. 10 ß, $2\frac{2}{7}$ ℔, so ist 14 thlr. 10 ß $2\frac{2}{7}$ ℔, ein Theil aus dem Numero simplici 100 in einzeln Zahlen, nemlich der 7te Theil; darum multiplicire 1680 mit 1000, ist 16800, und dividiret das Product mit 7, ist 2400 thlr. = 1680. 14 thlr. 10 ß $2\frac{2}{7}$ ℔. Kann auf folgende Weise zu Papier gebracht werden.

1680. 100 thlr. = 168000 thlr.

7)

24000 thlr.

Fernerer Gebrauch dieser Regul.

§. 21. Wenn aber von den gegebenen Zahlen der Faciendus eine vielnahmigte Zahl, und die kleinern Sorten also beschaffen, daß sie ein, oder: etliche mal ein gerader Theil aus einem Numero simplici; sodann auch der Factor ein Theil aus einem Numero simplici in einzeln Zahlen; so kann obige Regul auch mit Vortheil

theil angebracht werden. z. E. Der gegebene Faciendus sey 876 thlr. 27 ℊ und, und der Factor $12\frac{1}{2}$; so ist $12\frac{1}{2}$ aus 100 der 8te Theil; darum multipliciret 27 ℊ mit 100, ist 75 thlr. Schreibet zu 876 thlr die 75 thlr. ist 87675 thlr. und dividiret solches Product in 8, so kommt die begehrte Zahl. Stehet zu Papier also:

876 thlr. 27 ℊ. 100 = 87675 thlr.

8) ———

$10959\frac{3}{8}$ thlr. oder 13 ℊ 4 ₰.

Noch eine andere Weise.

§. 22. Wen der Faciendus von einer vielnahmigten Zahl also beschaffen, wie im vorigen §. erfordert, und der Factor einem Numero simplici so nahe kommet, daß die Differentz eine einfache Zahl; so multipliciret man die vielnahmigte Zahl mit dem Numero simplici, und subtrahiret davon die gegebene Zahl mit der Differentz multipliciret. z. E. 876 thl. 27 ℊ soll multipliciret werden mit 96; so ist 96 = 100–4; darum multipliciret 876 thl. 27 ℊ mit 100, ist 87600†75 thlr. oder: 87676 thlr. und 876 thlr. 27 ℊ mit 4, ist 3505 thlr. † 3 thlr. oder: 3507 thl. Wen nun 87675 thlr.—3057 thlr. = 84168 thlr. so ist solches das Product von 876 thlr. 27 ℊ mit 96.

§. 23. Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) Multipliciret 7 ₰ mit 32? fac. 28 ℊ.
2) 6 ℊ mit 14? fac. 2 thlr. 12 ℊ.
3) 13 ℊ mit 28? fac. 10 thlr. 4 ℊ.
4) 24 ℊ mit 17? fac. 11 thlr. 12 ℊ.
5) 24 ℊ 5 ₰ mit 53? fac. 36 thlr. 9 ℊ 1 ₰.
6) 12 ﬀ 6 ℊ 3 ₰ mit 47? fac. 578 ﬀ 19 ℊ 5 ₰.
7) 5487 thlr 14 ℊ 2 ₰ mit 54? fac. 296319 thlr. 13 ℊ 4 ₰.
8) 1243 thlr. 14 ggr. 9 ₰ mit 77? fac. 95758 thlr. 7 ggr. 9 ₰.

9) 9 ℛ 17 ℔ 15 Lt. 3 qz. mit 89? fac. 814 ℛ 74 ℔ 25 Lt. 3 qz.

10) 7 Wl. 3 Schl. 7 Hbt. 2 Vf. mit 97? fac. 769 Wl. 3 Schl. 7 Hbt. 2 Vf.

11) 7 S℔ 4 L℔ 2 ℔ mit 99? fac. 713 S℔ 10 L℔ 2 ℔.

12) 15 ℔ 3 Lt. 2 qz. mit 101? fac. 1600 ℔ 3 Lt. 2 Q.

13) 26 Stein 10 ℔ 3 Viertel Wolle mit 111? fac. 2994 Stein 5 ℔ 1 Vl.

14) 24 Bund 3 Löpfe 4 hundert mit 123? fac. 3034 Bund 8 Löpfe 2 hundert.

15) 14 Fuder 4 Ahm 21 Stüb. mit 246? fac. 3629 Fuder 3 Ahm 6 Stüb.

16) 27 Last 8 Tonnen mit 349? fac. 20125 Last 8 Tonnen.

17) 67 Schock 2 Stieg 15 Ellen mit 467? facit 31717 Schock — St. 5 Ellen.

18) 90 Dosin 4 Stück mit 578? fac. 52212 Dosin 8 Stück.

19) 47 ℔ 3 Carat 4 Grän mit 683? fac. 32195 ℔ 20 Carat 8 Grän.

20) 61 Faß 38 Stübgen 2 Quart. mit 701? fac. 43010 Faß 96 Stüb. 2 Quart.

21) 751 Ballen 5 Rieß 15 Buch 12 Bogen mit 751? fac. 564434 Ballen 7 Rieß – B. 12 Bog.

22) 30 ℔ 6 Unzen 2 Drach. 1 Scrupel 6 Gr. mit 809? fac. 24695 ℔ 0 Unzen 0 Drach. 1 Sc. 14 Gr.

23) 136 Jahr 11 Monath mit 4897? fac. 670480 Jahr 11 Monat.

24) 94 Wisp. 3 Schl. 2 Hbt. mit 3756? fac. 356068 Wl. 3 Schl. 2 Hbt.

25) 27 Ballen 6 Rieß 18 Buch 9 Bog. mit 5943? fac. 164572 Ball. 8 Rieß 2 Buch 15 Bog.

26) In einem Amte sind belegen 26 Dörffer, und wohnen in jeden Dorffe eins den andern zu gute gerechnet

rechnet 16 Ackerleute, 7 Halbspanner, 15 Köhter, 10 Brinckſitzer. Ein Ackermann gibt Monathl. 2 thlr. 7 ßl 4 ₰. Ein halbspänner 1 thlr. 33 ßl 5 ₰. Ein Köhter 27 ßl 6 ₰, und ein Brinckſitzer 8 ßl 3 ₰. Wen nun das Jahr zu 12 Monath gerechnet, ſo iſt die Frage: wie viel das gantze Amt in 23 Jahren an Contribution eingebracht, wen ihnen währender Zeit ein Jahr und 3 Monat erlaſſen worden? fac. 425892 thlr. 6 ßl 6 ₰.

Von der Probe der Multiplications-Exempel in benahmten Zahlen.

§. 24. Multiplications-Exempel in benahmten Zahlen, können eben ſo probiret werden, wie die unbenahmten Zahlen. Man kann aber inſonderheit ein Multiplications-Exempel in benahmten Zahlen probiren, wenn mans nach des Hrn. Combe Art verfertiget, ſo mans vorhin nach einer andern Art gemacht hat.

CAPUT V.

Von Dividiren in benahmten gantzen Zahlen.

Wenn die Diviſion in benahmten Zahlen ſtatt finde.

§. 1. Wie die Multiplication in benahmten Zahlen in zweyerley Fällen ſtatt findet; alſo auch die Diviſion, wenn nemlich eine gegebene kleinere Benennung zu einer gröſſern zu machen, oder: wen eine gegebene Zahl durch eine andere dazu gegebene Zahl zu theilen iſt.

Wie kleinere Nahmen zu gröſſern zu machen.

§. 1. Die Rechnung wodurch die Zahl einer kleinern

nern Benennung zu einer grössern gemacht wird, nennet man resolutionem, der benahmten Zahlen; weil dadurch die kleinere Benennung wieder in die grössere aufgelöset wird.

Was die Resolutio der benahmten Zahlen sey.

§. 3. Es ist also die Resolutio der benahmten Zahlen nichts anders, als die Rechnung, wodurch die Zahl einer kleinern Benennung in eine Zahl der grössern Benennung, so der Zahl der kleinern Benennung gleich ist, aufgelöset wird.

Wie diese Resolution geschiehet.

§. 4. Und weil man in die Zahl der kleinern Benennung alle Theile der gegebenen Zahl durch die Multiplication mit dem Gehalte der grössern Zahl und Addition der überschüßigen Zahl der kleinern Benennung eingeführet; so geschiehet die Resolution der kleinern Benennung zu einer grössern Benennung durch die Division in den Gehalt der grössern Benennung in der kleinern Sorte, also, das der Quotient von solcher Division die Zahl der grössern Benennung, und was überbleibet, die überschüßige Zahl der kleinern Benennung.

Reguln der Resolution.

§. 5. Hieraus fliesset folgende Regul, wornach die Exempel in benahmten Zahlen zu resolviren.

1) Dividiret die Zahl der kleinern Benennung in den Gehalt der grössern Benennung.

2) Setzet bey den Quotienten den Nahmen der grössern Benennung.

3) So in der Division was überbleibet; solches füget der Zahl der grössern Benennung, als einen Uberschuß über den Gehalt derselben mit den Nahmen der kleinern Benennung bey. z.E. Man will wissen, wie viel

viel 24678 ℔ Reichs Thaler sind. Man machet erstlich die ℔ zu ℊ, das geschiehet, wen man sie dividiret mit dem Preise, zu welchen 1 ℊ angesetzet, das ist mit 8 ℔.

```
                ℔ (6
℔ ℔ ℔ ℔ ℔ | 3084
  8 8 8 8
```

Bey den Quotienten 3084 schreibet die grössere Benennung der ℊ, und füget dabey 6 ℔, so 3084 ℊ 6 ℔ = 24678 ℔. Und weil 3084 ℊ den Gehalt eines Thalers in ℊ übersteiget, so dividiret solche in diesen Gehalt. Selber ist 36 ℊ.

```
                (2
℔ ℔   ℔ ℔
  6   6
  6   6
℔ 6   8 (4 ℊ | 85 thlr.
  3   6 6
      3
```

Bey dem Quotienten schreibet den Nahmen der Thaler, und füget den Uberschuß von den Groschen und ℔ bey, so ist 85 thlr. 24. ℊ 6 ℔ = 24678 ℔, = den was gesucht.

§. 6. Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 96 ℔ wie viel ℊ? fac. 12 ℊ.
2) 428 ℔ wie viel thlr. fac. 1 thlr. 17 ℊ 4 ℔.
3) 456 ℔ wie viel ggr. und thlr. fac. 1 thlr. 14 ggr.
4) 956 ℔ wie viel ℌ? fac. 5 ℌ 19 ℊ 4 ℔.
5) 8456 ℔ wie viel thlr. fac. 29 thlr. 13 ℊ.
6) 6547 ℔ wie viel ggr. und thlr. fac. 22 thlr. 17 ggr. 7 ℔.
7) 96583 ℔ wie viel ℌ? fac. 603 ℌ 12 ℊ 7 ℔.
8) 854362 ℔ wie viel thlr. fac. 2966 thlr. 19 ℊ 2 ℔.
9) 9873540 ℔ wie viel ℔ℓ? fac. 35262 ℔ℓ 12 ß ℔ℓ 12 ℔.

10) 5478325 q; wie viel ℔? fac. 375 ℔ 49 ℔ 13 Lt. 1 Quent.

11) 1079843648 Stücke, wie viel Stiege und Schock? 17997394 Sch.—St. 8 Stück.

12) 8479654329 Viertel, wie viel Ell und Stiege? fac. 1059956790 Stiege 2 Ell 1 Viertel.

13) 6548397654 Stücke, wie viel Decher und Zimmer? fac. 163709941 Zimmer 1 Dech. 4. Stück.

14) 876546394 Nößel, wie viel Fuder Wein? fac. 456534 Fud. 3 Ahm 19 Stüb. 1 Quat.—Nößel.

15) 10765483648 Bogen, wie viel Ballen Papier? fac. 2242809 Ballen—Rieß 18 Buch 16 Bog.

16) 86543648 hunderte, wie viel Bund Kaufgarn? fac. 432718 Bund 4 Löpf. 8 Hl.

17) 463546932 Viertel Wolle, wie viel Stein? 10535157 Stein 6 ℔—Vl.

18) 67945008364 Loch, wie viel Wispel? facit 106164075 Wl. 2 Schl. 2 Hbt. 3 Vf.

19) 857693456789 Hel. Gew. wie viel ℔? facit 7347291 ℔ 92 ℔ 12 Lt. 2 Qu. 3 Q Gew. 1 Hl. G.

20) Ein armer Mann hat auf der Gasse einen Beutel mit 224 Ducaten gefunden, für diese ihm unbekannte Müntze werden ihm 100000 Pracher-Thaler gebothen. Wenn er nun damit zufrieden, so ist die Frage: was er Schaden hat, wen er jeglichen Ducaten zu 2 thl. 24 ßr hätte ausgeben können? Fac. 250 thlr 4 ßr-Q.

Von der eigentlichen also genannten Division.

§. 7. Der andere Fall, darin man die Division in benahmten Zahlen gebrauchet, ist die eigentliche also genannte Division, da die gegebenen benahmten Zahlen durch eine andere dazu gegebene Zahl zu theilen. Solches kann auf die gemeine Art, oder: eine kürtzere Weise geschehen.

Von

Von den unterschiedlichen Arten dieser Division.

§. 8. Ehe wir die Regul stellen, wornach die Division in benahmten Zahlen zu verrichten, ist zu bemercken, daß in dergleichen Exempeln unterschiedliche Falle, wornach die Reguln einzurichten, sich hervor thun.

Vom ersten Fall.

§. 9. Ist also der erste Fall, wenn die Zahl einer grössern Benennung in eine andere Zahl zu dividiren, darin sie aufgehet. Alsdenn dividiret dieselbe auf eben die Weise, wie in dividiren in unbenahmten Zahlen vorgeschrieben. z. E. Dividiret 5875 thlr. in 47, so geschiehet solches auf die Weise wie in unbenahmten Zahlen.

2
℔ ℔ ß
ß ß ℳ ß
ℳ ℳ ℳ ℳ
ℳ ℳ

|125 thlr und ist 125 thlr. = 5875:47.

Excmpel zur Ubung.

§. 10. Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 9680 ℛ in 4 ? fac. 2420 ℛ.
2) 8784 thlr. in 6 ? fac. 1464 thlr.
3) 14790 thlr. in 5 ? fac. 2958 thlr.
4) 3302 ℭ in 13 ? fac. 254 ℭ.
5) 6144 Stk in 16 ? fac. 384 Stk.
6) 70843 Wl. in 123 ? fac. 576 Wl.
7) 162167 Ballen in 257 ? fac. 631 Ballen.
8) 35361999 thlr. in 6473 ? fac. 5463 thlr.

Vom andern Falle.

§. 11. Der andere Fall ist, wenn die gegebene benahmte Zahl eine Zahl von einer kleinern Benennung, so in die gegebene Zahl aufgehet, dergleichen Exempel verfertiget nach folgender Regul.

1) Di-

1) Dividiret die benahmte Zahl in die dazu gegebene Zahl, und benennet den Quotienten von dem Nahmen der gegebenen Zahl.

2) Resolviret das Quotum, so es nöthig in die grössere Benennung. z. E. 14790 ℔ dividiret in 5; so theilet 14790 in 5, ist 2958 ℔. Das Quotum ist mehr als 1 ge; darum resolviret solche in ℊ und thlr. ist 10 thlr. 9ℊ 6℔ = 14790 ℔: 5.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 245 ℊ in 7? fac. 35 ℊ.
2) 1278 ℔ in 9? fac. 17 ℊ 6 ℔.
3) 3696 ℔ in 11? 1 thlr. 6 ℊ.
4) 582528 qꝛ. in 37? fac. 1 ℭ 9 ℔.
5) 117369 ℔ in 243? fac. 1 St℔ 14 L℔ 7 ℔.
6) 967197 Pfl. in 869? fac. 6 Wl. 3 Schl. 8 Hbt. 1 Pl.
7) 427633 Stücke in 1349? fac. 7 Zimmer 3 Decher 7 Stück.
8) 330845671 Bogen in 5679? fac. 8 Ballen 4 Rieß 13 Buch 17 Bogen.
9) 4145024 Hunderter in 6784? fac. 3 Bund. 1 Lopf. 1 hundert.
10) 55389875 Quartier in 8675? fac. 6 Fuder 3 Ahm 36 Stübgen 1 Quat. Wein.

Dritter Fall.

§. 12 Der dritte ist, wen die gegebene benahmte Zahlen von einer grössern Benennung weniger als der Divisor, so versertiget die Exempel nach folgender Regul.

1) Machet die benahmte Zahl so lange zu einer kleinern Benennung, bis sie in den gegebenen Divisorem kann getheilet werden.

2) Bey den Quotienten schreibet den Nahmen der kleinern Benennung, solche ist das Quotum. z. E.

Divi-

dividiret 2 thlr. in 288; so kan 2 nicht in 288 dividiret werden; darum machet 2 thlr zu ℌ, sind 72, können noch nicht in 288 dividiret werden; darum machet 72 ℌ zu ℒ. sind 576 ℒ, solche in 288 dividiret, der Quotient 2 ℒ.

NB. Hieraus folget, daß man den Divisorem mit der Zahl der kleinesten Benennung in einem Bruch setzen müsse, wenn solche nicht durch ihn kann dividiret werden. z. E. 3 ℌ sollen durch 135 dividiret werden. Nun sind 3 ℌ in ihrer kleinesten Benennung 24 ℒ. Solche können auch nicht in 135 dividiret werden; darum ist der Quotient: $\frac{24}{135}$ ℒ.

§. 13. **Folgen mehr Exempel zur Ubung.**

1) 3 ℌ in 6? fac. 4 ℒ.
2) 2 thlr. in 12? fac. 6 ℌ.
3) 5 thlr. in 36? fac. 5 ℌ.
4) 3 thlr. in 216? fac. 4 ℒ.
5) 1 ℔ in 238? fac. 16 Loht.
6) 5 Wl. in 1600? fac. 2 Loch.
7) 4 Ballen in 3200? fac. 6 Bogen.

Vierdter Fall.

§. 14. Der vierdte Fall ist, wenn in der Division einer benahmten Zahl von der grösten Benennung was übrig bleibet; so gebrauchet man folgende Regul.

1) Schreibet zu der übrig gebliebenen Zahl die grösste Benennung.

2) Machet es zu einer kleinern Benennung, und dividiret das Product von neuen durch den Divisorem.

3) Das Quotum setzet als die kleinere zu der Zahl der grössern Benennung; und so wieder, was übrig bleibet, solches machet wieder zu einer noch kleinern Benennung, bis das letzte Product entweder aufgehet, oder bis auf den kleinesten Nahmen reduciret worden. z. E.

Dividiret 67 thlr. in 8, kommen 8 thlr. und bleiben 3 thlr. Solche werden zum Preise der thlr. gerechnet, und mit 36 zu ℊ gemacht, sind 108 ℊ; in 8 dividiret; sind 13 ℊ, und bteiben 4 ubrig, solche nennet ℊ, und wann sie sind zu ℔ gemacht worden, so dividiret sie in 8, sind 4 ℔. Hier gehet die Division in 8 auf, ist also die begehrte Zahl gefunden, nemlich 8 thlr. 13 ℊ 4 ℔ = 67 thlr: 8.

NB. Hieraus folget, daß, so in der Division der kleinesten Benennung etwas übrig bliebe, solches mit dem Divisore in einen Bruch zu setzen. z. E. Dividiret 38 thlr. in 7; so kommen 5, und bleiben 3 übrig, oder: 108 ℊ. Solche in 7, kommen 15 ℊ, und bleiben 3 ℊ übrig, oder 24 ℔. Solche in 7, kommen zum Quoto 3, und bleiben 3. Weil nun die ℔ die kleineste Benennung von Thaler, so setzet man 3 mit 7 in einen Bruch, und ist der gesuchte Quotient = 5 thlr. 15 ℊ $3\frac{3}{7}$ ℔ = 38 thlr: 7.

§. 15. **Folgen mehr Exempel zur Ubung.**

1) 89 thlr. in 6? fac. 14 thlr. 30 ℊ.
2) 125 thlr. in 8? fac. 15 thlr. 22 ℊ 4 ℔.
3) 875 ℔ in 56? fac. 15 ℔ 12 ℊ 4 ℔.
4) 175 ℭ in 152? fac. 1 ℭ 17 ℔ 8 Loht.
5) 675 Wispel in 125? fac. 3 Wispel.
6) 1423 Ballen in 480? fac. 2 Ballen 9 Rieß 12 Buch 22 Bogen.
7) 9581 Stiege Ellen-Maaß in 560? fac. 17 Stiege 5 Ellen 3 Viertel.
8) 70320 Bunde Garn in 2930? fac. 24 Bund.
9) 5687520 ℔ in 4480? fac. 1269 ℔ 10 ℔ 10 ℔.
10) 87433024 Stein-Wolle in 4928? fac. 17742 Stein 1 ℔.

Der fünffte Fall und dessen erste Weise.

§. 16. Der fünffte Fall ist, wen die gegebene Zahl in

in benahmten Zahlen aus mehr als einer Benennung bestehet. Und solche Exempel kann man auf zweyerley Weise dividiren. Zu der ersten Weise gebrauchet folgende Regul.

1) Reduciret die Nahmen der gegeben Zahl zu ihrer kleinesten Benennung.

2) Theilet die Zahl der kleinesten Benennung in den dazu gegebenen Divisorem.

3) Schreibet bey das Quotum den Nahmen der kleinesten Benennung.

4) Und wens nöthig, so resolviret das Quotum in die grössere Benennung, so habt ihr die gesuchte Zahl. z. E. Dividiret 5875 thlr. 23 ℊ 4 ♎ in 47. Reduciret solche zu ♎, bringet 1692188 ♎. Solche dividiret in 47, kommet 36004 ♎. Solche in thlr. resolviret, ist die begehrte Zahl 125 thlr.—ℊ 4 ♎ = 5875 thlr. 23 ℊ 4 ♎ : 47.

Des fünfften Falls andere Weise.

§. 17. Zu der andern Weise gebrauchet folgende Regul.

1) Dividiret die Zahl der grössern Benennung in den dazu gegebenen Divisorem.

2) Was übrig bleibt macht zu einer kleinern Benennung, und addiret zum Producte die Zahl der gegebenen kleinern Benennung.

3) Dividiret das Product, und den zugenommenen Uberschuß in den Divisorem, und fahret also fort bis zu der kleinesten Benennung. z. E. 5875 thlr. 23 ℊ 4 ♎ in 47, so dividiret 5875 thlr. in 47, kommen 125 thlr. und bleibet nichts übrig; darum spricht: 47 in 23 ℊ gehet nicht an, deswegen machet 23 ℊ zu ♎, und thut 4 dazu, 188 ♎. Solche in 47 dividiret, komen 4 ♎.

NB. So in der Division von dem kleinesten Nahmen das Exempel nicht aufgehet, so setzet den Uberschuß mit dem Divisore in einem Bruch.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) Dividiret 1 ℔ 4 ß in 3? fac. 4 ß.

2) 4 ℔ 3 ß in 7? fac. 5 ß.

3) 13 thlr. 12 ℊ in 8? fac. 1 thlr. 24 ℊ.

4) 76 thlr. 4 ggr. 6 ₰ in 6? fac. 12 thl. 16 ggr. 9 ₰.

5) 67 ℔ 7 ℔ 6 ß in 9? fac. 7 ℔ 9 ℔ 6 ß.

6) 217 thlr. 20 ggr. 2 ß in 13? fac. 16 thl. 18 ggr. 2 ß.

7) 38 ℭ 63 ℔ 7 Lt. 2 q in 18? fac. 2 ℭ 16 ℔ 5 Lt. 3 q.

8) 462 ℔ 1 Bl. in 43? fac. 10 ℔ 3 Bl.

9) 158 Fuder 0 Ahm 31 Stl. 3 Quart. in 59? fac. 2 Fuder 4 Ahm 3 Stübgen 1 Quart.

10) 1227 Wl. 3 Schl. 7 Hbt. 1 Vf. in 127? fac. 9 Wl. 2 Schl. 6 Hbt. 3 Vfl.

11) 3125 Ballen 4: 11: 12 in 356? fac. 8 Ballen 7 Rieß 15 Buch 21 Bog.

12) 2798 ℔ 2 Unzen 0 Lt. 0 Quint. in 984? fac. 2 ℔ 6 Unzen 1 Lt. 2 q.—Ortl.

13) 10617 Stein 4 ℔ in 1397? fac. 7 Stein 12 ℔ Flachs.

14) 22196 Jahr 9 Monat in 4673? fac. 4 Jahr 9 Monat.

15) 2236112 Stiege 15 Ell 2 Vl. in 87093? fac. 25 Stiege 13 Ell. 2 Vl.

16) 90 thlr. 7 ℊ 1 ß in 7? fac. 12 thlr. 31 ℊ 7 ß.

17) 145 ℔ 18 ℊ 4 ß in 13? fac. 11 ℔ 4 ℊ 4 ß.

18) 216 thlr. 18 ℊ 4 ß in 17? fac. 12 thlr. 26 ℊ 4 ß.

19) 266 thlr. 8 ggr. 1 ß in 29? fac. 9 thlr. 4 ggr. 5 ß.

20) 864 ℭ 16 ℔ in 188? fac. 4 ℭ 68 ℔ 0 Lt.

21) 1642 ℌ 4 ℒ 7 ℔—Vl. in 364? fac. 4 ℌ 10 ℒ 3 ℔ 1 Viertel.

22) 362076 D—Stück in 18568? fac. 19 Duß 6 Stück.

23) 838659 Z. 3 D—Stl. in 31235? fac. 26 Z. 3 D. 4 St.

24) 770118 Ballen 5 Rieß 6 Buch 8 Bog. in 78632? f. 9 Ball 7 Rieß 18 Buch 19 Bogen.

25)

25) Ein Landes-Fürst hält auf den Beinen 6 Regimenter Fuß-Volck, darin jedes an gemeinen 654 Mañ starck, die kosten ihm jährlich 70632 thlr. Wen nun der 6te Theil solcher Gage ihnen vor ihre Mundirung abgezogen wird, so ist die Frage: wie viel ein Mann alle Monat an baaren Gelde empfähet? 1 thlr. 9 gr.

CAPUT VII.

Von dem Wehrte der Zahlen grösserer Benennung in deren kleinern Benennungen, oder: von dem Verhalte der Zahlen kleinerer Benennung zu der grössern.

§. 1. Weil die Zahlen der kleinern Benennung durch die Addition und Multiplication offt so groß anwachsen, daß sie den Preiß einer grössern Zahl übersteigen; so dienet es zur Erleichterung, wen man den Preiß der Zahlen von den grössern Benennungen in ihren kleinern Benennungen weiß. Deswegen wollen wir hier von den obgedachten, und hier gebräuchlichen Nahmen der Zahlen handeln, und ihrer Zahlen Werth in der kleinern Benennung anzeigen.

Rthlr. gr.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
8	16	24	32	40	48	56	64	72	R gegen gr
36	72	108	144	180	216	252	288	324	gr gegẽ thl.

Rthlr. ggr.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
12	24	36	48	60	72	84	96	108	gr gegen ggr.
24	48	72	96	120	144	168	192	216	ggr. gegen R

ℭ. ℔. Lt

1	2	3	4	5	6	7	8	9		
4	8	12	16	20	24	28	32	36	Quent.	gegen Lt.
32	64	96	128	160	192	224	256	288	Loht	gegen Cent.
114	228	342	456	570	684	798	912	1026	Pfund	gegen Pfund

Wl. Schl. Hbt. Vf.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4	8	12	16	20	24	28	32	36	Vf. gegen Hbt.
10	20	30	40	50	60	70	80	90	Hbt. gegen Schl.
4	8	12	16	20	24	28	32	36	Schl. gegen Wl.

fl. gr.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
20	40	60	80	100	120	140	160	180	gegen fl III

S℔ L℔ ℔.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
14	28	42	56	70	84	98	112	126	℔ gegen L℔
20	40	60	80	100	120	140	160	180	L℔ gegen S℔

§. 2. Wen man einen von diesen Tarif gebrauchen will, so ist zu mercken, daß in der ersten Reihe die Zahlen der grössern Benennung enthalten, in der anderen der Werth der nächst kleinern, und in der dritten der Werth der dritten noch kleinern Benennung. z. E. Man wollte wissen, wie viel qz. auf 3 Lt. gehen. So suchet in der ersten Reihe 3, und die in der andern Reihe darunter stehende Zahl 12, zeiget, wie viel qz. auf 3 Lt. gehen, oder: man will wissen, wie viel 3ℒ ℔ sind, so suchet man die Zahl unter der 3, der obersten Linie, so mit dem Nahmen ℔ bezeichnet, da findet sich die begehrte Zahl.

§. 3. Den Verhalt der kleinern Nahmen zu den Zahlen des Werths in grössern Zahlen, zeiget folgendes Tarif:

thlr.	thlr.	gℒ ggr.	
1	36ℒ	24 ggr.	8 ℒ 12ℒ
$\frac{1}{2}$	18	12	4 6
$\frac{1}{3}$	12	8	$2\frac{2}{3}$ 4
$\frac{1}{4}$	9	6	2 3
$\frac{1}{5}$	7:$1\frac{3}{5}$	4:$9\frac{3}{5}$	$1\frac{2}{5}$ $2\frac{2}{5}$
$\frac{1}{6}$	6:	4:	$1\frac{1}{3}$ 2
$\frac{1}{7}$	5:$1\frac{1}{7}$	3:$5\frac{1}{7}$	$1\frac{1}{7}$ $1\frac{5}{7}$
$\frac{1}{8}$	4:4:	3:	1 $1\frac{1}{2}$
$\frac{1}{9}$	4:	2:8	$\frac{8}{9}$ $1\frac{1}{3}$
$\frac{1}{10}$	$3\frac{3}{5}$	2:$4\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$ $1\frac{1}{5}$

	℔	℔	Lt.	E℔	L℔	Bl.
1	114 ℔	32 Lt.	4 q.	20 L℔	14 ℔	4 Schl.
1/2	57	16	2	10 ℔	7	2
1/3	38	10 : 2 2/3 q.	1 1/3	6 : 9 1/3	4 2/3	1 : 3 : 1 1/3
1/4	28. 16	8	1	5 :	3 1/2	1 :
1/5	22.25. 2 2/5	6 : 1 3/5	4/5	4 :	2 4/5	— : 8 Hbt.
1/6	19 ℔	5 : 1 1/3	2/3	3 : 4 2/3	2 1/3	— : 6 H. — : 2 2/3 R.
1/7	16. 9 1/7	4 : 2 2/7	4/7	2 : 12	2 :	— : 5 : 2 6/7
1/8	14 : 8	4 :	1/2	2 : 7	1 3/4	— 5 : — :
1/9	12.21 : 1 1/3	3 : 2 2/9 :	4/9	2 Lt. 3 1/9	1 5/9	— : 4 1 7/9
1/10	11 : 12 : 3 1/5	3 : — : 4/5	2/5	2 :	1 2/5	— : 4 — :

	Schl.	Hbt.	℔.
1	10	4 Bl.	20 ℔
1/2	5	2 :	10
1/3	3 : 1 1/3	1 1/3	6 2/3
1/4	2 : 2	1 :	5 :
1/5	2	4/5 :	4 :
1/6	1 : 2 2/3	2/3 :	3 : 1/3
1/7	1 : 1 5/7	4/7 :	2 : 6 6/7

	Schl.	Hbt.	℔.
1/8	1 : 1	1/2	2 : 4
1/9	1 : 4/9	4/9 :	2 : 1 7/9
1/10	1	2/5	2 — :

Aus diesen Tarif ist zu sehen, ob und was für ein Theil die Zahl der kleinern Benennung von dem Werth der grössern sey. Wenn zu 1 ℔ gesetzet 28 ℔ 16 Loth, so erkennet man hieraus, daß solche aus dem ℔ der vierdte Theil seyn.

§. 4. Wir wollen aber auch zeigen, wie eine jegliche Zahl der kleinern Benennung in den Preiß der grössern könne zerstreuet werden; und das lehrer folgendes Tarif.

Von

Von Zerstreuung der ℔ in thlr.

35			34			33			32		
18	—	1/2	18	—	1/2	18	—	1/2	18	—	1/2
12	—	1/3	12	—	1/3	9	—	1/2 1/3	12	—	1/3
4	—	1/3	4	—	1/3	3	—	1/3	2	—	1/6
1	—	1/4				3	—	1			

31			30			29			28		
18	—	1/2	18	—	1/2	18	—	1/2	18	—	1/2
9	—	1/2 1/3	12	—	1/3	9	—	1/2 1/9	9	—	1/2 1/18
3	—	1/3				2	—	1/9	1	—	1/9
1	—	1/3									

27			26			25			24		
18	—	1/2	18	—	1/2	18	—	1/2	18	—	1/2
9	—	1/2	6	—	1/3	6	—	1/3	6	—	1/3
			2	—	1/2	1	—	1/6			

23			22			21			20		
18	—	1/2	18	—	1/2	18	—	1/2	18	—	1/2
6	—	1/3	4	—	1/9	3	—	1/6	2	—	1/9
2	—	1/3									

19			18			17		
18	—	1/2	18	—	1/2	12	—	1/3
2	—	1/9				4	—	1/3 1/4
1	—	1/2				1	—	1/4

16			15			14		
12	—	1/3	12	—	1/3	12	—	1/3
4	—	1/3	3	—	1/4	2	—	1/7

13			12			11			10		
9	—	1/4	12	—	1/3	9	—	1/4	9	—	1/9
3	—	1/3				1	—	1/9	1	—	
1	—	1/3				1	—	1			

9			8			7			6		
9	—	1/4	6	—	1/6	6	—	1/6	6	—	1/6
			2	—	1/3	1	—	1/6			

5			4			3		
4	—	1/9	4	—	1/9	3	—	1/12
1	—	1/4						

2			1		
4	—	1/9	4	—	1/9
2	—	1/2	1	—	1/4

(1) thlr. in ggr. zerstreuet.

24 = 1

23			22			21			20		
12	—	1/2	12	—	1/2	12	—	1/2	12	—	1/2
8	—	1/3	8	—	1/3	6	—	1/2	8	—	1/3
3	—	1/4	2	—	1/4	3	—	1/2			

19			18			17			16		
12	—	1/2	12	—	1/2	12	—	1/2	12	—	1/2
4	—	1/3	6	—	1/2	4	—	1/3	4	—	1/3
3	—	1/4				1	—	1/4			

15			14			13			12		
12	—	1/2	12	—	1/2	8	—	1/3	12	—	1/2
3	—	1/4	2	—	1/6	4	—	1/2			
						1	—	1/4			

11			10			9			8		
8	—	1/3	8	—	1/3	8	—	1/3	8	—	1/3
8	—	1/8	2	—	1/4	1	—	1/8			

7			6			5			4		
6	—	1/4	6	—	1/4	4	—	1/6	4	—	1/6
1	—	1/6				1	—	1/4			

3			2			1		
3	—	1/8	4	—	1/6	3	—	1/8
			2	—	1/2	1	—	1/3

æ in ß zerstreuet.

114 — 1

113			112			111			110		
57	—	1/2	57	—	1/2	56	—	1/2	57	—	1/2
38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
6	—	1	6	—	1	6	—	1	6	—	1
6	—	1	3	—	1/2	3	—	1/2	1	—	1/6
			2	—	1/3	1	—	1/3			

109			108			107			106		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
6	—	1	6	—	1	6	—	1	3	—	1/2
2	—	1/3	1	—	1/6				2	—	1/3

105			104			103			102		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
3	—	1/2	3	—	1/2	2	—	1/3	1	—	1/6
1	—	1/3									

101			100			99			98		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3
6	—	1/19	3	—	1/19	3	—	1/19	3	—	1/19
			1	—	1/3	1	—	1/3			
			1	—	1						

97			96			95			94		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3	19	—	1/3
2	—	1/19	2	—	1/19				6	—	1/19
			1	—	1/2				6	—	1
									6	—	1

93			92			91			90		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
19	—	1/3	19	—	1/3	19	—	1/3	19	—	1/3
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
6	—	1	6	—	1	6	—	1	6	—	1
3	—	1/2	3	—	1/2	3	—	1/2	3	—	1/2
2	—	1/3	1	—	1/3						

89			88			87			86		
57	—	1/2	75	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
19	—	1/3	19	—	1/3	19	—	1/3	19	—	1/3
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
6	—	1	6	—	1	3	—	1/2	3	—	1/2
1	—	1/6				2	—	1/3	1	—	1/3

85			84			83			82		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
19	—	1/3	19	—	1/3	19	—	1/3	19	—	1/3
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
3	—	1/2	2	—	1/3	1	—	1/6			

81			80			79			78		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
19	—	1/3	19	—	1/3	19	—	1/3	19	—	1/3
3	—	1/19	3	—	1/19	3	—	1/19	1	—	1/19
1	—	1/3	1	—	1/5				1	—	1
1	—	1									

77			76			75			74		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
19	—	1/3	19	—	1/3	6	—	1/19	6	—	1/19
1	—	1/19				6	—	1	6	—	1
						6	—	1	3	—	1/2
									2	—	1/3

73			72			71			70		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
6	—	1	6	—	1	6	—	1	6	—	1
3	—	1/2	3	—	1/2	2	—	1/3	1	—	1/6
1	—	1/3									

69			68			67			66		
57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2	57	—	1/2
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
6	—	1	3	—	1/2	3	—	1/2	3	—	1/2

65			64			63			62		
57	=	1/2	57	=	1/2	57	=	1/2	57	=	1/2
6	=	1/19	6	=	1/19	6	=	1/19	3	=	1/19
2	=	1/3	1	=	1/6				1	=	1/3
									1	=	1

61			60			59			58		
57	=	1/2	57	=	1/2	57	=	1/2	57	=	1/2
3	=	1/19	3	=	1/19	6	=	1/19	6	=	1/19
1	=	1/3				2	=	1/3	1	=	1/6

57			56			55			54		
57	=	1/2	38	=	1/3	38	=	1/3	38	=	1/3
			6	=	1/19	6	=	1/19	6	=	1/19
			6	=	1	6	=	1	6	=	1
			6	=	1	3	=	1/2	3	=	1/2
						2	=	1/3	1	=	1/3

53			52			51			50		
38	=	1/3	38	=	1/3	38	=	1/3	38	=	1/3
6	=	1/19	6	=	1/19	6	=	1/19	6	=	1/19
6	=	1	6	=	1	6	=	1	6	=	1
3	=	1/2	2	=	1/3	1	=	1/6			

49			48			47			46		
38	=	1/3	38	=	1/3	38	=	1/3	38	=	1/3
6	=	1/19	6	=	1/19	6	=	1/19	6	=	1/19
3	=	1/2	3	=	1/2	3	=	1/2	2	=	1/3
2	=	1/3	1	=	1/3						

45			44			43			42		
38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3
6	—	1/19	6	—	1/19	2	—	1/19	2	—	1/19
1	—	1/6				2	—	1	2	—	1
						1	—	1/2			

41			40			39			38		
38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3	38	—	1/3
2	—	1/19	2	—	1/19	2	—	1/19			
1	—	1/2				1	—	1/2			

37			36			35			34		
19	—	1/6	19	—	1/6	19	—	1/6	19	—	1/6
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
6	—	1	6	—	1	6	—	1	6	—	1
6	—	1	3	—	1/2	3	—	1/2	3	—	1/2
			2	—	1/3	1	—	1/3			

33			32			31			30		
19	—	1/6	19	—	1/6	19	—	1/6	19	—	1/6
6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19	6	—	1/19
6	—	1	6	—	1	6	—	1	3	—	1/2
2	—	1/3	1	—	1/6				2	—	1/3

29			28			27		
19	—	1/6	19	—	1/6	19	—	1/6
6	—	1/19	9	—	1/19	6	—	1/19
3	—	1/2	3	—	1/3	2	—	1/3
1	—	1/3						

26			25		
19	—	1/6	19	—	1/6
6	—	1/19	6	—	1/19
1	—	1/6			

24		23		22		21	
19	= 1/6	19	= 1/6	19	= 1/6	19	= 1/6
6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 1/19
3	= 1/2	3	= 1/2	3	= 1/2	2	= 1/3
2	= 1/3	1	= 1/3				

20		19		18		17	
19	= 1/6	19	= 1/6	6	= 1/19	6	= 1/19
1	= 1/19			6	= 1	6	= 1
				6	= 1	3	= 1/2
						2	= 1/3

16		15		14		13	
6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 1/19
6	= 1	6	= 1	6	= 1	6	= 1
3	= 1/2	3	= 1/2	2	= 1/3	1	= 1/6
1	= 1/3						

12		11		10		9	
6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 1/19
6	= 1	3	= 1/2	3	= 1/2	3	= 1/2
		2	= 1/3	1	= 1/3		

8		7		6		5	
6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 19	6	= 1/19
2	= 1/3	1	= 1/6			3	= 1/2
						2	= 1/3

4		3		2		1	
6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 1/19	6	= 1/19
3	= 1/2	3	= 1/2	2	= 1/3	1	= 1/6
1	= 1/3						

4) L℔. in ℔ zerstreuet.

14 ℔ = 1 L℔

13			12			11			10		
7	—	1/2	7	—	1/2	7	—	1/2	7	—	1/2
2	—	1/7	2	—	1/7	2	—	1/7	2	—	1/7
2	—	1	2	—	1	2	—	1	1	—	1/2
2	—	1	1	—	1/2						

9			8			7			6		
7	—	1/2	7	—	1/2	7	—	1/2	2	—	1/7
2	—	1/7	1	—	1/7				2	—	1
									2	—	1

5			4			3		
2	—	1/7	2	—	1/7	2	—	1/7
2	—	1	2	—	1	1	—	1/2
1	—	1/2						

2			1		
2	—	1/7	1	—	1/7
			1	—	1/2

5) ℔ in Loth zerstreuet.

32 Lt. = 1 ℔.

31			30			29			28		
16	—	1/2	16	—	1/2	16	—	1/2	16	—	1/2
8	—	1/2	8	—	1/2	8	—	1/2	8	—	1/2
4	—	1/2	4	—	1/2	4	—	1/2	4	—	
2	—	1/2	2	—		1	—	1/4			
1	—	1/2									

27			26			25			24		
16	—	1/2	16	—	1/2	16	—	1/2	16	—	1/2
8	—	1/2	8	—	1/2	8	—	1/2	8	—	1/2
2	—	1/4	2	—	1/4	1	—	1/8			
1	—	1/2									

23			22			21			20		
16	—	1/2	16	—	1/2	16	—	1/2	16	—	1/2
4	—	1/4	4	—	1/4	4	—	1/4	4	—	1/4
2	—	1/2	2	—	1/2	1	—	1/4			
1	—	1/2									

19			18			17			16		
16	—	1/2	16	—	1/2	8	—	1/4	16	Lt.	— 1/2
2	—	1/8	2	—	1/8	8	—	1			
1	—	1/2				1	—	1/8			

15			14			13			12		
8	—	1/4	8	—	1/4	8	—	1/4	8	—	1/4
4	—	1/2	4	—	1/2	4	—	1/2	4	—	1/2
2	—	1/2	2	—	1/2	1	—	1/4			
1	—	1/2									

11			10			9			8		
8	—	1/4	8	—	1/4	8	—	1/4	8	—	1/4
2	—	1/4	2	—	1/4	1	—	1/8			
1	—	1/2									

7			6			5			4		
4	—	1/8	4	—	1/8	4	—	1/8	4	—	1/8
2	—	1/2	2	—	1/2	1	—	1/4			
1	—	1/2									

3			2			1		
4	—	1/8	4	—	1/8	4	—	1/8
2	—	1/2	2	—	1/2	2	—	1/2
1	—	1/2				1	—	1/2

Diese Tarifs zu gebrauchen, so ist zu mercken, daß die forderste Zahlen dieselben Zahlen anzeigen, in die eine gegebene Zahl zu zerfällen, und die hintere die Theile, welche jede Zahl aus den gantzen, oder: einen andern der vorhergehenden Theile seyn. Sonst ist jedesmal jede Zahl in die nächst vorhergehende getheilet.

Anderer Eintheilung
Zweyter Abschnitt.
Von Erfindung einer Zahl nach der geometrischen Proportion, oder: von der benahmten Zahlen Numeratione composita.

CAPUT I.
Von der Numeratione composita insgemein.

Einleitung zu den folgenden.

§. 1. Nachdem bishero gezeiget worden, wie von gegebenen Zahlen eine Zahl zu finden, durch deren Vermehrung, oder: Verringerung; so ist nun auch zu zeigen,

gen, wie man eine unbekannte Zahl finden soll, wenn dazu unterschiedliche Species zugleich gebrauchet werden müssen. Und ist also die Numeratio composita die Erfindung einer unbekannten Zahl aus gegebenen Zahlen, zu derselben Erfindung man unterschiedliche Species zugleich gebrauchet.

Deren Eintheilung.

§. 2. Es ist aber die Numeratio composita, entweder analytica, oder: synthetica. Analytica ist diejenige Rechnung, so da lehret, wie man das gesuchte finden soll, wen man an statt des gesuchten eine Zahl nimt, und solche nach dem Inhalte der vorgelegten Frage in solche Zahlen theilet, oder: damit vermehret, welche mit den gegebenen eine Analogie haben. Und dahin gehöret die Regula falsi, und Cofs. Die Synthetica lehret, wie man aus gewissen gegebenen Zahlen die unbekannte heraus bringen soll.

Was Numeratio synthetica sey.

§. 3. Die Synthetica ist nichts anders, als eine solche Rechnung, die zu den gegebenen ungleichen Zahlen eine Zahl suchet, die sich zu einer derselben verhält, wie die übrigen bekannten eine zu der andern. Die Anweisung, nach welcher solche Zahl gefunden wird, heisset insgemein die Regula detri, oder: detribus numeris von dreyen Zahlen, weil sie lehret, wie aus drey gegebenen bekannten Zahlen die vierdte unbekannte gefunden werde. Andere nennen sie: Regulam auream, die güldene Regul, wegen ihres besondern Nutzens. Sonst heisset sie auch wol: Regula proportionum; weil sie nach der Regul der geometrischen Proportion mit den gegebenen Zahlen umzugehen lehret.

Von dem Unterscheide der Regulæ detri.

§. 4. Weil also die Regula detri mit dem Verhältniß

niß zwiſchen ungleichen Zahlen umgehet, (§. 3.) ſo iſt ſie auf ſo mancherley Weiſe unterſchieden, als die Verhältniß unterſchiedlich vorgeleget werden. Und da die Verhältniß einer Proportion, entweder ſimplex, oder compoſita, ſo iſt die Regula detri, entweder ſimplex, oder compoſita, oder: duplex, und da jegliche Proportion, entweder directa, oder: indirecta, ſo iſt die Regula detri, entweder ſimplex directa, oder: indirecta, oder: compoſita directa, oder: indirecta. Ferner ſollen oft nach einer Verhältniß unterſchiedliche Zahlen von eben der Verhältniß gefunden werden, und daher muß ſolche Verhältniß, ſo öffters wiederhohlet werden, als man unbekannte Verhältniſſen finden ſoll. Daher entſtehet die Regula ſocietatis. Oder: es ſollen nach einer gewiſſen Verhältniſſe unterſchiedliche Dinge vermenget werden; daher entſtehet die Regula alligationis und Coecis, oder: virginum. Von jeglichen dieſer Reguln wollen wir an ſeinem Orte handeln. Was aber die beſondern Kauffmanns-Rechnungen betrifft, ſo gehören dieſelbe zu einer Art der Regulæ detri unter beſondern Umſtänden. Es ſoll davon im andern Buche unſerer Anweiſung gehandelt werden.

CAPUT II.

Von der Regula detri ſimplici directa in gantzen Zahlen.

Was Regula detri ſimplex directa ſey.

§. 1. Es iſt aber die Regula directa ſimplex nichts anders, als diejenige Anweiſung, wie man aus dreyen gegebenen Zahlen eine vierdte Zahl finden ſoll, die ſich zu der dritten Zahl verhält, wie die andere zu der erſten.

Von den Zahlen der Regulæ detri.

§. 2. Es kommen also bey dieser Regul 4 Zahlen in Betrachtung; in deren zwey ersten das Verhältniß enthalten, in welchen die beyden andern Zahlen gegen einander stehen sollen. Sind also unter den 3 gegebenen Zahlen 2 Termini, welche zu einander einen gewissen Verhalt haben, und eine Zahl, welche sich mit der zusuchenden verhalten soll, wie die beyden andern Zahlen sich unter einander verhalten.

Von den Zahlen, so zu den andern einen Verhalt haben.

§. 3. Die beyden Zahlen, welche zu einander einen Verhalt haben, müssen in solcher Correlation stehen, daß sie zu aller Zeit, und bey allen Umständen eben den Verhalt zu ein andern haben, den sie zu einer gewissen angenommenen Zeit, und gewissen Umstande haben. Daher Hr. Clausberg gar wol erinnert, daß dergleichen Exempel nicht in der Regula detri verfertiget werden können, in welchen die Termini, so mit andern im Verhalte stehen, nicht zu aller Zeit, und bey allen Umständen eben den Verhalt haben, wie vorhin. z. E. Wen ein Brunnen von 100 Fuß tief gegraben worden, so kann man Anfangs wol alle 4 Stund 3 Fuß tief graben; wen man aber tieffer hinunter kommet, oder: der Grund und Boden steiniat wird, so kann man mit der Arbeit nicht so leicht fortkommen. Daher findet die Proportion zwischen 3 Fuß und 4 Stunden nicht immerdar, und bey Verfolg der Sachen statt. Wannenhero dieses Exempel nach der Regula detri nicht kann berechnet werden.

In was Verhalt die Zahlen der Regulæ detri stehen.

§. 4. Zu den Exempeln aber, so nach der Regula detri können gemacht werden, verhält sich die 4te Zahl
u der dritten, wie die andere Zahl zu der ersten, oder:
u der andern, wie die dritte zu der ersten.

Welche

Welche Zahlen in der Regula detri multiplicatores, und welche Divisores sind.

§. 5. Diesemnach sind die andere und dritte Zahl allezeit die Multiplicatores in einem Exempel der Regulæ detri, und die erste Zahl der Divisor, und ist also gleich viel, ob man die dritte Zahl vor die andere, und die andere vor die dritte nimmt, oder: ob man sie in der Ordnung behält, worinn sie gegeben worden. z. E. Wen 6 Ellen kosten 3 thlr, was 15 Ellen, so ist gleich viel, ob man sage, 6 Ellen 3 thlr. = 15 Ellen, oder: 6 Ellen 15 Ellen = 3 thlr.

Vom Facit der Regulæ detri.

§. 6. Folglich erhellet aus den vorhergehenden, daß der vierdte Terminus allezeit die zusuchende Zahl sey, welche, wen sie gefunden, das Facit heisset.

Vom ersten und dritten Terminis.

§ 7. Folglich erhellet hieraus, daß der erste Terminus mit dem dritten in einer solchen beständigen Proportion stehen müsse, daß er mit derselben einerley Benennung seyn müsse, und wo er solches nicht ist, beyde also beschaffen seyn müssen, daß sie zu einer gleichen Benennung können gemacht werden.

Wie das Facit komme.

§. 8. Woraus weiter folget, daß das Facit komme, so man den mittelsten mit dem hintersten multipliciret, und das Product durch die forderste Zahl dividiret.

Von des Facits Benennung.

§. 9. Und endlich, daß die 4te Zahl eben den Nahmen bekomme, welchen die Zahl hat, zu welcher die erste in einem gewissen Verhalte stehet.

§. 10. Hieraus fliesset folgende Regul.

1) Setzet die Zahlen in eine solche Ordnung, daß ihr die Frage-Zahl hinten an die dritte, oder an die andere

Stätte setzet. Die mit derselben an Nahmen, oder: ihrer Natur und Wesen nach überein kommet, setzet forne; die dritte Zahl aber in der mitten, oder: hinten, und unterscheidet sie durch ein Strichlein, oder: Punct.

2) Machet forne und hinten eine Benennung.

3) Wen forne und hinten die Benennung nicht einerley, so machet die forderste und hinterste mit einander zu dergleichen. (§.7.)

4) Mit dem mittelsten multipliciret die hinterste Zahl. (§.8.)

NB. Die kleineste Zahl setzet unter die gröβte, daß es leichter zu multipliciren sey.

NB. 2. Wen mitten, oder: hinten 1 stehet, ist das multipliciren nicht nöthig, denn 1 multipliciret nicht. Num. 8.

5) Das Product dividiret in die forderste Zahl.

NB. 1. Wen forne 1 stehet, ist solches nicht nöthig. (§.5.)

NB. 2. Kann das Product nicht durch die forderste Zahl dividiret werden, so machet es zu einer kleinern Benennung, oder: wo das nicht möglich, setzet es mit der ersten Zahl in einen Bruch.

6) Was kommt ist ein Facit, und den mittlern Nahmen, oder: hintern Nahmen gleich, nachdem man den, der zusuchenden Zahl ähnlichen Terminum mitten, oder: hinten rangiret. (§.9.)

NB. Bestehet das Facit in kleineren Benennungen, so muß man es zu grössern Nahmen durch die Division resolviren.

7) Bleibet in der Division was übrig, so gehöret solches auch zum Facit, und ist deswegen auch dem mittlern Nahmen gleich.

8) Wen solche Zahlen der grössern Benennung sind, so machet sie zu kleinern, und dividiret sie in die förderste Zahl, bis entweder nichts übrig bleibt, oder: die kleineste

Be-

Benennung gefunden. (1, 5, 14.) Folgen einige Exempel diese Regul zu erklären.

Was kostet 1 ℭ Rosinnen, so das ℔ auf 2 ß 2 ₰ zu stehen kommet.

1 ℔ — 2 ß 2 ₰ — 1 ℭ

8 114

18 ₰ 114 ℔

18

912

114

4 (4₰ (4ß

₰ ϕ 5 ₰ | ₰ 5 6 | 7 thlr.

8 8 8 5 6 2052

7 thlr. 4 ß 4 ₰.

Wen 1 ℭ Rosinnen kostet 7 thlr. 4 ß 4 ₰, was kostet 1 ℔.

1 ℭ —— 7 thlr. 4 ß 4 ₰ —— 1 ℔

114 36

114 ℔ 256 ₰

8

2052 ₰

ϕ ₰ (2

₰ ϕ 5 ₰₰ | ₰ 8 ₰ | 2 ß

₰ ₰ 4 4 8

₰ ₰

Hier hat man die Zahl, darnach gefraget worden: 1 ℭ, oder: 1 ℔, hinten gesetzt an die rechte Hand. Die ihr an Wesen gleich, 1 ℔, oder in andern Exempel 1 ℭ stehet also forn an der lincken Seite; die dritte Zahl in der mitten nach der ersten Regul. Nach der andern

Regul sind die 3 Zahlen unter eine Benennung gebracht, und also 2 ℛ 2 ℒ, oder: 7 thlr. 4 ℛ 4 ℒ zu ℒ gebracht. Nach der dritten Regul ist die forderste und hinterste Benennung gleich, und die ℭ zu ℔ gemacht. Nach der vierdten Regul sind im ersten Exempel die mittelste und hinterste Zahlen multipliciret, und 1 ℭ unter 114 gesetzt worden, weil es die geringste und leichteste Zahl ist; im andern Exempel war die Multiplication nicht nöhtig, weil hinten 1 stand. Nach der 5ten Regul ist im andern Exempel das Product 2052 in die forderste Zahl 114 dividiret; im ersten aber war solches nicht nöthig, weil forne 1 stand. Nach der sechsten Regul hat man bey beyderley Quotum als im ersten Exempel 2052, und im andern 18 bey den mittelsten Nahmen ℒ geschrieben, und solche zu ihren grössern Nahmen resolviret, und die vierdte Zahl funden, darin so vielmal der Werth eines ℭ, oder: 1 ℔ enthalten, als vielmal der Werth eines ℔, oder: ℭ in der andern Zahl enthalten war.

§. 11. **Diese gemeine Art ein** Exempel **in der** Regula detri **zu verfertigen, ist nicht gäntzlich zu verwerffen**; weil sie theils das Fundament aller übrigen Arten, theils manche Exempel **mit** Vortheil nach derselben gemacht werden, und sie auch den Vortheil hat, daß die Jugend im Multipliciren und Dividiren geübet werde; weil endlich alle Exempla der Regula detri die einen untheilbaren Divisorem haben, zu bequemesten dadurch können verfertiget werden.

§. 12. **Es können aber indessen bey** besondern Exempeln **auch einige** Vortheile **angebracht werden.** So ist nemlich nach der andern Regul nicht nöthig, daß alle 3 Termini, wenn sie aus vielen Benennungen bestehen, unter einen Nahmen gebracht werden, so man den hintersten Terminum unter eine Benennung gebracht; so multipliciret man das Product

mit

mit der Zahl des gröſſern Nahmens, und führet die Zahlen der kleinern Benennung in dasselbe, nach Anweisung (1,4,16,) und dividiret das Product in die forderste Zahl. z. E. Wen 13 ℔ kosten 26 thlr. 16 ß, was kosten 676 ℔, so stehet das Exempel also:

13 ℔—26 thlr. 16 ß—676 ℔, so multipliciret man 676 mit 26 thlr, ist 17576 thlr.

Ferner ist 12 ß der dritte Theil von Thaler — — 225 thlr. 24 ß, endlich 4 ß der dritte Theil von 12 ß. — —

75 thlr. 4 ß addiret, thut

17876 thlr. 16 ß

solche dividiret 4961

in die forderste Zahl 13)————

1375 thlr.

————(36

52 ß

13)————

4 ß

Ist also das Facit von dieser Aufgabe 1375 thlr. 4 ß.

§. 13. Es ist auch nicht allezeit nöthig, daß man die förderste und hinterste Benennung nach der dritten Regul gleich mache, was daher vor ein Vortheil entstehet, davon wollen wir unten handeln.

§. 14. Wen man nach der vierdten Regul das mittlere mit dem hinteren multipliciren, und das Product durchs fordere dividiren soll; so wird in

den

den Proportions-Exempel gezeiget werden, wie man dabey einen Vortheil haben könne.

Gemeine Reguln zu der Regula detri.

§. 15. Kürtzlich von der Sache zu reden, so hat Hr. Mich. Poetius in seiner Abhandlung der Arithm. §. 709. sqq. p. 382. sq. 4 Grund-Reguln an die Hand gegeben, wornach die Exempla der Regulæ detri am bequemsten zu verfertigen. Man kann nemlich: erstlich den dritten Terminum mit dem Exponenten dividiren, oder: (2) so der Exponente ein mühsamer Bruch und der Denominator eine leichtere Zahl, die dritte Zahl damit multipliciren; oder: so auch (3) der Nahme der Verhältniß schwer lautet, den andern mit dem Quoto aus dem dritten in den ersten dividiren; wenn endlich (4) der Quot des ersten in den dritten schwer fallen sollte, so multipliciret man den andern und dritten mit einander, und dividiret das Product in die forderste Zahl. Wie diese Reguln mit Vortheil zu appliciren, solches wird aus folgenden erhellen.

Unterschiedliche Arten der Exempel in der Regula detri.

§. 16. Denn weil man in der Regula detri (1) von der Beschaffenheit eines einzelnen Dinges auf die Beschaffenheit vieler dergleichen Dinge; (2) von der Beschaffenheit vieler Dinge auf die Beschaffenheit eines eizelnen Dinges derselben Art; und (3) von der Beschaffenheit vieler Dinge auf die Beschaffenheit vieler andern mit den ersten homogenischen Dinge schliesset, so sind die Exempla der Regulæ detri dreyerley Art; die von der ersten Art nennet man Multiplications; die andere Divisions; und die dritten proportions Exempla. Von jeglichen derselben wollen wir in einen besondern Capite handeln.

CA-

CAPUT III.

Von Multiplications - Exempeln in der Regula detri directa simplici.

Welche Multiplications-Exempla genannt werden.

§. 1. Wen von der Beschaffenheit eines eintzeln Dinges auf die Beschaffenheit vieler Dinge, von eben derselben Art geschlossen wird, so nennet man dergleichen Exempla, Multiplications-Exempla. Denn weil die erste gegebene Zahl der Divisor in den Exempeln der Regulæ detri, (2,5,) und aber 1 eine andere Zahl nicht dividiret, (1,2,2,41,) so folget, daß dergleichen Exempla ihr Facit geben, wen man den mittlern Terminum mit den hintern multipliciret. Und da solche Exempla allein durch die Multiplication verfertiget werden, nennet man sie Multiplications - Exempla.

Was vor Fälle dabey vorkommen.

§. 2. Es ist aber die Benennung des ersten Termini von dessen eintzelnen Beschaffenheit auf viele geschlossen wird, entweder der kleinesten Benennung, oder: der grössern Benennung des dritten Termini gleich. Daher sind in den Multiplications-Exempeln zwey Fälle zu beobachten. Der erste Fall ist, wen die Benennung des fordersten Termini der kleinesten Benennung gleich, oder: kleiner ist, als die Benennung des hintern Termini. Der andere, wen die Benennung des fordersten Termini der grösten Benennung des hintern Termini gleich ist.

Nach welcher Regul diese Exempel verfertiget werden.

§. 3. Indem aber das Verhältniß zwischen 1 und einer grössern Zahl majoris inæqualitatis ist, so ist der Exponente und Denominator gleich, und werden dergleichen

gleichen Exempla nach der andern Grund-Regul des (3.§.14.) verfertiget.

Reguln zu dem ersten Falle.

§.4. Und wen demnach die Benennung des forderſten Termini der kleineſten Benennung gleich, oder: kleiner als dieſelbe, ſo bringet (1) die hinterſte Zahl zu einer der forderſten gleichen Benennung. (2) Multipliciret das Product mit der mittelſten Zahl auf die bequemſte Weiſe, als ſolches geſchehen kann, nach den in benahmten Zahlen angegebenen Reguln. z.E. Wen 1 ℔ Canarien-Zucker koſtet 8 ß 4 ₰, wie hoch kommet 1 ℭ 56 ℔, ſo ſtehet das Exempel alſo:

1 ℔ — 8 ß 4 ₰ — 1 ℭ 56 ℔, ſo findet ſich, daß der Nahme des erſten Termini ℔ gleich ſey dem kleineſten des hintern Termini, daher machet man 1 ℭ 56 ℔ zu ℔, iſt 170 ℔, und multipliciret ſolche mit 8 ß 4 ₰.

NB. Es kan dieſe Multiplication am füglichſten geſchehen nach des zweyten Abſchnittes erſterer Eintheilung, (§.16.) und kann auf ſo mancherley Art verändert werden, als man 8 ß 4 ₰ auf einen thlr. füglich einrichten kann, wovon folgende Operationes zeugen:

1 ℔ — 8 ß 4 ₰ —— 170 ℔

$\frac{1}{8}$)	9 ß	— ——	42 thlr. 18 ß
$\frac{1}{9}$)	1 ß	— ——	4 thlr. 26 ß
÷ $\frac{1}{2}$)	4 ₰	——	2 thlr. 13 ß
Facit	8 ß 4 ₰	——	40 thlr. 5 ß.

1 ℔ — 8 ß 4 ₰ —— 170 ℔

$\frac{1}{6}$)	6 ß	— ——	28 thlr. 12 ß
$\frac{1}{3}$)	2 ß	— ——	9 thlr. 16 ß
$\frac{1}{4}$)	4 ₰	——	2 thlr. 13 ß
Facit	8 ß 4 ₰	——	40 thlr. 5 ß

1 ℔

1 ℔ — 8 ß 4 ₰ —— 170 ℔

1/9) 4 ß — —— 18 thlr. 32 ß

8 ß — —— 37 thlr. 28 ß
1/8 4 ₰ —— 2 : 13 :

Facit 8 gr. 4 ₰ —— 40 thlr. 5 gr.

Anderst kann man 8 gr. 4 ₰ nicht bequem aus 1 thlr. nehmen; darum sind nicht mehrere Arten auf die Weise, die mittelste Zahl in die hinterste einzuführen. Oder: man führet die hinterste Zahl in die mittelste auf die bequemste Weise, als solches geschehen kann. Wir wollen es nach allen in der Multiplication angegebenen Regeln versuchen; wie es nach der gemeinesten Art geschehe, solches ist oben schon gezeiget; derowegen kann solches durch Zerfällung, oder: Zerstreuung der hintersten Zahl geschehen. Und da 170 keine in lauter Partes von einzelnen Zahlen theilbare Zahl ist, so nimmet man eine kleinere 168, so theilbar in 8, 7, 3 und 1, stehet das Exempel also:

1 ℔ — 8 gr. 4 ₰ — 170 ℔

1 thlr. 32 gr. –₰ — 8 ℔ (8

13 thlr. 8 gr. –₰ — 56 ℔ (3

39 thlr. 24 gr. –₰ — 168 ℔
thlr. 17 gr. –₰ — †2 ℔

Facit 40 thlr. 5 gr. — — 170 ℔ (4

Oder:

Oder:

1 ℔ — 8 gr. 4 ₰ — 170 ℔

2 thlr. 4 gr. 4 ₰ — 9 ℔

(9

19 thlr 4 gr. 4 ₰ — 81 ℔

(2

38 thlr. 9 gr. — — 162 ℔
1 thlr. 32 gr. — — 8 ℔

40 thlr. 5 gr. — — 170 ℔

Oder:

1 ℔ — 8 gr. 4 ₰ — 170 ℔

2 thlr. 13 gr. — — 10 ℔

(8

18 thlr. 32 gr. — — 80 ℔

(2

37 thlr. 28 gr. — — 160 ℔
2 thlr. 13 gr. — — 10 ℔

40 thlr. 5 gr. — — 170 ℔

Oder: eine grössere Zahl 175 so theilbar ist in 7, 5, 5, und stehet das Exempel also:

1 ℔ – 8 gr. 4 ₰ — 170 ℔

1 thlr. 23 gr. 4 ₰ — 7 ℔

(5

8 thlr. 9 gr. 4 ₰ — — 35 ℔

(5

41 thlr. 11 gr. 4 ₰ — — 175 ℔
1 : 6 : 4 : — — 5 ℔

40 thlr. 5 gr. — — — 170 ℔ facit.

1 ℔

1 ℔ — 8 ß 4 ₰ — 170 ℔

2 thlr. 13 ß — — 10 ℔

(9

21 thlr. 9 ß — — 90 ℔

(2

42 thlr. 18 ß — — 180 ℔
–2 thlr. 13 ß — — –10 ℔

40 thlr. 5 ß — — 170 ℔

Oder: durch Zerstreuung.

1 ℔ — 8 ß 4 ₰ — 170 ℔

2 thlr. 13 ß — — 10 ist 10 mal
4 : 26 : — — 20 ist 2 mal 10
33 : 2 : — — 140 ist 7 mal 20

40 thlr. 5 ß — — 170 ℔

Oder:

1 ℔ — 8 ß 4 ₰ — 170 ℔

2 thlr. 13 ß — — 10 ℔ ist 10 mal
16 thlr. 19 ß — — 70 : ist 7 mal 10
21 thlr. 9 ß — — 90 : ist 9 mal 10

40 thlr. 5 ß — — 170 ℔

1 ℔ — 8 ß 4 ₰ — 170 ℔

2 thlr. 13 ß –₰ — 10 10 mal
2 thlr. 13 ß –₰ — 10 (1 mal
11 thlr. 29 ß — — 50 (5 mal
23 thlr. 22 ß — — 100 (2 mal

40 thlr. 5 ß — — 170 ℔

Oder: weil auch die zusuchende Zahl ihren Nahmen von der kleinesten mittlern Benennung bekommet; so kann man für die hintere Zahl so viel ℔ rechnen, als sie beträget, so bringet man die mittlere Zahl unter eine Benennung, und kann das Exempel auf mancherley Weise verfertiget werden, als die gegebene dritte Zahl in die grössere, als 1 thlr, oder: 1 ℌ bequem eingerichtet werden kann, wie aus folgenden Proben zu ersehen.

Wen man die Theile der Pfennige auf 1 thlr. nimmt, so kann das Exempel auf folgende Weise gemacht werden.

1 ℔ — 8 ℌ 4 ℔ — 170 ℔

68 ℔ (8

34 thlr. — 144 ℔ (½ thlr.
5 : 24 24 (1/6
— : 24 : — 4 (1/6
— : 17 : — 2 (½

40 thlr. 5 ℌ — 170 ℔

1 ℔ — 68 — 170 ℔

22 thlr 24 ℌ — 96 ℔ (⅓ thlr.
11 : 12 : — 48 (2
3 : 28 : — 16 (⅓
1 : 32 : — 8 (½
— : 17 : — 2 (¼

40 thlr. 5 ℌ — 170 ℔

1 ℔ — 68 ℔ — 170 ℔

17 thlr. — 72 ℔ (¼

34 thlr. — 144 ℔ (2
4 thlr. 9 gr. — 18 (1/8
1 thlr. 32 gr. — 8 (1/9

40 thlr. 5 gr. — 170 ℔

1 ℔	—	68 ß	—	170 ℔
11 thlr	12 ßℓ	—	48 ß	($\frac{1}{6}$ thlr.
34 thlr.	— ßℓ	—	144 ß	(3
4 :	9 :	—	18	($\frac{1}{8}$
1 :	32 :	—	8	($\frac{1}{6}$
40 thlr.	5 ßℓ	—	170 ℔	

1 ℔	—	68 ß	—	170 ℔
8 thlr.	18 ßℓ	—	36 ß	($\frac{1}{8}$ thlr.
25 thlr.	18 ßℓ	—	108 ß	(3
12 thlr.	27 ßℓ	—	54	($\frac{1}{2}$
	34 ßℓ	—	4	($\frac{1}{9}$
	34 ßℓ		4	
40 thlr.	5 ßℓ	—	170	℔

1 ℔	—	68 ß	—	170 ℔
7 thlr.	20 ßℓ	—	32 ß	($\frac{1}{9}$ thlr.
37 thlr.	28 ßℓ	—	160 ß	(5
4	7 ℔	—	7 ℔	($\frac{1}{8}$
2 :	13	—	10	($\frac{1}{2}$
40 thlr.	5 ßℓ	—	170	℔

Oder man richtet die Pfenninge auf einen gr. ein, so sind in der Mitte 68 gr. = 1 thlr. 32 gr. und das Exempel wie folget:

1 ℔	—	1 thlr. 32 ßℓ	—	170 ℔
		18 thlr. 32 ßℓ	—	80 ß ist 10 ßℓ
				(2
		37 thlr. 28 ßℓ	—	160 ß
		2 : 13 —	—	10 ($\frac{1}{8}$
		40 thlr. 5 ßℓ	—	170 ℔

1 ℔ — 1 thlr. 32 ß — 170 ℔

72 ℔ sind 9 gr.

ist oben schon berechnet.

1 ℔ — 1 thlr. 32 ß — 170 ℔

15 thlr. 4 ß — 64 ℔ (8 ß

(2

30 thlr. 8 ß — 128 ℔
7 thlr. 20 ß — 32 (¼
1 thlr. 32 ß — 8 (¼
— — 17 ß — 2 (¼

40 thlr. 5 ß — 170 ℔

1 ℔ — 1 thlr. 32 gr. — 170 ℔

13 thlr. 8 gr. — 56 ℔ (7 gr.

(3

39 thlr. 24 gr. — 168 ℔
— — 17 : — 2 ℔ (¼ gr.

40 thlr. 5 gr. — 170 ℔

1 ℔ — 1 thlr. 32 gr. — 170 ℔

48 ist 6 gr.

ist oben berechnet

1 ℔ — 1 thlr. 32 gr. — 170 ℔

9 thlr. 16 gr. — 40 ℔ ist 5 gr.

(4

37 thlr. 28 gr. — 160 ℔
2 thlr. 13 gr. — 10 ℔ (¼

40 thlr. 4 gr. — 170 ℔

1 ℔ — 1 thlr. 32 gr. — 170 ℔

32 ist oben berechnet.

1 ℔

1 ℔ — 1 thlr. 32 gr. — 170 ℔

5 thlr. 24 gr. — 24 ℔ ist 3 gr.

(5

28 thlr. 12 gr. — 120 ℔
9 thlr. 16 gr. — 40 ℔ (1/3
2 thlr. 13 gr. — 10 ℔ (1/4

40 thlr. 5 gr. — 170

1 ℔ — 1 thlr. 32 gr. — 170 ℔

3 thlr. 28 gr. — 16 ℔ sind 2 gr.

37 thlr. 28 gr. — 160 ℔
1 thlr. 32 gr. — 8 ℔ ist 1 gr.
— : 17 : — 2 ℔

40 thlr. 5 gr. — 170 ℔

1 ℔ — 1 thlr. 32 gr. — 170 ℔

1 thlr. 32 gr. — 8 ℔ ist 1 gr.

(10

18 thlr. 32 gr. — 80 ℔
18 thlr. 32 gr. — 80
2 : 13 gr. — 10 (1/8

40 thlr. 5 gr. — 170 ℔

1 ℔ — 1 thlr. 32 gr. — 170 ℔

— thlr. 34 gr. — 4 ℔ (1/2 gr.

(10

9 thlr. 16 gr. — 40 ℔

(14

37 thlr. 28 gr. — 160 ℔
2 thlr. 13 gr. — 10 (1/4

40 thlr. 5 gr. — 170 ℔

1 ℔	—	1 thlr. 32 gr.	—	170 ℔
	—	: 17 :	—	2 ß (¼ gr.
	—	: 17 :	—	2 ß]
	1	: 15 :	—	6 ß} 3mal 2ß
	2	: 13 :	—	10] 5 mal 2ß
	11	: 29 :	—	50, 5 mal 10 ß
	23	: 22 :	—	100, 2 mal 50 ß
	40 thlr.	5 gr.	—	170

1 ℔	—	1 thlr. 32 gr.	—	170 ℔
		8 gr. 4 ß	—	1 ß (⅛ gr.
		25 gr. 4 ß	—	3 ist 3 mal
		1 thlr. 15 gr.	—	6 ist 2 mal 3
		2 thlr. 13 gr.	—	10 ist 10 mal 1
		11 : 29 :	—	50 ist 5 mal 10
		23 : 22 :	—	100 ist 2 mal 50
		4 thlr. 5 gr.	—	179 ℔

Oder: man richtet die Multiplication ein nach der Multiplication composée a la moderne des Claire combe, so stehet das Exempel also:

1 ℔	—	8 gr. 4 ß	—	170 ℔
		16 thlr. 19 gr.	—	70 ℔
		23 thlr. 22 gr.	—	100
		40 thlr. 5 gr.	—	170 ℔

Memoire	
gr.	ß
3:	4
23:	—
8:	4
13:	—

Oder: wen 1 ℔ kostet 13 thlr. 12 gr. und die Frage von 695 ℔, so kann das Exempel nach dem §. 19. des Capitis von der Multiplication in benahmten Zahlen verfertiget werden. Sintemal 13 thlr. 12 gr. der 3te Theil

aus

aus 40; darum multipliciret die hinterste Zahl 695 mit 40, und dividiret das Product in 3, so habt ihr die begehrte Zahl. Stehet also:

1 ℔ — 13 thlr. 12 gr. — 695 ℔

(40

27800

3)

9266 thlr. 24 gr.

Oder: wen 1 ℔ kostet 17 thlr. 4 gr. 4 ₰, und die Frage ist nach 125 ℔; so ist 125 ℔ der 8te Theil aus einem Numero simplici: 1000; daher multipliciret nach dem 20ten §. des gedachtn Capitis 17 thlr. 4 gr. 4 ₰ mit 1000, und dividiret das Product in 8, so hat man die begehrte Zahl. Stehet also:

1 ℔ — 17 thlr. 4 gr. 4 ₰ — 125 ℔

17125 thlr. — — 1000 ℔

8)

2140 thlr. 22 gr. 4 ₰.

Oder: wen 1 ℔ kostet 13 thlr. 12 gr. und die Frage nach 695 ℔, so ist 695 nahe 700, oder: = 700–5; darum multipliciret mit 700 die mittelste Zahl 13 thlr. 12 gr, und ziehet von dem Product ab 5 mal 13 thlr. 12 gr. Stehet also:

1 ℔ — 13 thlr. 12 gr. — 695

9333 thlr. 12 gr. — 700

÷66 thlr. 24 gr. — ÷5

9266 thlr. 24 gr. — 695

Oder: so man die mittlere Zahl auch zu einer Benennung machen will, alsdenn können alle Vortheile hier

angebracht werden, so in multipliciren von unbenahmten Zahlen an die Hand gegeben.

Oder: so endlich die mittlere Zahl eine von einer kleinern Sorte, und die Zahl der grössern Sorte von der gegebenen kleinern Sorte ein Numers compositus mit der hintern Zahl; alsden suchet man die Numeros primos von den beyden Zahlen, und multipliciret mit dem Numero primo der hintern Zahl die mittlere Zahl, und das Product dividiret man in den Numerum primum der Zahl, so zum Wehrte der grössern gesetzet. z.E. Wen 1℔ kostet 8 ßℓ 4 ℔, und die Frage ist nach 162 ℔, so sind 36 und 162 Numeri compositi inter se; darum suchet die Numeros primos von 36 und 162, ist 2 und 9; darum multipliciret $8\frac{1}{2}$ ßℓ mit 9, ist $76\frac{1}{2}$, solche dividiret in 2, ist $38\frac{1}{4}$ thlr. Oder: 38 thlr. 9 gr. Denn 1 ℔: 162 ℔ = (8 ßℓ 4 ℔: 36): 8 ßℓ 4 ℔. 162 ℔, oder: (1 ℔ 8 ßℓ 4 ℔: 36) = 162 ℔: 8 ßℓ 4 ℔. (2. §. 8.) Nun ist 36: 162 = 2: 9 (2,6,21); darum ist (8 ßℓ 4 ℔: 2). 9 = (8 ßℓ 4 ℔: 36.). 126 (1.2.2.8.)

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) Was kosten 58 Ellen Drapd'or, als 1 Ell gekaufft wird vor 12 thlr. Fac, 696 thlr.

2) 1 ℓ 38 thlr. was 184 ℓ? fac. 6992 thlr.

3) 1 Last Hering 54 thlr. was 73 Last? fac. 3942 thlr.

4) Vor 1 thlr. 22 ℔ Reiß, wie viel 364 thlr. fac. 8008 ℔.

5) Vor 1 ſk 16 Schock Pflaumen, wie viel vor 29 ſk? fac. Schock 464.

6) 1 Quentin Gold um 2 thlr. was kosten 7 ℔ 13 Lt. fac. 1000 thlr.

7) 1 Schl. Hopfen 9 ſk, was 23 Schl. fac. 207 ſk.

8) 1 Quartier Breyhan um 5 ℔, was 1 Tonne? fac. 2 thlr. 28 ßℓ.

9) 1 ℔ Buchweitzen Grütze 7 ℔, was 9 ℓ 17 ℔? fac. thlr. 25 12 ßℓ 5 ℔.

10) Vor

10) Vor 1 ℔ 2 Lt. schwartzen Pfeffer, wie viel um 13 ß 4 ɡ 7 ℔? fac. 1 ℭ 18 ℔ 14 Lt.

11) 1 ℔ 6 Bogen Lösch Papier, wie viel um 24 thlr. 6 ɡ 4 ℔ ? fac. 8 Ballen 7 Rieß 1 Buch.

12) 1 ℔ Zucker 7 gr, was 27 ℔? fac. 5 thlr. 9 ɡ–℔.

13) 1 Hbt. Rocken 23 ɡ, was 1 Wl. fac. 25 thlr. 20 ɡ–℔.

14) Vor 1 thlr. 7 ℔ Flachs, wie viel vor 36 thlr. fac. 25 Stein 2 ℔.

15) Vor 1 ß 6 Ellen Leinewand, wie viel vor 28 1 ß? fac. 84 Stiege 6 Ellen.

16) Vor 1 Hbt. Rocken 11 ggr. wie viel vor 7 Wl. 3 Schl. 6 Hbt. fac. 144 thlr. 20 ggr.

17) 1 ℔ Kupfer zu 9 ggr. wie viel vor 3 ℔ 1 ℭ ÷ 16 ℔? fac. 351 thlr. 18 ggr.

18) 1 Loth Silber 15 ggr. wie viel vor 3 ℔ 11 Loth? fac. 36 thlr. 21 ggr.

19) 7 Eyer 1 ggr. wie viel vor 6 thlr. ÷ 4 ggr. f. 16 Schock 20 Eyer.

20) 1 Buch Papier 3 ggr. wie viel 5 Ballen 6 Rieß 4 Buch? fac. 140 thr. 12 ggr.

21) Von einen Morgen Landes 9 Hbt. Rocken, wie viel von 15 Hufen, 6 Morgen, die Hufe zu 30 Morgen. fac. 102 Wl. 24 Hbt.

22) Das ℔ Zinn zu 7 ggr. wie viel 9 ℭ 17 ℔? fac. 303 thl 22 ggr.

23) 1 Lopf Garn zu 2 ɡ 5 ℔, was 17 Bund 15 Löpfe? fac. 25 thlr. 31 ɡ 7 ℔.

24) 1 Quartier Rein-Wein zu 22 ɡ 4 ℔, was 3 Ahm 16 Stüb. 2 Quart. 341 thlr. 9 gr.

25) Um 1 thlr. 1 Schl. ÷ 1 Hbt. Gibs, was vor 35 thlr. fac. 31 Schl. 5 Hbt.

26) 1 ß vor 2 ℔ 3 Pf. Wolle, wie viel vor 121 ß? fac. Stein 30; 2. 3.

554 CAPUT III. Von Multiplicications-Exempeln

27) 1 Tonne Hering vor 4 thlr. 16 gr. was 27 Last 4 Tonnen? fac. 1457 thlr. 28 gr.

28) 1 Ochsenhaut 8 ℔ 14 gr. 6 ₰, was 3 Zimmer, 2 Decher, 4 St? fac. 1258 ℔ 4 gr.

29) Um 1 thlr. 5 ℔ 6 Lt. 3 Quent. weissen Candis-Zucker, wie viel um 158 thlr. fac. 7 ℭ 25 ℔ 10 Lt. 2 ₰.

30) Um 1 fl 2 St. 2 Quart. doppelte Numme, wie viel um 146 ℔? facit 3 Faß 41 Stüb.

31) Wie viel Eyer kann eine Frau um 1 thlr. einkauffen, wenn sie 7 Stl. um 1 gr. bekömt? fac. 4 Schl. 12 Stck.

32) Das Pfund Karpen 3 gr. 4 ₰, was kostet 17 ℭ 15 ℔? facit 189 thlr. 31 gr. 4 ₰.

33) Ein Topf mit Schweine Schmaltz wieget 43 ℔, und der Topf 7 ℔, das ℔ 4 gr. ÷ 6 ₰, was kosts? fac. 3 thlr. 9 gr.—₰

34) Ein Hauß-Vater hat zur Feuerung auf ein Jahr lang eingekauffet 11 Klaffter Holtz, das Klaffter zu 2 thlr. 29 gr. 4 ₰, Licent von jeder Klaffter 4 mgr. noch 13 Schock Waasen, à Schock 31 gr. 4 ₰, 51 Säcke Kohlen, den Sack 1 gr. 3 ₰, was gestehet ihnen dasselbe? fac. 45 thlr. 20 gr. 1 ₰.

35) Zu einem bereiteten Bette werden gekaufft, zum Ober-Bette und 4 Haupt-Küssen 22 Ellen Parchen, die Elle zu 24 gr. zum Unter-Bette Pfhülen, Bolten, Drell 30 Ellen, die Elle zu 18 gr. 4 ₰, 11 ℔ Federn, das ℔ 10 gr. 2 ₰, Macher-Lohn und andere Kosten 2 thlr. was bringts? fac. 55 thlr. 5 gr. 2 ₰.

36) Ein Braunschweigischer Brauer brauet von einem grossen Kumpen 8 Faß Breyhan, verkaufft das Quartier zu 5 ₰, aus dem Geste löset er 27 gr. an Sey hat er 16 Kiepen, die Kiepe zu 4 gr. hingegen hat er Korn dazu gethan 1 Wl. 8 Hbt. à, Hbt. 15 gr. verbrennet 60 Klüffte, der Klufft zu 6 ₰, 2 Schock Wasen, à Schock 30 gr.

30 gr. gibt auf dem Pack-Hause 12 thlr. den Braumeister und andere Neben-Kosten 1 thlr. was ist sein Provit? fac. 26 thlr. 22 gr.

37) Zur Mastung kauffet einer 3 Schweine, kostet ein iegliches mager 4 thlr. 11 gr. kauffet dazu Gersten 4 Schl. 5 Hbt. den Hbt. 13 gr. 4 ₰, gelbe Rüben 8 Ruhten, die Ruhte 12 gr. dieselbe herein zu fahren und aufzuwühlen, 16 gr. zu Schlachten vor jedes Stück, 4 gr. 4 ₰ vor Accise vor jedes Stück, auf dem Pack-Hause 18 gr. Hingegen bekömt er an Flumen und Wurst, Schmaltz 55 ℔, à ℔ 3 gr. 4 ₰, an gahren Würsten 76 ℔, à ℔ 3 gr. 6 ₰ vor Sültze, Schwerrichen, und dergleichen gegen Abgang der Feuerung 1 thlr. 6 gr. Was kommen die Schweine im hacken rein zu stehen? facit 20 thlr. 12 gr. 4 ₰.

Der andere Fall der Multiplications-Exempel.

§. 3. Der andere Fall der Multiplications-Exempel ist, wenn der forderſten Zahl Benennung grösser ist, als die kleineste Benennnng der hintersten Zahl, und da gilt folgende Regul.

1) Nehmet die Zahl der grössern Benennung, die der forderſten gleich ist, so offt in die forderste Zahl, wie der Nahme ihres Verhalts es zuläst.

2) Mit dem Nahmen ihres Verhalts multipliciret die mittelste Zahl.

3) Die kleineste Benennung zerstreuet in den Gehalt der grössern Zahl, und mit dem Nahmen des Verhalts dividiret das Product der Zahl, gegen welche ihr sie verglichen.

4) Addiret alle Theile zusammen, so kommt die gesuchte Zahl. Zum Exempel: Einer kaufft 19 ℭ 9 ℔ 2 Vl. den ℭ zu 27 thlr. 24 gr. was kostets. Stehet also:

1 ℭ

1 ℔ — 27 thlr. 24 gr. — 19 ℔ 9 ß 2 Bl.

27 thlr. 14 gr. — 1 ℔
166 thlr. — gr. — 6 ℔ ist 6 mal 1
332 thlr. — gr. — 12 ℔ ist 2 mal 6
4 thlr. 22 gr. ——— 1 ß (6
2 thlr. 11 gr. ——— 9 ß 2 Bl (½)

527 thlr. 35 gr. — 19 ℔ 9 ß 2 Bl.

Man hat erst den ℔ nach der forderſten Zahl eingetheilet durch die Zerſtreuung, und damit die mittelſte Zahl multipliciret nach der erſten und andern Regul. Man hat hernach die kleineſte Benennung zerſtreuet, und ſie genommen in den Werth der gröſſern Benennung mit dem Nahmen des Verhalts, welches hier der 6te Theil aus 1 ℔ war; darum das Product von ein ℔ in 6 dividiret, und weil ſolches nur eine Zwiſchen-Zahl, hat man ſie durchgeſtrichen, und ihre Helffte zu der andern Summa gerechnet, und alſo die Zahl gefunden, wornach gefraget.

§. 4. Daß man ſonſt für zuträglich hält, dieſer Art Exempel nach der Weiſe der proportion-Exempel auszurechnen, weil nemlich ſolches leichter ſey, und die Jugend deſto geſchwinder damit zu recht kommen könne; ſolches will man in Praxi gefunden haben. Ich ſehe aber nicht wie es ſchwerer hergehe, wen man die Theile der geringern Benennung hinten aus dem Wehrte der gröſſern Benennung nimt, als wen man ſelbe von der mitten hernehmen muß; wen man zumal ſich von der Zerſtreuung der Theile der kleinern Benennung in den Werth der gröſſern einen Tarif gemacht, wie oben angewieſen; da doch der andere Proceſs nach der gegebenen Vorſchrifft viel weitläuffiger, und von der gemeinen Art faſt

fast gar nicht unterschieden, wie aus folgenden Exempel erhellet. Kauffe 71 ℔ 2 ℔ 12 ℔ zu 76 ₰ 6 ß 8 ₰, das ℔, was beläufft's? Dieses Exempel hat man also gerechnet, daß man die erste und hinterste Zahl zu einer, und zwar der kleinesten Benennung bracht, darauf die hinterste Zahl mit 76 ₰ 6 ß 8 ₰ multiplicirt, und solche durch die forderste Zahl 280 dividiret. Stehet also:

1 ℔ — 76 ₰ 6 ß 8 ₰ — 71 ℔ 2 ℔ 12 ℔

280 ℔ | 4 ß | ¼ ₰ | 20

28) 1φ ℔ | 2 ß | ½ | 1422

8 ₰ (⅓ | 5688

12

1992φ ℔

mit 76

11952

13944

498 vor 4 ß

249 – 2 ß

83 – 8 ₰.

152222

(7)

21746

(4)

5436½ ₰ 8 ß

Oder:

Oder also:

1 ℔ — 76 ₰ 6 ß 8 ₰ — 71 ℔ 2 ℒ℔ 12 ℔

20

280 ℔ 1422 mit 14

5688

12

280 ℔ — 76 ₰ 6 ß 8 ₰ — 19920

7) 40 ℔ — — 10 ₰ 14 ß 8 ₰

4) 1 ℔ — — 2 ₰ 11 ß 8 ₰

2 ₰ — 3984 ₰
8 ß — 996 ₰
2 ß — 249 ₰
1 ß — 124 ₰ 8 ß
8 ₰ — 83 ₰

2 ₰ 11 ß 8 ₰ — 5436 ₰ 8 ß

Durch die Multiplication rechnet man solches mit weniger Mühe viel näher, und bedarff nicht mehr Kopf brechens. Denn wie man die Theile der ß aus dem Werth der ₰ genommen, also nimt man die Theile der ℒ℔ aus dem ℔. Stehet also:

1 ℔ — 76 ₰ 6 ß 8 ₰ — 71 ℔ 2 ℒ℔ 12 ℔

76 ₰ 6 ß 8 ₰ — 1 ℔ (1
764 ₰ 2 ß 8 ₰ — 10 (10
4585 ₰ — — — 60 (6
10 — 14 — 8 — ℔ 2 ℒ℔ 12 ℔ (7

5436 ₰ 8 ß — ₰ 71 ℔ 2 ℒ℔ 12 ℔

Die Schwürigkeit, so sich bey Ausrechnung dieser Exempel finden mögte, würde etwun diese seyn, daß man

man sofort nicht absehen könnte, was die kleinern Sorten für ein Theil aus den grössern Sorten. Solche aber wird gehoben, wenn man sich auf eben angeführte Weise von den gegebenen kleinen und grössern Sorten einen Tarif machet, und die Zahl der kleinern Sorten unter denselben suchet, oder: die kleinern Sorten zu den grössern in einen Bruch setzet, wie hier. z. E. 2 ℔ 12 ß = $\frac{1}{7}$ ß seyn wird.

NB. Was wir dieserwegen erinnert, ist nicht aus Tadelsucht, oder: jemand zu widersprechen, geschehen, sondern denen das Maul zu stopffen, welche hiesiges Ortes Information beschuldigen wollen, als ob in derselben nicht eine so bequeme und kurtze Anweisung in rechnen gezeiget werde, wie anderer Orten, und mögen selbige durch dieses vorgestellte Exempel thätig widerleget seyn.

Sonst kann man auch dieses Exempel also berechnen, daß man (1) die hintere Zahl der grössern Sorte in die mittelste eingeführet. (2) So in der Mitten nebst der grössern Sorte noch einige kleinere vorhanden, solche zu der grössern in einen Bruch setzet. (3) Die hintern kleinern Sorten insonderheit zu einer der kleinesten Benennung reduciret, damit den einfachen Gehalt der grössern Sorte multipliciret, (4) das Product gegen den einfachen Gehalt der forderstен grössern Sorte hält, und so es Numeri compositi sind, davon die primos inter se suchet, und mit dem primo der mittlern Zahl multipliciret, und das Product in dem primo der fordern dividiret. Das Quot von den kleinern Nahme benennet, nach dessen Gehalt man den mittlern gössern Nahmen berechnet. z. E.

1 ℔ — 76 ℔ 6 ß 8 ℔ — 71 ℔ 2 L℔ 12 ℔

76 ℔ 6 ß 8 ℔ — 1
764 ℔ 2 : 8 — — 10
4585 : : ——— 60

5425 ℔ 9 ß 4 ℔ — 71

Ferner ist 1 ℔ = 280 ℔, und 1 ℔ = 16 ß, solche 16 ßl. mit 2 L℔ 12 ℔, das ist: 40 ℔ multipliciret, ist 640; darum hält man 280 gegen 640 sind die primi inter se 7 und 16; darum setzet 6 ß 8 ℔ zu 76 ℔ in einem Bruch, ist $76\frac{5}{12}$ ℔, solche mit 16 multipliciret, ist $1222\frac{2}{3}$. Dieses Product in 7 dividiret, ist $174\frac{2}{3}$ ß, dis ist 10 ℔ 14 ßl. 8 ℔. Diese zu 5425 ℔ 9 ß 4 ℔ addiret, kommet 5436 ℔ 8 ß das begehrte facit.

§. 5. Oder man setzet die hintern kleinern Sorten zu der grössern in einen Bruch, und benennet deren Zahl nach den Nahmen der mittlern grössern Sorte, so bekommet man das facit, wen man die mittlere Zahl in die hintere einführet, wie bey der ersten Art der Multiplications-Exempel. z. E.

1 ℔ — 76 ℔ 6 ß 8 ℔ — 71 ℔ 2 L℔ 12 ℔
das ist $71\frac{1}{7}$ ℔

70 ℔	—	4980 ℔	(28
5 ℔	—	$355\frac{5}{7}$	20
1 ℔	—	$71\frac{1}{7}$:	4
4 ßl.	—	$17\frac{11}{14}$	22
2 ßl.	—	$8\frac{25}{28}$	25
8 ℔	—	$2\frac{27}{28}$	27

76 ℔ 6 ßl. 8 ℔ — $5436\frac{14}{28}$ | $\frac{1}{2}$ ℔, oder 8 ßl.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1 ℔ Cardemonen zu 1 thlr. 4 ß, was 117 ℔ 12 Unzen? fac. 130 thlr. 30 ß.

2) 1 ℭ Pfeffer zu 33 thlr. 16 ß 4 ℔, was 17 ℭ 38 ℔? fac. 579 thlr. 34 ß.

3) Braßi-

3) Braßilianischen Taback à 7 ß 4 ₰ das ℔, was 1556 ℔ 3 Bl. 1 Hgl? fac. 324 thl. 12 ß 4 ₰ 1 Hl.

4) Bardenwerper Leinewand 3 Schock 2 Stiege 5 Elle à 10 thlr. 20 ggr. die Stiege? fac. 121 thlr. 21 ggr.

5) Den Stein ausgekämmte Wolle zu 2 thlr. 5 ß, was 57 Stein ÷ 5 ℔ 1 H℔? fac. 120 thlr. 30 ß 4 ₰.

6) 1 Zimmer Lamm-Felle zu 11 thlr. ÷ 29 ß, was 7 Zimmer 3 Decher 5 St? fac. 80 thlr. 10 ß 1 ₰.

7) Ein Balle Schreib-Pappier 10 thlr. 15 ß, was 27 Ballen 9 Rieß 13 Buch 12 Bogen? fac. 291 thlr. 11 ß 6 ₰ 1 Hl.

8) 1 Ahm Frantz-Wein zu 16 thlr. 24 ß, was 37 Ahm 28 Stübgen 2 Quart. fac. 628 thlr. 19 ß 4 ₰.

9) 1 Jahr in der Kost verzehret 70 thlr. 28 ß, wie viel in 3 Jahren 13 Wochen 3 Tagen? fac. 230 thlr. 22 ß.

10) Von einer Hufe Landes wird jährlich gegeben 1 Schl. 5 Hbt. Korn, wie viel von 7 Hufen 12 Morgen? fac. 11 Schl. 1 Hbt.

11) 1 Wl. Rocken 23 thlr. 12 ß, was 17 Wl. ÷ 3 Schl. 6 Hbt. fac. 375 thlr. 24 ß.

12) Ein Faß doppelte Mumme, 22 thlr. 18 ß wie hoch kommen 16 Faß 22 Stüb. 1 Q. 24 Faß 76 Stüb. 1 Q. und 25 Faß 45 Stüb. 2 Q? fac. 1492 thlr. 18 ß — ₰.

13) Ein Stein Wolle verkaufft zu 4 ℔ 8 ß, wie viel Geld stecket noch darin, wen man von 76 Stein 7 ℔, 24 Stein 3 ℔ 2 Viertel verkaufft hat? fac: 444 ℔ 4 ß.

14) Goßlarisch Bley empfangen 29 ℭ ÷ 17 ℔, 38 ℭ 54 ℔ 1 H℔, 79 ℭ 41 ℔, 47 ℭ ÷ 50 ℔, à 5 thl. 27 ß den ℭ, was thuts? fac. 1111 thlr. 6 ß 6 ₰.

15) In einem Faß Garn sind gepacket 127 Bund ÷ 3 Löpfe, à Bund 1 thlr. 14 ß, 364 Bund 15 Löpfe, à Bund 1 thlr. 21 ß † 4 ₰, 482 Bund 7 Löpfe, a 1 thlr. 9 ß das Bund, 274 Bund 12 Löpfe, à Bund 1 thlr.

16 ℔ 4 ß, wie viel ist das Faß mit Garn werth gewesen? fac. 1762 thlr. 5 ℔ 7 ß.

16) 5 Stiege 17 Ellen 2 Viertel Leinewand, à Stiege 5 ßℓ 4 ℔. 7 Stiege, 14 Ellen 3 Viertel à Stiege 6 ßℓ, 3 Stiege 7 Ellen 3 Viertel, à Stiege 7 ßℓ 5 ℔, 6 Stiege 13 Ellen, à Stiege 4 ßℓ 12 ℔ 4 ß, was bringts? facit 132 ßℓ 5 gr. 6 ß 1 Hl.

17) In 5 Säcke Hopffen sind gestopfft 18 Schl. 3 Hbt, 24. Schl. 1 Hbt, 36 Schl. 2 Hbt. 27 Schl. ÷ 2 Hbt, 21 Schl. den Schl. zu 8 ßℓ 12 gr. 4 ß, was machts? fac. 1090 ßℓ 4 ℔.

18) An Flachs ist eingekauffet worden für 19 thlr. 18 ℔, à 8 ℔ vor 1 thlr. 15 thlr. 12 ℔, à 7 ℔ 1 H℔ vor 1 thlr. vor 61 ßℓ 10 ℔, à 5 ℔ für 1 ßℓ, denn noch vor 81 ßℓ à 4 ℔ 1 H℔ vor 1 ßℓ. Wen nun wieder davon verkaufft sind für 81 thlr. 24 ℔, 6 ℔ für 1 thlr. und noch für 36 ßℓ 7 ℔ 4 ß, 5 ℔ für 1 ßℓ, so ist die Frage: wie viel des Flachses noch in Vorrath bleibe? facit 271 ℔ — Wl. 1 Hvl.

19) An Korn ist in Braunschweig zu Marckte gefahren, Weitzen 9 Wl. 2 Schl. 5 Hbt. à Wl. 42 thlr. 32 ℔, Rocken 17 Wl. 1 Schl. 6 Hbt. à Wl. 26 thlr. 4 ℔, Gersten 35 Wl. 7 Hbt. 2 Vl. à Wl. 19 thlr. 16 ℔, Habern 21 Wl. 1 Schl. 4 Hbt. à Wl. 11 thlr, 24 ℔, was ist davon eingekommen? fac. 1800 thlr. 15 ℔ 2 ß.

20) Verkaufft 16 ℔ Oel 1 thlr. wie viel für 256 thlr. 27 ℔? fac. 4108 ℔.

21) 1 ℔ Ingber um 8 ℔, was kosten 163 ℔ 22 Lt? fac. 36 thl. 13 gr. 4 ß.

22) An Eisen empfangen 7 Ctr 34 ℔, 9 Ctr 27 ℔, 15 Ctr 4 ℔, 23 Ctr 14 ℔, 17 Ctr 8 ℔, à 2 thl. 4 ℔ den Ctr, was muß davor bezahlt werden? fac. 151 thlr. 18 gr.

23) Verkaufft 9 S℔ 3 L℔ 7 ℔, noch 5 S℔ 6 L℔ 7 ℔. Ferner 13 S℔ 7 L℔ ÷ 3 ℔, und dan 8 S℔ 9 L℔ ÷ 11 ℔, das S℔ zu 8 thlr. 8 ℔, was machts? facit 298 thlr. 2 ℔.

24) Auf

24) Auf der Messe zur Haushaltung eingekaufft, Canarien-Zucker 12 Pfund, das Pf. 9 ßl 4 ₰, Revenade 56 Pf. 3 Viertl, das Pf. zu 6 ßl 4 ₰, 8 Lt. 3 Q. Maces-Blumen, à Lt. 5 ßl 12 Lt. 1 Q. Macis-Nuß, à Lt. 3 ßl 2 ₰, Rosinen 76 Pf. 2 Bl. das Pf. zu 2 ßl 2 ₰, lange Mandeln 34 Pf. 1 Bl. das Pf. zu 5 ßl 6 ₰ Reiß 154 Pf. das Pf. zu 2 ßl 1 ₰, 29 Pf. weissen Pfeffer, das Pf. 12 ßl 3 ₰, 74 Pf. Ingber, à Pf. 9 ßl 5 ₰, Zimmet 13 Lt. 2 Q. à 2 gr. 6 ₰ das Lt. Nelcken 9 Lt. 2 Q. das Lt. zu 2 gr. Butter 181 ℔. 2 B. à Pf. 3 gr. 4 ₰, Baum-Oel 80 Pf 3 Bl. à Pf. 4 gr. Brenn-Oel 1 ℭ 36 Pf. à ℭ 7 thlr. 4 gr. 4 ₰, weissen Käse 74 Pf. à 7 ₰ das Pf. Cappern 1 Ochshövet zu 325 Pf. à Pf. 13 gr. Klipfisch 45 Pf. à 1 gr. 4 ₰ das Pf. Herse 73 Pf. à Pf. 1 gr. 3 ₰, Weitzen-Mehl 6 Hbt. 3 Vßl. das Vßl 10 gr. 4 ₰, hat zu solcher Ausgabe gewidmet 187 thlr. 12 gr. ist die Frage, wie weit man damit kommen? fac. muß noch nachholen 46 thlr. 26 gr. 7 ₰.

25) Zu einer Hochzeit sind eingekaufft 35 junge Hühner, à 2 ggr. 4 ₰, 4 Calcuten, à 1 thlr. 6 ggr. 15 Endten, à 3 ggr. 4 ₰, 4 feiste Capaunen, à 13 ggr. 4 ₰, 4 Haasen, à 14 ggr. 2 Hirsch-Zimmer, à 2 thlr. 18 ggr. das Stück, vier Kalbs-Viertel, das erste zu 28 Pf. à 2 ggr. 7 ₰, das andere 24 Pf. à Pf. 2 ggr. 1 ₰, das dritte 31 Pf. 3 Viertel, à 2 ggr. 2 ₰ das Pf. noch an Kalbfleisch 27 Pf. 1 Pf. 1 ggr. 3 ₰, Rindfleisch 2 ℭ 85 Pf. 2 Vrtl. à 1 ggr 7 ₰, Schweinefleisch 76 Pf. à Pf. 1 ggr. 6 pf. 6 Ochsen-Zungen, à Stück 7 ggr. 4 pf. 16 Pf. Hechte, à Pf. 3 ggr. 2 pf. 14 Pf. Karpen, à Pf. 2 ggr. 2 pf. fremd Fischwerck vor 10 thlr. 15 ggr. Blumen-Kohl 1 Schock, 2 Köpfe das Schock zu 7 ggr. 6 pf. 3 Schock 2 Mandel Zucker-Wurtzeln, à Schock 2 ggr. 6 pf. Petersilien-Wurtzel vor 18 ggr. Zellerie 3 Mandel 3 Köpfe, das Mandel 1 ggr. 8 pf. Macronen 1 Pf. 2 Bl. das Pf. 5 ggr. 4 pf. Pistaquen 17 Lt. 3 qß. à 6 ggr. das Lt. Trüf-

fels 24 Lt. 1 qz. à 13 ggr. das Lt. Zucker 19 Pf. à Pf. 4 ggr. 2 ₰, Reiß 18 ℔, à 1 ggr. 7 ₰, Mandeln 4 ℔, à ℔ 5 ggr. Rosinen 7 Pf. 3 Vl. 2 ggr. 2 ₰, das Pf. Corinten 16 Pf. à Pf. 2 ggr. 4 ₰, Gewürtze 5 Pf. à 8 ggr. 4 ₰, das Pf. 1 Schl. 3 Citronen, à St. 1 ggr. 2 ₰, Wein-Eßig 1 Stübgen 3 Quart. das Stüb. 16 ggr. 5 Schock 3 Mandel Eyer, das Schock 6 ggr. 4 ₰, Butter 125 Pf. à Pf. 3 ggr. frische ditto 7 Pf. 2 Vl. das Pf. 2 ggr 8 ₰, Milch 18 Stübgen 2 Quart. â Quart 6 ₰, einen weissen Käse, à 10 Pf. 2 Vl. das Pf. 2 ggr. Weitzen-Mehl 3 Hbt. à Hbt. 1 thlr. 6 ggr. Rocken 1 Schl. 4 Hbt. den Hbt. 12 ggr. 3 Stübgen 2 Quart. Brandt-wein 1 Quart. 4 ggr. an Rhein-Wein 1 Ahm 4 Stüb. die Ahm 64 thlr. 14 ggr. wenn nun an andern Kosten darauf gangen 23 thlr. 10 ggr. 4 ₰. so ist die Frage, ob und wie viel der Bräutigam zuschiessen müsse, wen ihm wegen der Braut 200 thlr. zur Hochzeit gegeben wor-den? Facit 31 thlr. 13 ggr. 3 ₰ 1 Hl.

26) Ein vornehmer Cavallier hat an jährlichen Ein-kommen 1500 thlr. wen er nun an Kost-Geld täglich ein-mal zu speisen, giebt alle Jahr 121 thlr. 12 gr. dabey ver-trincket an Wein alle Mahlzeit 1 Nösel Rein-Wein, das Stübgen zu 2 thlr. 12 gr. vor die Hausmiethe jähr-lich 36 thlr. giebt dem Laquaien, so er hält, an Lohn jähr-lich 16 thlr. und alle Woche Kost-Geld 1 thlr. item dem Kutscher Lohn 20 thlr. und auf die Woche Kost-Geld 1 thlr. machet nach 3 Jahren Rechnung, und fin-det, daß ihm sein Einkomen bis 1427 thlr. 16 gr. darauf gangen, ist die Frage: wie viel er an Kutschen, Kleidung und üb ige Ausgabe verwendet? Fac. 1862 thlr. 2 gr.

27) Ein Handwercks-Mann verdienet alle Tage 12 gr. 4 ₰, verzehret wiederum 6 gr. hat er in 3 Jahren 7 Wochen etwas vor sich bracht? wenn währender Zeit, ausser den ordentlichen Sonntagen in den 3 Jahren 7 Wochen 51 Fest-Tage einfallen? Fac. 131 thl. 25 gr. 4 ₰.

28) Ein

28) Ein fleißiger Schreiber schreibet alle Tage 64 Seiten, wie viel hat er in 16 Wochen, 4 Tagen, 8 Stunden verdienet, wen er vor die Seite 6 pf. empfangen? fac. 134 thlr. 8 gr.

29) 9 ℔ Pfund 8 ℞ 5 Pf. Zinn, das Pf. zu 9 gr. 17 ℔ Pf. 14 Pf. Englisch Zinn, à ℔ Pf. 48 thlr. 56 ß 54 ₰ 4 gr. 16 Pf. 15 ₰ 7 Untzen 1 Lt. 1 Quent. Gold, à Q. 2 thlr. 25. gr. 4 pf. 3 Piepen 2 ℞ 9 Pf. Oel, das Pf. 1 gr. 7 pf. was bringts zusammen? Facit 10841 thlr. 3 gr. 7 pf.

CAPUT IV.

Von Divisions-Exempeln in der Regula detri simplici directa.

Was man Divisions Exempla nennet.

§. 1. Divisions-Exempla nennet man diejenigen, da man von der Eigenschafft vieler Dinge auf die Eigenschafft eines einzelnen Dinges argumentiret. Und gehören hieher alle Exempla, wo einer von den Multiplicatoribus, nemlich der mittelste, oder: hinterste Terminus eine 1 ist. Denn da 1 nicht multipliciret, heissen diese Exempel deswegen Divisions-Exempel, weil man das Facit durch die blosse Division findet.

§. 2. **Es werden aber diese Exempel verfertiget nach folgender Regul.**

1) **Machet** die forderste Zahl mit der hintersten zu einer Benennung.

2) Dividiret die mittelste Zahl in die forderste. z. E. 3 Ahm 16 Stübgen 2 Quart. Rhein-Wein kosten 341 thlr. 9 gr. was 1 Quart.

3 Ahm 16 Stüb. 2 Quart. — 341 thlr. 9 gr. — 1 D.

——(40

136 Stüb.

——(4

546 Quart.

2)——————————————————

273 — — 170 thlr. 22 gr. 4 pf.

3)——————————————————

91 — — 56 thlr. 31 gr. 4 pf.

7)——————————————————

13 — — 8 thlr. 4 gr. 4 pf.

13)1 — — — : 22 gr. 4 pf.

Sofern die mittelste, oder: hinterste Zahl ein Pars aliquota aus der Zahl des forderſten Termini, so dividiret man mit dem Nahmen der Verhältniß die dritte Zahl; ist aber die erste Zahl etliche mal in der andern enthalten, so multipliciret man die dritte Zahl mit der Zahl, so offt die erste in der andern enthalten. z E. Vor 100 Pf. giebt man 12 thlr. 18 gr. was vor 1 Pf: so ist 12 thlr. 18 gr. aus 100 Pf. der achte Theil; darum ist $\frac{1}{8}$ thl. oder: 4 gr. 4 pf. das Fac. Oder: wen 4 Pf. kosten 20 thlr. was 1 Pf. so ist 20 thlr. 5 mal so viel als 4 Pf. darum kostet 1 Pf. 5 thlr.

Oder: man hält den Gehalt der grössern Sorte von der kleinern Sorte, in welcher das Facit angegeben werden soll, gegen den Gehalt der ersten Zahl, und suchet von beyden die Numeros primos inter se, multiplicret mit dem Numero primo des Gehalts von der mittlern Zahl die mittlere Zahl, nachdem man in der mitten die kleinere Sorte zu der grössern in einen Bruch gesetzet, und dividiret das Product in den Numerum primum der forderſten Zahl, und benennet das Quot von der kleinern Sorte, darin man den Gehalt der grössern Zahl angegeben. z.E. Wen 100 Pf. kosten 3 thlr. 17 gr, was

1 Pf.

1 ℔, so ist 3 thlr. 17 ßℓ = $3\frac{17}{36}$ thlr. und 100 ▷ 36 = 25 ▷ 9; darum multipliciret $3\frac{17}{36}$ mit 9, ist $31\frac{1}{4}$, solche dividiret in 25, ist das Quot $1\frac{1}{4}$, oder: 1 ßℓ 2 ℔ das begehrte facit.

§. 3. Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 4 Ellen Cöllnischen Band 1 ßℓ 4 ℔, was 1 Elle? fac. 3 ℔.

2) 6 ℔ Zucker um 1 thlr. was 1 ℔, fac. 6 ßℓ.

3) 1 Wl. Rocken 32 thlr. 12 ßℓ, was 1 Hbt. fac. 21 ßℓ.

4) 1 ℭ Roll-Bley 4 thlr. 27 ßℓ, was 1 ℔? fac. 1 ßℓ 4 ℔.

5) 1 Stiege Leinewand zu 3 ℜ 10 ßℓ, was die Elle? fac. 3 ßℓ 4 ℔.

6) 100 ℔ Klipfisch zu 3 thlr. 17 ßℓ, was ein ℔? fac. 1 ßℓ 2 ℔.

7) 100 ℔ Victriol zu 2 thlr. 4 ßℓ, was 1 ℔? fac. 6 ℔.

8) Die Rolle Canaster von 576 ℔ kostet 424 thlr. was 1 ℔? fac. 26 gr. 4 ℔.

9) 54 Ellen Brocade zu 88 thlr. 18 ßℓ, was 1 Elle? fac. 1 thlr. 23 ßℓ.

10) 3 Säcke Pfeffer wägen 436 ℔, 449 ℔ und 459. ℔ kosten 373 thlr. 12 ßℓ, was 1 ℔? fac. 10 ßℓ.

11) 100 ℔ Stockfisch zu 3 thl. 17 ßℓ, was 1 ℔? fac 1 ßℓ 2 ℔.

12) 1 ℔ Cardemonen 1 thlr. 4 ßℓ, was 1 Lt? facit 1 ßℓ 2 ℔.

13) 1 Elle grün Lacken 1 ℜ, was ein Viertel? fac. 5 ßℓ.

14) 1 Ctr. um 11 thlr. 16 ggr. was 1 ℔? fac. 1 ggr.

15) 1 ℭ um 28 thlr. 18 ßℓ, was 1 ℔? fac. 9 ßℓ.

16) 1 Wl. 21 thlr. 4 ßℓ, was ein Viertel? fac. 4 gr. 6 ℔.

17) 1 Pf. Pistaquen 8 ggr. was 1 Lt? fac. 3 ℔.

18) Die Piepe Oel von 820 Pf. 34 thlr. 6 ßℓ, was 1 Pf. fac. 1 ßℓ 4 ℔.

19) Die Piepe Oel zu 56 thlr. 34 ßℓ, was 1 Pf. facit 2 gr. 4 ℔.

20) 7 ℔ 58 Pf. Kupfer 258 thlr. 21 ß, was 1 Pf. fac. 10 gr. 7 pf.

21) 36 SPf. 15 LPf. 2 Pf. Talg um 428 thlr. 30 gr. was 1 pfund? fac. 1 gr. 4 pf.

22) 24 Stiege 16 Elle Bardenwerpisch Leinwand zu 268 thlr. 24 gr. was die Elle? fac. 19 gr. 4 pf.

23) 4 Himbten 2 Vierf. kosten 1 thlr. wie viel kommen 18 Wl. 3 Hbt. 2 Vß? fac. 160 thlr. 28 gr.

24) 11 gr. 4 pf. vor 1 Hbt. Gersten, wie viel vor 216 thlr. 32 gr. 4 pf? fac. 16 Wl. 3 Schl. 9 Hbt.

25) Für 696 thlr. empfänget man 58 Ell Drap d'or, wie hoch beläufft sich die Elle? fac. 12 thlr.

26) 73 Last Hering kommen 3942 thlr. was 1 Last? fac. 54 thlr.

27) 8008 Pf. Reiß kosten 364 thlr. wie viel Pf. kosten 1 thlr? fac. 22 Pf.

28) 464 Schock Pflaumen kosten 29 ß, wie viel für 1 ß? fac. 16 Schock.

29) 7 ℔ 13 Lt. Gold um 1000 thlr. was 1 qz? fac. 2 thlr.

30) 9 ℔ 17 ℔ Buchweitzen Grütze 25 thlr. 12 gr. 5 pf. was 1 Pf? fac. 7 pf.

31) Für 13 ß 4 gr. 7 pf. komt 1 ℔ 18 ℔ 14 Loht Pfeffer, wie vie vor 1 pf.? fac. 2 Loht.

32) Für 24 thlr. 6 gr. 4 pf. bekömt man 8 Ballen, 7 Rieß, 1 Buch Papier, wie viel um 1 pf? fac. 6 Bogen.

33) Für 5 thlr. 9 gr. bekömt man 27 Pf. Zucker, wie hoch komt 1 pfund? fac. 7 gr.

34) Für 1462 thlr. 12 gr. empfangen 27 Last 4 T. Hering, was die Tonne? fac. 4 thl. 16 gr. 4 pf.

35) Für 1258 ß 4 gr. geliefert 3 Zimmer, 2 Decher, 4 Stück Ochsen-Häute, wie hoch das Stück? fac 8 ß 14 gr. 6 pf.

36) 7 ℔ 25 pfund 10 Lt. 2 qz. Candis-Zucker vor 158 thlr. was vor 1 thlr? fac. 5 pfund 6 Lt. 3 qt.

37) Vor

37) Für 25 thlr. 31 gr. 7 pf. verkaufft 17 Bund 15 Löpfe Garn, wie theuer der Lopf? fac. 2 gr. 5 pf.

38) Einer leget in Wein-Handel 8187 thlr. 9 gr. 5 pf. empfänget Rhein-Wein vor 3744 thlr. 4 gr. à 1 thlr. 26 gr. das Stübgen, Frantz-Wein vor 3000 thlr. 23 gr. 5 pf. à 35 gr. 2 pf. das Stübgen, vor den Rest des Geldes nimt er Brandtwein, à 22 gr. 4 pf. das Stüb. wie viel Weins hat er empfangen? fac. 188 Ahm 26 Stüb. 2 Quart.

39) Von Bremen sind anhero geliefert Hering für 707 thlr. 28 gr. die Last 93 thlr. 12 gr, Trahn vor 912 thlr. 20 gr. 4 pf. à 107 thlr. 13 gr. Teer für 399 thlr. 7 gr. 4 pf. à 32 thlr. 30 gr. die Last davon ist verkaufft, Hering für 611 thlr. 6 gr. 196 thlr. 18 gr, die Last Thran für 616 thlr. 33 gr. à 112 thlr. 6 gr. die Last Teer für 177. thlr. 24 gr. à 27 thlr. 12 gr. wie viel ist eines jeglichen blieben? Facit

Hering 1 Last 3 Tonnen
Thran 3 Last.
Teer 10 – 3 Tonnen.

40) Von feinen Strümpffen hat einer von Hamburg kommen lassen für 525 thlr. das Dosin 28 thlr. schlechtere vor 333 thlr. 12 gr. das Dosin zu 13 thl. 32 gr. die schlechtesten für 400 thlr. das Paar vor 30 gr. wie viel ist der andern Sorte mehr gewesen, als der ersten und der dritten, als der andern? Fac.

5 Dosin, 3 Paar der andern mehr, als der ersten, und 16 Dosin der dritten mehr, als der andern.

41) Ein Ochse ist gekaufft für 25 thlr. veracciset mit 1 thlr. 3 gr. verunkostet 4 gr. 4 pf. wieder für die Haut bekommen 4 thlr. 14 gr. Talg empfangen 34 pfund à pfund 2 gr. 4 pf. Inster und Caldaunen gerechnet zu 3

thlr. der Rumpf wieget 4 ℔ 18 pfund, wie hoch kömt das pfund? Fac. 1 gr. 2 pf.

42) Für 1 thlr. 23 gr. bekommen 1 Ell Brocade, wie viel für 88 thlr. 18 gr? fac. 54 Ell.

43) 22 pfund Reiß vor 1 thlr. wie viel von 8684 pfund 2 Vl? fac. 394 thlr. 27 gr.

44) 33 thlr. 12 gr. kostet 1 Wl. Weitzen, wie viel vor 845 thlr? fac. 25 Wl. 14 Hbt.

45) Für 5 pfund 1 Vl. Flachs ist gegeben 1 thlr. wie viel kosten 7 Stein, 3 pfund, 2 Viertel? fac. 14 thlr.

46) Vor 16 Lt.-Cardemomen 1 ℔, wie viel vor 100 pfund? fac. 200 ℔.

47) 7 thlr. 4 gr. 4 pf. kostet 1 ℔ Oel, wie viel bekömt man um 1 thlr. 18 gr? fac. 24 pfund.

48) 5 ℔ für 1 Stiege Leinewand, wie viel für 75 thl? fac. 27 Stiege.

49) 11 pfund Flachs für 1 thlr. wie viel kosten 1 ℔ ÷9 pfund 2 Vl? fac. 9 thlr. 18 gr.

50) 2 thlr. 4 gr. kostet 1 ℔ Eisen, wie viel bekommt man für 251 thlr. 18 gr? fac. 119 ℔ 15 pfund.

CAPUT V.

Von Proportions-Exempeln in der Regula detri simplici directa.

Was Proportions-Exempla seyn.

§. 1. Proportions-Exempel nennet man diejenigen, wenn man von der Beschaffenheit vieler Dinge auf die Beschaffenheit einer andern Vielheit der Dinge schliesset, und werden diese Exempel nach der gemeinen Regul also verfertiget, daß man die mittelste und hinterste

Zahl

Zahl mit einander multipliciret, und das Prooduct in die forderste Zahl dividiret.

§. 2. Es sind bey den Proportions - Exempeln unterschiedliche Fälle zu betrachten, nach welchen die Verfertigung der Proportions-Exemdel mit Vortheil gemacht werden können.

Erster Fall bey diesen Exempeln.

§. 3. Der erste Fall ist, so die Verhältniß des ersten und andern, oder: des ersten und dritten Termini multiplex, oder submultiplex ist. In diesen Falle multipliciret man den Exponenten mit der dritten Zahl, in jenem Falle dividiret man die dritte Zahl durch den Denominatorem, oder Verhältnisse, so hat man das Facit. z. E. 28 pfund kosten 112 thlr. was 57 ℔; so ist der Denominator von 112: 28 = 4; darum 57. 4 das ist: 228 thlr. gleich dem Fac. Oder: 28 ℔ kosten 8 thl. was 7 ℔, so ist der Exponente von 28: 7 = 4, und 8: 4, das ist: 2 gleich dem Fac. welches gesuchet ist.

§. 4. Ob die Verhältniß zwischen dem ersten und andern, oder zwischen dem ersten und dritten multiplex, oder submultiplex sey, lässet sich durch Ubung leichtlich schliessen, wen alle Termini von einer Benennung sind. Schwerer ist es, wen alle, oder: einige Termini aus kleinen und grossen Benennungen zugleich bestehen. Doch kann man zu solcher Erkäntniß gelangen wen man jede kleinere Sorten in einen Bruch zu den grössern setzet, und sodan die ganze Zahlen der grössern mit den Nennern der Brüche multipliciret; wen sodan einer von den Multiplicatoribus in die forderste Zahl aufgehet, oder: die erstere Zahl darin aufgehoben werden kann; so ist die Ratio im ersteren Falle submultiplex, im andern Falle aber multiplex. z. E. Wen 7 ℔ 57 ℔ kosten 22 thlr.

thlr. 18 ß, was 1 ℔ 15 ß, so ist 7 ℔ 57 ß = $7\frac{1}{2}$ ℔, das ist: $\frac{15}{2}$ ℔, und 22 thlr. 18 ß = $22\frac{1}{2}$ thlr. das ist: $\frac{45}{2}$. Da nun $\frac{45}{2}$, ist 3 mal $\frac{15}{2}$, so folget, daß zwischen der ersten und andern Zahl dieses Exempels ratio submultiplex sey. Wen aber 7 ℔ 57 ß kosten 16 thlr. 6 gr. und die Frage ist, was 2 ℔ 57 pfund kosten, so ist 7 ℔ 57 ß = $7\frac{1}{2}$ ℔, das ist: $\frac{15}{2}$ ℔. Ferner ist 16 thlr. 6 ß = $16\frac{1}{6}$ ℔, das ist $\frac{97}{6}$ ℔, und 2 ℔ 57 ß = $\frac{5}{2}$ ℔, und wen nun $\frac{5}{2}$ ℔ aus $\frac{15}{2}$ ℔ der dritte Theil, so ist in diesen Exempel ratio multiplex.

§. 5. **Wo man diesemnach erforschet hat, ob in einem Exempel ratio multiplex, oder sub-multiplex ist, so verfähret man damit wie §. 3. angewiesen.**

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 1 ß Rosinen 2 gr. 4 pf. was 8 Loth? fac. 5 pf.

2) 1 Stiege 5 Ellen Leinewand 2 thlr. 28 gr. was 4 Ellen 1 Viertel? fac. 17 gr.

3) 94 Ellen Cattun 25 thlr. 30 gr. was 11 Ellen 3 Viertel? fac. 3 thlr. 8 gr. 2 pf.

4) 25 Wl. 3 Schl. 6 Hbt. kosten 458 thlr. 4 gr. was 1 Wl. 3 Schl. 4 Hbt? fac. 32 thlr. 26 gr.

5) 523 Sß 17 Lß 10 ß Zinn kosten 1018 thlr. 24 gr. was 2 Sß 14 Lß 8 ß? fac. 5 thlr. 11 gr.

Der andere Fall.

§. 6. **Der andere Fall ist, wen die forderste und mittelste, oder: die forderste und hinterste Zahl eine superparticularis, oder: sub-superparticularis ratio ist. Alsden behält man die 3te Zahl, und subtrahiret im ersten Falle den überschüßigen Theil davon, im andern Falle aber addiret man ihn dazu.**

§. 7. **Daß die gedachten Termini in solchen Verhalt stehen, ist leichtlich zu erkennen in den Exempeln, wo die Termini einen Nahmen haben.**

Den

Denn so der andere, oder: dritte Terminus nur einmal in dem ersten enthalten, oder: den ersten nur einmal, und überdem noch einen Theil enthält, so die ist ratio super- oder: sub-superparticularis. Bestehen aber die Termini aus vielen Sorten, so bringet die kleinen Sorten unter eine Benennung. Wen sodan die heraus gebrachte Zahl gegen einander also beschaffen, so ist die Verhältniß ratio superparticularis, oder sub-superparticularis.

§. 8. **Derowegen mögen die Exempla die also beschaffen, nach folgender Regul verfertiget werden.**

1) Untersuchet, ob das Exempel in ratione superparticulari, oder: sub-superparticulari stehe.

2) Lasset die hinterste dritte Zahl als ein Facit mit dem Nahmen der mittlern stehen.

3) Nehmet in ratione super-particulari den überschüßigen Theil davon ab, oder: addiret in ratione sub-super-particulari den überschüßigen Theil dazu, so habt ihr das begehrte Facit, wie folgendes Exempel zeiget 2 Stiege 5 Ellen kosten 1 thlr. 4 ℊ 4 ℔, was kosten 1 Stiege 15 Elle; so ist 2 Stiege 5 Elle = 45 Ellen, 1 thlr 4. ℊ 4 ℔ = $40\frac{1}{2}$ ℊ, und 1 St. 15 Ell = 35; darum stehet das Exempel also:

45 Elle — $40\frac{1}{2}$ ℊ — 35 Elle

45 — — 35 ℊ

$\frac{1}{10}$) ÷ $4\frac{1}{2}$ — 3 ℊ 4 ℔

$40\frac{1}{2}$ ℊ — 31 ℊ 4 ℔

Oder: 45 Elle — $40\frac{1}{2}$ ℊ — 35

10)———

$3\frac{1}{2}$ ℊ

31 ℊ 4 ℔

Oder:

Oder: so die ratio sub-superparticularis wie in folgenden Exempel: 2 Stiege 5 Elle kosten 1 thlr 31 gr. 4 ₰, was 17 Stiege 10 Ell, so stehet das Exempel also:

45 Ell — $67\frac{1}{2}$ ℛ — 350 Elle

45 ℛ — 350 ℛ
† $22\frac{1}{2}$ ℛ — 175 ℛ

$67\frac{1}{2}$ ℛ — 525 ℛ, oder:

14 thlr. 21 ℛ.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

Wen 5 Braunschweigischer Ellen thun 4 Brabandische, was thun 175 Ellen Braunschweigisch? fac. 140 Brab. Ell.

2) 7 Wispel 3 Schl. 5 Hbt. Weitzen kosten 210 thl. was 9 Wl. 2 Schl. 9 Hbt? fac. 259 thlr. 12 ℛ–₰.

3) 5 ℔ 57 ℔ Zimmet vor 705 thlr. 13 gr. 4 ₰, was kosten 9 ℔ 16 ℔? fac. 1172 thlr. 9 gr.

4) 6 Schock 3 Mandel Aepfel kosten 22 gr. 4 ₰, was 7 Schock 2 Mandel? fac. 25 ℛ–₰.

5) In 3 Jahren 6 Monath verzehret 352 thlr. 16 gr. 4 ₰, wie viel in 2 Jahr 4 Monat; 234 thlr. 35 gr.

Von dem dritten Falle.

§. 7. Der dritte Fall ist, wen die erste und andere, oder: der erste und dritte Terminus von einer super- oder: sub-superpartienten Verhältniß. Denn nachdem man solches erkennen kann, wen man die forderste Zahl in die mittlere, oder: hintere dividiret, so kömet das Facit, wen man die mittlere, oder: hintere Zahl in den überschüßigen Theil dividiret, und das Quot von einer super-partienten Verhältniß subtrahiret, oder: zu einer sub-superpartienten Verhältniß addiret. z. E. So 45 Ellen kosten 27 gr. was 35 Ellen, stehet also:

und

und iſt der Denominator $1\frac{2}{5}$, und $\frac{2}{5}$ der überſchüßige Theil.

45 Ell — 27 ℛ — 35 Elle

5)

7 ℛ

(2

14 ℛ

21 ℛ Facit.

Oder: ſo die Verhältniß ſub-ſuperpartiens, ſo ſtehet das Exempel alſo:

27 Elle — 1 thlr. 9 ℛ — 36 Ellen

3)

12 gr.

(2

24

1 thlr. 24 gr.

Folgen mehr Exempla zur Ubung.

1) Wen 25 ℔ Hirſe koſten 35 gr. was koſten 127 ℔ 2 Vl? fac. 4 thlr. 34 gr. 4 ℚ.

2) 7 ℭ 27 ℔ Kreite zu 5 thlr. 26 gr. 2 ℚ, was 100 ℔? fac. 25 gr.

3) 9 Wl. 3 Schl. 6 Hbt. Rocken 225 thlr. 18 gr. was 1 Wl. 1 Schl. 5 Hbt? fac. 31 thlr. 11 gr. 4 ℚ.

4) 3 Ballen 1 Rieß 10 Buch Papier für 16 thlr. 9 gr. wie viel für 3 Rieß 10 Buch? fac. 1 thlr. 29 gr.–ℚ.

5) Von 3 Jahren 8 Monat hat jemand einzunehmen 165 thlr. 4 gr. wie viel von 5 Jahren und einen halben Monat? fac. 227 thlr. 1 gr.

Der vierdte Fall.

§. 8. Der vierdte Fall iſt, wen das Exempel in ratione

tione

tione multipliciter ſuper-und ſub-ſuper-particulari, oder: ſuper-und ſubſuper-partiente iſt. Denn wen die ratio multipliciter ſuper-particularis; alsdenn dividiret man die dritte Zahl in die vielfache gantze Zahl des Exponenten und ſubtrahiret davon den überſchüßigen Theil. z. E. Wen 25 Elle koſten 8 thlr. was 64 Ellen. Hier iſt die Ratio zwiſchen der forderſten und mittelſten Zahl ſuperparticularis, und der Exponente $2\frac{8}{25}$, und ſtecket 8 in 25 dreymal weniger einen 3 mal 25ten Theil, und die vielfältige gantze Zahl des Exponenten iſt 3 Theil, und der überſchüßige Theil $\frac{1}{75}$; darum dividiret 64 in 3, iſt $21\frac{1}{3}$ thlr. und ziehet davon ab den 3 mal 25 Theil, iſt $\frac{64}{75}$, ſtehet förmlich alſo:

25 Ell — 8 thlr. — 64 Ell

$8\frac{1}{3}$ thlr. — $21\frac{1}{3}$ thlr.
$\frac{1}{3}$ thlr. — $\frac{64}{75}$ thlr.

8 thlr. — $20\frac{12}{25}$ thlr.

Iſt die Ratio multipliciter-ſub-ſuper-particularis; ſo multipliciret mit der vielfältig gantzen Zahl des Denominatoris, und den überſchüßigen Theil addiret dazu. z. E. So man vor 8 thlr. bekommet 25 Ellen, wie viel erlanget man vor $20\frac{12}{25}$ thlr. Hier iſt die Ratio des erſte und andern termini multipliciter-ſub-ſuper-particularis, deren Denominator $3\frac{1}{8}$; darum multipliciret $20\frac{12}{25}$ mit 3, iſt $61\frac{11}{25}$, dazu addiret $\frac{1}{8}$ in $20\frac{12}{25}$, iſt $2\frac{14}{25}$, bringet 64 Ellen, das begehrte Facit.

Der fünffte Fall.

§. 9. Der fünfte Fall iſt, ſo die Ratio multipliciter-ſuper-partiens, oder: ſub-ſuper-partiens. Im erſten Falle dividiret man die dritte Zahl mit der vielfältig gantzen Zahl des Exponenten, und ziehet davon ab den überſchüßigen Theil. z. E. Wen 64 Ell koſten $20\frac{12}{25}$ thlr.

was

was kosten 24 Ellen. So ist der forderste und hinterste Terminus ratio multiplex superpartiens, und der Exponente $\frac{25}{64}$, davon der Denominator 2 mit einen überschüßigen Theile 14 : 2, das ist: 7; darum dividiret man $20\frac{12}{25}$ in 2, ist $10\frac{6}{25}$ thlr, und der überschüßige Theil ist 7 mal 64 Theil, das ist: $2\frac{6}{25}$. Solche von $10\frac{6}{25}$ subtrahiret, bleiben 8 thlr, und stehet das Exempel förmlich also:

64 Ell — $20\frac{12}{25}$ thlr. — 25 Ell

$10\frac{6}{25}$ thlr. — $\frac{32}{64}$ Ell

— $2\frac{6}{25}$ — — $\frac{7}{64}$

8 thlr. — 25 Ell : 64.

So aber die Ratio multipliciter-sub-super-partiens, so multipliciret man die 3te Zahl mit des Denominatoris gantzen Zahl, und addiret dazu den überschüßigen Theil. z. E. Wen 25 Ell kosten 8 thlr. was kosten 64 Ell; so ist die Ratio des forderſten und hinterſten Termini sub-super-partiens durch $2\frac{14}{25}$; darum multipliciret 8 thlr. mit 2, ist 16, und dividiret 8 mit 14 mal 25 Theil, ist $4\frac{12}{25}$. Solche addiret zu 16, ist $20\frac{12}{25}$, ist die begehrte Zahl. Stehet förmlich also:

25 Ell — 8 thlr. — 64 Ell

16 thlr. — $\frac{50}{25}$

† $4\frac{12}{25}$ — — $\frac{14}{25}$

$20\frac{12}{25}$ thlr. — 64 : 25

Folgen einige Exempel zur Ubung.

1) 5 Stein 6 ℔ Wolle für 10 thlr. was 13 Stein 9 ℔ 1 H℔ ? fac. 25 thlr. – gr. – ₰.

2) Für 9 thlr. 12 gr. bekommt man 3 ℔ 9 Lt. Cardemomen, wie viel erlanget man um 1 thlr. 31 gr ? fac. 20 Lt. 3 Q. 3 Wl.

3) 100 ℔ Coffeé Bohnen zu 16 thlr. 34 gr. was 1757 ℔ 2 Viertel? fac. 297 thlr. 28 gr. 6 ₰.

4) 1 ℭ 14 ℔ Capers vor 16 thlr. 24 gr. was 7 ℭ 57 ℔? fac. 111 thlr. 11 gr. 6 ₰ 1 ₰l.

5) 9 Dutzend 7 paar feine Strümpfe zu 172 thlr. 18 gr, wie viel kosten 1 Dutzent 6 Paar? fac. 27 thlr. – gr. – ₰.

Der sechste Fall.

§. 10. Der sechste Fall mag seyn, wen die Zahlen einer Verhältniß unter sich commensurabel. Alsdenn reduciret man sie zu ihren primis inter se, und multipliciret die 3te Zahl mit der letztern Prim-Zahl des Verhalts, und dividiret das Product in die erste Zahl. z. E. 96 Ell kosten 54 thlr. was 16 Ellen. Hier sind erstlich 96 zu 54 commensurabel durch 6 in 16 und 9. Ferner sind 16 und 16 hinten commensurabel durch 16 in 1 und 1, bleiben also 9 thlr. für 16 Ellen. Kann also aufgeschrieben werden.

Der Divisor.	Die Multiplicatores.
6. 96	54. 9 thlr.
	16.

Folgen mehr Exempla zur Ubung.

1) 1 Wl. 5 Hbt. Weitzen zu 26 thlr. 9 gr. was kosten 16 Wl. 1 Schl. fac. 379 thlr. 6 gr. – ₰.

2) 6 Stℓ 3 Lℓ 4 ℔ Kupfer kosten 575 thlr. 12 gr. was 17 ℭ 16 ℔? fac. 651 thlr. 12 gr.

3) 17 Zimmer 3 Decher 5 Stücke Ziegen-Felle kosten 476 thlr. 24 gr. was 9 Zimmer 2 Decher? facit 253 thlr. 12 gr.

4) 14 Bund 8 Löpfe Garn für 21 thlr. wie viel 9 Bund 6 Löpfe? fac. 13 thlr. 20 gr. 2 ₰.

5) 23 Stiege 15 Ellen werden verkaufft für 82 thlr. was 9 Siege 10 Ellen? fac. 32 thlr. 34 gr.

Der

Der siebende Fall.

§. 11. Der siebende Fall ist, so man einen unbequemen Divisorem, oder: Multiplicatorem zu einer bequemern Zahl machen kann. Solches kann geschehen 1) durch die Addition, so man einen Theil der gegebenen forderſten einzelnen Zahlen zu der gegebenen forderſten, und der mittelſten, oder: hinterſten addiret. z. E. 75 ℔ kosten 63 thlr. 12 gr was 95 ℔. Hier ist 25 der 3te Theil von 75; darum addiret 75 zu 25, ist 100 und mittelſten Theil von 63 thl. 12 gr. Der 3te Theil 21 thlr 4 gr. solche zu 36 thlr. 12 gr. ist 84 thlr. 16 gr. ist also 100 zu 84 thlr. 16 gr. wie 95 zu der 4ten proportional-Zahl, und da 100 ℔ − 5, das ist $\frac{1}{20}$ aus 100 — 95, so ist 84 thlr 16 gr. − 4 thlr. 8 gr, das ist $\frac{1}{20}$ aus 84 thlr. 16 gr. — 95; darum stehet das Exempel förmlich also:

	75 ℔	—	63 thlr.	12 gr.	—	95 ℔.
†$\frac{1}{3}$)	25	—	21 thlr.	4 gr.		
	100 ℔	—	84 thlr.	16 gr.		
−$\frac{1}{20}$	5 ℔	—	4 thlr.	8 gr.		
	95 ℔	—	80 thlr.	8 gr.		

Erhellet also aus diesem Exempel, daß auch durch die Subtraction bisweilen ein bequemer Divisor könne gefunden werden, so man eine solche Zahl davon subtrahiret; die ein Theil von der förderſten Zahl ſt, und eben den Theil auch von der mittelſten, oder: hinterſten Zahl nimt, wie im vorigen Exempel mit der 5 forne und mitten geschehen.

3) Bisweilen kann auch die Multiplication hierin Dienste thun, wen man nemlich die forderſte, und eine von den beyden andern Zahlen mit eben der Zahl multipliciret. z. E. Wen man für 80 thlr. 8 gr. bekömet 95 ℔, wie viel erhält man um 63 thlr. 12 gr. So stehet das Exempel formlich also:

80 thlr. 8 gr. — 95 ℔ — 63 thlr. 12 gr.

(9 19) (9

722 5 ℔ 570 thlr.

19) 19)

38 30

19) 2)

2 15

2) (5

1 75 ℔

Hier war es unbequem in $80\frac{2}{9}$ thlr zu dividiren; darum hat man die forderste und hinterste Zahl mit 9 multipliciret, und als sich befunden, daß die forderste Zahl zu den beyden andern commensurabel, so war endlich das kleineste Verhältniß 1 zu 5, oder: 15. Solches konte nicht weiter verkleinert werden; darum ist man mit diesen Exempel verfahren, als mit einem Multiplications-Exempel, und hat das Facit funden.

4) Die Division machet einen beschwerlichen Divisorem auch öffters leichter, wen die Zahlen, so in einer Verhältniß stehen, sich durch leichte Divisores theilen lassen. z. E. 75 ℔ kosten 63 thlr. 12 gr. was 95 ℔. Stehet also:

75 ℔ — 63 thlr. 12 gr. — 95 ℔

3) 5)

25 ℔ — 21 thlr. 4 gr. 19

5)

5 4 thlr. 8 gr. multipliciret mit

5) 20 — 1 ist

1

80 thlr. 8 gr. das begehrte Facit.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

Zu Nro. 1 wo die Addition einen Vortheil schaffen kann.

1) 1 ℔ 61 ℔ Käſe koſten 6 thlr. 2 gr. 6 ₰, was koſten 9 ℔ 59 ℔? fac. 37 thlr. 24 gr. 6 ₰.

2) 56 ℔ Reiß für 2 thlr. 12 gr. was koſten 100 ℔? fac. 4 thlr. 6 gr.

3) 1 Wl. 8 Hbt. Erbſen koſten 26 thlr. 24 gr. was 10 Wl. 2 Schl. 4 Hbt.? fac. 235 thlr. 20 gr.–₰.

4) 540 Ell. Tuch koſten 1012 thlr. 18 gr. was 69 Ell: fac. 129 thlr. 13 gr. 4 ₰.

5) Von 5 Hufe 10 Morgen Landes wird jährlich gegeben 213 thlr. 12 gr. wie viel von 8 Hufen 5 Morgen, die Hufe 30 Morgen: fac. 326 thlr. 24 gr.–₰.

Zu Nro. 2 wo die Subtraction Vortheil ſchaffen kann.

1) 5 ℔ 55 ℔ Zwätſchen zu 8 thlr. 24 gr. 4 ₰, was 100 ℔: fac 1 thlr. 14 gr.–₰.

2) 2 Wl. 4 Hbt. Gerſten 30 thlr. 12 gr. was 19 Wl. 3 Schl. fac. 285 thlr. 10 gr.

3) In 30 Jahren hat man zurück gelegt 58 thlr. 3 gr. wie viel in 10 Jahren, ſo man alle Jahr gleiche viel erübriget? 19 thlr. 13 gr.

4) Auf 25 Meilen gereiſet 6 Tage 3 Stunden, wie lange hat man auf 42 Meilen zugebracht, den Tag zu 12 Stunden gerechnet: fac. 10 Tage 6 St.

5) Für 9 Ruthen 6 Fuß gelbe Rüben hat einer bekommen 2 thlr. 12 gr. wie viel für 93 Ruthen? facit 23 thlr. 12 gr.–₰, die Ruthe 20 Fuß.

Ob man ſich durch die Multiplication und Diviſion einen Vortheil ſchaffen könne, ſolches hat man mit den vorhergehenden Exempeln zu verſuchen.

Der achte Fall.

§. 12. Der achte Fall iſt, wen die förderſte eine in einzelne Theile theilbare Zahl iſt, und die Exempel alſo beſchaffen, daß die förderſte und hinterſte Zahl gleiche Benennungen hat; alsden nimt man eine Zahl aus dem

mittelsten, oder: hintersten Termino, die d e forderste Zahl ein, oder: etliche mal begreiffet, führet das: mal in die dritte Zahl ein, und addiret die partes partium dazu. z. E. 75 Ellen kosten 63 thlr. 2 gr. was 95 Ellen. Hier ist 75 eine in einzelne Theile theilbare Zahl; darum stehet das Exempel also:

75 Ell	—	63 thlr. 12 gr.	—	95 Ell
		25 thlr. ist $\frac{1}{3}$ aus 75	–	31 thlr. 24 gr.
				(2
		50 thlr.	— —	63 thlr. 12 gr.
		10 thlr. $\frac{1}{5}$	— —	12 thlr. 24 gr.
		3 thlr. 12 gr ($\frac{1}{3}$	—	4 thlr. 8 gr.
		63 thlr. 12 gr.	—	80 thlr. 8 gr.

Oder von hinten.

75 Ellen	—	63 thlr. 12 gr.	—	95 Ellen
		63 thlr. 12 gr.	—	75 Ellen
		12 thlr. 24 gr.	—	15 ($\frac{1}{5}$
		4 thlr. 8 gr.	—	5 ($\frac{1}{3}$
		80 thlr. 8 gr.	—	95 Ellen

Bestehet aber der hinterste Terminus aus vielen Benennungen, deren grösse gleich den Nahmen des forderesten Termini, und die Zahl des forderesten Termini in einzelne Theile theilbar, so ist nicht nothwendig die hinterste Benennungen unter einen Namen zu bringen, sondern man nimt einen partem aliquotam von derselben, der aus der forderesten, oder: davon die forderste Zahl ein pars aliquota ist, und nachdem man das: mal eines solchen partis in die mittelste Zahl eingeführet, thut man die übrigen partes aliquantas hinzu, und betrachtet die kleinern Sorten als Partes der grössern Sorte, wie oben geschehen. z. E. 100 ℔ kosten 18 thlr. 27 gr. was 246 ℔ 16 Loth.

100 ℔

100 ℔ – 18 thlr. 27 gr. – 246 ℔ 16 Lt.

37 thlr. 18 gr. – 200 ℔ ist 2 mal 100
7 ″ 18 ″ – 40 : ist $\frac{1}{5}$
– : 33 gr. 6 ₰ 5 : ist $\frac{1}{8}$
– : 6 gr. 6 ₰ 1 : ist $\frac{1}{5}$
– : 3 : 3 ₰ 16 Lt. $\frac{1}{2}$ ℔

46 thlr. 7 ℊ 7 ₰ – 246 ℔ 16 Lt.

Folgen einige Exempla zur Ubung.

1) 25 Ellen Sammet kosten 58 thlr. 12 ℊ, was 67 Ellen? fac. 156 thlr. 12 ℊ.

2) 3 Stiege 15 Ellen Leinewand 12 thlr. 10 ℊ 4 ₰, was 2 Stiege 10 Ellen? fac. 8 thlr. 7 ℊ – ₰.

3) 12 Schock Citronen 2 thlr. 18 gr, was 7 Schock 2 Stiege 12 Stücke? fac. 1 thlr. 23 ℊ – ₰.

4) 112 ℔ Kupfer kosten 50437 thlr. 12 ℊ, was 195 ℔ 5 Lt 10 ℔? fac. 87943 thlr. 24 ℊ – ₰:

5) 128 Ballen Pappier kosten 2133 thlr. 12 ℊ, was 79 Ballen 6 Ries 4 Buch? fac. 1327 thlr.

Der neundte Fall.

§. 13. Der neundte Fall ist endlich, wen die forderste Zahl gantz untheilbar ist; alsdenn multipliciret die mittelste Zahl mit der hintersten, nach der Anweisung der Multiplications-Exempel, und dividiret das Product in die forderste Zahl. z. E. 19 Ellen kosten 1 thlr. 21 gr, was 89 Ellen. Stehet also:

19 Ell — 1 thlr. 21 ℊ — 89 Ell.

1 thlr. 22 ℊ — 1
11 ″ 24 ″ — 8
126 ″ 24 ℊ — 80

140 thlr. 33 ℊ — 89
7 | 285 |
| 9 |

19)

7 thlr. 15 ℊ = 89 : 19.

17 ℔ — 8 thlr. 18 ß — 26 ℔ 13 ℔

17 thlr. — — 2 ℔
34 thlr. — — 4 ℔
170 ₰ — — 20 ₰
2 : 4 : 4 — — 8 ℔.
1 : 2 : 2 — — 4 :
— : 9 : 4 ℔ 1 ℌ. — 1 :

~~774~~ thl. 16 ß 2 ℔ 1 ℌ. 26 ℔ 13 ℔.
~~53~~ | ~~774~~ | ~~42~~ ℔ ~~17~~ ℌ.
5 8

17)

13 thlr. 7 ß 2 ℔ 1 ℌ. = 26 ℔ 13 ℔: 17

Folgen einige Exempla zur Ubung.

1) Für 76 thlr. bekomt man 5 Ahm 1 Stüb. Frantz-Wein, wie viel für 190 thlr. — gr. — ℔? fac. 12 Ahm 22 Stüb. 2 Quart.

2) 149 Ellen Tuch kosten 248 thlr 12 ß, was 457 Ellen? fac. 761 thlr. 24 gr.

3) 89 Wl. Weitzen für 663 thl. 12 ß, wie viel 17 Wl. 3 Schl. 2 Hbt? fac. 132 thlr. 24 gr.

4) 131 ℔ Stangen-Eisen kosten 815 thlr. 4 ß, was kosten 16 ℔ 17 ℔ 7 ℔? fac. 105 thlr.

5) 9 ℭ 17 ℔ Buchweitzen Grütze kosten 25 thlr. 12 gr. 5 ℔, was 58 ℭ? fac. 160 thlr. 25 gr. 4 ℔.

Folgen noch ein und andere Exempla zur Ubung.

1) Einer will seine Haushaltung auf den Winter versorgen, kauffet deswegen 1 Wispel 20 Hbt. Rocken zu 18 thlr 9 gr. den Wispel, giebet Accise für den Hbt. 3 gr. 6 ℔, in 10 Säcken läst er solchen nach der Mühle fahren, giebt den Karrenführer für jeden Sack 1 gr. 4 ℔? fac. 34 thlr. 1 gr. 4 ℔.

3) Ei

2) Einen Frießländischen Ochsen zu 24 thlr. giebt Accise 1 thlr. 3 gr, Schlachte-Lohn 9 gr, dabey zu vertrincken 3 Stübgen Breyhan, das Quartier zu 5 ₰, 1 Nösel Brandtwein zu 1 gr. 6 ₰, Hertreibe-Geld 3 ge 4 ₰ gerechnet, auf die Feurung 5 gr. 4 ₰, bekommt für die Haut 3 thlr. 27 gr. fac. 29 thlr. 21 gr. 2 ₰.

3) 3 Schweine kommen ihm mager zu stehen, das Stück 4 thlr. 15 gr, herzutreiben 2 gr. 4 ₰, zu besehen 3 gr. hat dieselben mit Gersten und gelben Rüben gemästet, auf jegliches 12 Hbt. den Wl. zu 13 thlr. 17 gr. und 10 Ruhten gelbe Rüben, die Ruhte 10 gr, den Gersten zu verschroten, kostet der Hbt. 2 gr Accise, und Mühlen-Geld zu fahren in 6 Säcken, à 1 gr. 4 ₰, zu schlachten das Stück à 4 gr. 4 ₰, dabey vertruncken 3 Stübgen 2 Quart. Breyhan, à 5 ₰ das Quart. und 1 Nößel Brandtwein, à 7 ₰ ? fac. 31 thlr. 7 gr. 1 ₰.

4) 15 Gänse, 3 davon das Stück zu 9 gr, 4 das Stck zu 11 gr, die übrigen 10 gr. und 4 ₰, dieselbe zu mästen, rechnet er auf jegliche 2 Vsl. Gersten, den Hbt. zu 12 gr. 4 ₰ ? fac. 6 thlr. 32 gr. 6 ₰.

5) 8 Klaffter Holtz kosten mit Accise und Trinck-Gelde das Klaffter Holtz 3 thlr. 6 gr. 4 ₰, 8 Schock 2 Stiege Wasen, à 1 Schock 1 thlr. 3 gr, 3 Mandel Stroh à 6 gr. 4 ₰ das Mandel, Kohlen 25 Säcke, à 9 gr. 6 ₰, den Sack. 42 thlr. 5 gr. 2 ₰.

6) 14 Schock Borstorffer-Aepffel, à 2 gr. 4 ₰ das Schock, 5 Schock 3 Mandel Herrn-Aepffel, à 5 gr. 4 ₰ das Schock, 4 Schock Renetten, à 3 gr. 4 ₰ das Schock, 3 Schock Eyser-Aepffel, à 4 gr. ÷ 2 ₰ das Schock ? fac. 2. thlr. 19 gr. 7 ₰.

7) Zur Vor-Kost weissen Kohl 2 Schock 3 Mandel, à 22 gr. 4 ₰ das Schock, 3 Vierf. 2 Loch Erbsen, à 19 gr. 4 ₰ 2 Vierfaß, 3 Loch Buchweitzen Grütze, à 27 gr. den Hbt. 6 Hbt. 2 Vf. weisse Rüben, à 5 ₰ das Vf.

21 ℔ Habergrütze, à 1 gr. 1 ℔ das ℔, 19 ℔ Hirse à 1 gr. 2 ℔ das ℔? fac. 4 thlr. 17 gr. 1 ℔.

8) 48 ℔ Brenn Oel, à 16 ℔ für einen thlr, Baum-Oel 5 ℔ 1 Viertel, à 6 ℔ für ein thlr. was hat er ausgegeben? fac. 3 thlr. 31 ßℓ 4 ℔.

2) An Flachs soll in einer Haushaltung gekaufft werden für 280 ßℓ 18 gr. 6 ℔, darauf wird genommen 25 Stein 5 ℔, à 7 ℔ zu 1 ßℓ 15 gr, noch 10 Stein, à 5 gr. 7 ℔ das ℔, noch 10 Stein 5 ℔ 2 Vl. à 8 ℔ vor 1 ßℓ 16 gr, für das übrige Geld will man noch etwas gutes von Flachs haben, und wen man solches das ℔ vor 7 gr. haben kann, so fräget sich, wie viel man dessen bekommen? fac. 7 Stein 2 ℔, der Stein zu 30 ℔.

3) In einer Haußhaltung soll gemacht werden 3 Stiege so 4 Viertel breit Heeden Drell, dazu kommt auf die Stiege 7 ℔ 2 Viertel Heede, à 1 gr. 4 ℔ das ℔. davon sind gesponnen 2 Löpfe von einem ℔, der Lopf gerechnet zu spinnen 1 gr. 4 ℔, Mache-Lohn den Leineweber für die Elle 1 gr 2 ℔, den Aufzug, von 22 Löpfe, zu Spulen, à Lopf 1 ℔, zu scheeren überall 1 gr. 6 ℔, zu bleichen 3 Stiege, die Stiege 6 gr. 5 Stiege Heeden in flächsen 1 Elle 1 Vl, breiten Drell, auf die Stiege 6 ℔ 1 Viertel Flachs zu 4 gr. 4 ℔ das ℔, davon kommen 55 Löpfe zum Aufzuge, zu spinnen den Lopf 1 gr. 4 ℔, Heede 5 ℔ auf die Stiege, das ℔ 1 gr. 5 ℔, à 2 Löpfe aus dem ℔, zu spinnen den Lopf 1 gr. 4 ℔, zum Einschlage, Mache Lohn, die Elle 1 gr. 3 ℔, den Aufzug zu spulen, ist der Lopf 1 ℔, zu scheeren überall 3 ßℓ 6 ℔, zu bleichen 5 Stiege, die Stiege 6 gr. It. 7 Stiege 10 Ellen feinen flächsen Drell, à 1 Ell 2 Viertel breit, auf die Stiege 46 Löpfe, den Lop zu spinnen 1 gr. 6 ℔. Mache-Lohn die Elle 2 gr. 4 ℔ zum Aufzuge 20 Löpfe auf die Stiege, zu spulen, à 1 ℔ den Lopf, dazu ist an Flachs kommen auf die Stiege 7 ℔ 2 Viertel, à 6 ℔, vor 1 thlr. zu scheeren 7 gr. 4 ℔, Bleicher-Lohn 6 gr. vor die Stiege.

ge. Item Bet-Drell 1 Stiege 5 Ellen, dazu gehören 36 Löpfe, zu bleichen 23 Löpfe, den Lopf 1 gr, zu blauen, 13 Löpfe, so gewogen 3 ℔, à 6 gr. das ℔, das Mache-Lohn die Elle 4 gr. 4 ₰, zu spulen überall 3 gr. 5 ₰, zu scheeren 4 gr. 1 ₰, Flachs 9 ℔, à 5 gr. das ℔, grob Heeden-Leinewand 1 Elle 1 Viertel breit, 6 Stiege 10 Ellen, auf die Stiege 14 Löpfe Spinne-Lohn, 1 gr. 4 ₰ den Lopf, dazu Heede auf die Stiege 6 ℔ 2 Viertel, das ℔ 1 gr. 2 ₰ Mache-Lohn die Stiege 12 gr, zu spulen auf die Stiege 6 Löpf, à 1 ₰, zu scheeren überall 5 gr. 6 ₰, 1 Hl. zu bleichen 6 gr. die Stiege. Grob Flächsen-Leinewand 1 Elle 2 Viertel breit, 4 Stiege, 23 Löpfe auf die Stiege, zu spinnen, den Lopf 1 gr. 3 ₰, dazu Flachs auf die Stiege 11 ℔, à ℔ 4 gr. 4 ₰. Mache-Lohn die Stiege 18 gr, zu spulen auf die Stiege 12 Löpfe, à Löpf 1 ₰, zu scheeren 3 gr. 4 ₰, und zu bleichen, à 6 gr. die Stiege. Item fein Leinewand 1 Ell 2 Viertel breit, 6 Stiege 15 Ellen, dazu 36 Löpfe auf die Stiege, à Lopf zu spinnen 2 gr, wozu 4 ℔ 2 Vl. Flachs, à 8 gr. das ℔. Mache-Lohn die Ell 2 gr. 4 ₰, zu spulen auf die Stiege 2 gr. 4 ₰, zu scheeren überall 4 gr. 4 ₰, und zu bleichen 6 gr. die Stiege. Item blau in weiß Leinewand 1 Ell 2 Viertel breit 3 Stiege, dazu auf die Stiege 22 Löpf, als 11 Löpfe weiß Garn, den Lopf zu spinnen 12 ₰, an Flachs 9 ℔ 2 Vrl. à 5 ßℓ das ℔ zu bleichen, 11 Löpfe, à Lopf 1 ßℓ zu blauen 11 Löpffe wägen 2 ℔ 2 Vrl. à 3 ßℓ 4 ₰ das ℔, Mache-Lohn à Stiege 24 ßℓ zu spuhlen, auf die Stiege 1 ßℓ 3 ₰, und zu scheeren überall 5 ßℓ 1 ₰, was ist davor ausgegeben, was kommt von jeglichen die Ell? Fac. Vor solches Leinewand ist ausgegen und kommet die Elle

des ersten	3 ßℓ	2 ₰	1 Hl.
des andern	3 ßℓ	7 ₰	1 Hl.
des dritten	9 ßℓ	2 ₰	
des vierten	8 ßℓ	2 ₰	

des fünfften	2 ℔	3 ß	1 Hl.
des sechsten	5 ℔	3 ß	
des siebenden	8 ℔	5 ß	
des achten	4 ℔	1 ß	

Insgesamt kostet es 120 thlr. 25 ℔–ß

4) Zu Aussteuer einer Tochter sollen angeschaffet werden.

(1) Ein Braut-Bette zu den Pfühlen und Unter-Betten Boltendrell 1 Stiege 5 Ell, die Ell gerechnet zu 13 ggr. 4 ß, zum Ober-Bette und 4 Haupt-Küssen 26 Ell Parchen, die Ell 20 ggr. 78 ℔ 2 Viertel Federn, à 6 ggr. 4 ß das ℔, 18 ℔ Pflaum-Federn, à 8 ggr. das ℔, dazu ein paar feine Braut-Lacken, 7 Ellen lang das St. und von 3 breiten, nebst 4 paar Küßbühren, à 6 Ellen zum Paar, die Elle des dazu gebrauchten Leinewands zu 10 ggr. die Bettsponde zu 6 thlr. zu Guardinen und Bezug von Cosian zu 30 Ellen, à 11 ggr. die Elle.

(2) Ein Volck-Bette, Pfühle und Unter-Bette 17 Elle Drell, à 5 ggr. 6 ß die Elle, 26 ℔ Federn zu 5 ggr. das ℔, das Ober-Bette ist mit Federn und Einleide, nebst den Kopff-Küssen alt gekaufft vor 2 thlr. 9 ggr, die Bettzüge aber dazu von blau in weisser Leinewand zu 16 Elle 2 V. gemacht, à 3 ggr. 8 ß die Elle.

(3) An Tischler Arbeit 2 Commoden zu 16 thlr. das Stück, 1 dutzend Englische Stühle zu 1 thlr. 8 ggr. das Stück, und 2 Sessel, à 2 thlr das Stück, hiezu ein dutzend und 2 Polster von Mohr, à 3 thlr. 5 ggr. das Stück.

(4) An Linnen Geräthe 3 paar, nechst den feinen Bett-Lacken zu 7 Ellen lang das Stück von 3 breiten, und zu jeden paar Bett-Lacken 2 paar Küßbühren, à 6 Ellen das Paar, die Elle Leinewand, à 7 ggr. 6 ß, noch 6 paar ordinaire Bett-Lacken zu 5 Ell 2 Vrl. lang, in 3 breiten, nebst 2 paar Küßbühren, zu jeden paar Bett-

Lacken

Lacken, à 6 Elle das Paar, von Leinewand zu 3 ggr. 2 ₰ die Elle, noch grobe Volcke-Bett-Lacken 6 paar, zu 4 Elle 2 Vrl. zu 2 breiten, zu 1 ggr. 8 ₰ die Elle, zwey feine Tafel-Lacken, nebst 4 dutzend Servitten, zu den beyden Tafel-Lacken 40 Elle, und zu jede Serviette 1 Elle 2 Vrl. Dammast-Drell zu 13 ggr. die Elle, dabey 6 feine Tisch-Tücher zu 10 Elle das Stück, bey jegliches 1 dutzend Servietten zu 1 Elle 3 Vrl. das Stück, die Elle Drell zu 9 ggr, 2 dutzend ordinaire Tisch-Tücher, zu 7 Ellen das Stück, 2 dutzend ordinaire Tisch-Tücher, zu 7 Ellen das Stück, 6 dutzend ordinaire Servietten, à 1 Ell 3 Vrl. das Stück 4 ggr. 9 ₰ die Ell, noch 1 dutzend schlechte Tücher, zu 5 Ell das Stück, à 3 ggr. die Ell 2 dutzend ordinaire Hand-Tücher, à 5 Ell Drell zu den Stück, à 2 ggr. 8 ₰, die Elle Küchen-Handtücher 2 dutzend, à 5 Ell Drell zu dem Stücke, und die Elle zu 2 ggr, feine Handtücher 1 dutzend, zu 5 Ellen das St. und die Elle 6 ggr. 8 ₰, zu Hemdern ist verschnitten 9 Stiege zu 4 ggr. die Elle Leinewand, 2 dutzend Neßeltuchen Halstücher, zu 1 Ell 3 Vrl. das Stück, die Elle Nesseltuch 9 ggr. 6 ₰, zu Schnubtüchern 1 Stiege 16 Ellen, die Stiege zu 5 thlr, zu 2 dutzend Schürtzen 4 Elle ÷ 2 Vrl. 1 Halbvrl. zum Stücke die Elle Leinewand zu 6 ggr.

(8) Zum Braut-Kleide 38 Elle Rasimore zu 1 thlr. 8 ggr. die Elle, Schneider-Lohn, Seide 1 thlr. 12 ggr, die Schnur-Brust 3 thlr. 12 ggr, den Brust-Latz 4 thlr, 6 Kanten zu Kopf-Zeuge und andern Gebrauche 24 Elle, à 2 thlr. die Elle, Zähnigens 10 Elle, à 9 ggr. 6 ₰, die Ell Cammer-Tuch 5 Ell, à 1 thlr. 20 ggr. die Elle.

Dazu ist sonst noch verunkostet 50 thlr. Ist die Frage: was solche Aussteuer kommen? Facit 803 thlr. 16 ggr. – ₰.

5) Ein Leineweber hat die Woche gemacht 2 Stiege Leinewand, für die Elle 1 ge 2 ₰. Wenn er nun 2 Ge-

sel-

sellen sitzen hat, davon einer 1 Stiege 15 Elle abgemachet, die Elle zu 1 gr. 4 ₰, der andere aber 1 Stiege 12 Ellen, die Elle zu 1 ₰ 7 ₰. Mache-Lohn, so bekomt er von jeglichen den dritten Theil seines Verdienstes. Ist die Frage: was er erworben? Fac. 2 thlr. 15 ₰ 4 ₰.

6) Ein Tischler arbeitet mit 3 Gesellen in einen Hause, und verdienet ein jeglicher des Tages 12 ₰, so ist die Frage: was er die Woche herdurch erwerben könne, wenn er den ersten Gesellen die Woche 24 ₰ dem andern 21 ₰, den dritten 18 ₰ Woche-Lohn giebt, und auf die Kost alle Tage 7 ₰ für jedweden rechnet? Facit — thlr. 29 ₰ — ₰.

7) Ein Lohgerber hat zur Ochsen-Zeit angeleget 362 thlr. 18 ₰, für 2 Zimmer, 2 Decher Ochsen-Häute, wie hoch kommen ihn 1 Decher, 4 Stücke zu stehen? Facit so thlr. 27 ₰.

8) Ein Apothequer machet eine Latwerge, davon sind die Ingredientien Sambuce 4 ℥, à 4 ₰ die ℥ Pulver. corticis peruvianæ 6 ℥, à 8 ₰ die ℥, Pulvis Rhabarb. 6 ℥, à 24 ₰ die ℥, Florum charmomillorum 1 ℥, à 1 ₰ die ℥, Extract centari minoris 1 ℥ zu 6 ₰, Julep rosarum 1 ℥, à 1 ₰, dazu nimt er ein Glaß zu 4 ₰, vor die Latwerge zu mischen 1 ₰, was bringets? Fac. 27 ₰ 5 ₰.

9) Ein Zimmerman soll Anschlag machen, was ein vorhabender Bau kosten werde, da nun die benöthigten Materialien an Tannen-Holtze 16 Balcke von 60 Fuß, 3 thlr. 12 ₰ das Stück, 24 Balcken von 40 Fuß 2 thlr. 8 ₰ das Stück, ein Schock Heydsparren, à 15 ₰ das Stück, an Eichen-Holtz, Sül-Holtz, Stender-Holtz, Band-Holtz, Thon 60 Fuder, à 10 ₰ das Fuder, Kalck 9 Fuder, à $3\frac{1}{2}$ thlr, das Fuder Gips 2 Wl. 3 Schl. 6 Hbt. à 4 ₰ den Himbten, Mauer-Steine 2 tausend 4 hundert und 75 Stücke, à thlr. 9: 20 ₰, das hundert 15 geschliffene Bölysche Platen-Steine 64 Stück,

Stück, à 6 ßl das Stücke, Dannen-Latten 56 Schock, à 2 thlr. 3 ßl, das Schock Ziegel-Steine 3 tausend 4 hundert ÷ 25 Stück, à 1 thlr. 7 ßl das hundert, 3 eiserne Ofen, à 3 Ctr 57 ℔, das Stück 2 thlr. 18 gr. den Ctr, an Arbeits-Lohn 6 Zimmer-Gesellen 75 Tage, à Tag einem jeglichen Tage-Lohn 9 ßl, Bier-Geld, à 2 ßl 4 ß, Mauer-Arbeit 3 Gesellen, à 29 Tage, à 9 ßl Tage-Lohn, und den Tag vor jeglichen Bier-Geld, 2 ßl 4 ß den Tag, und einen Hand-Langer, à 6 gr. und 2 ßl 4 ß Bier-Geld den Tag, 4 Lementirer 69 Tage, à 6 ßl, und 2 ßl 4 ß Bier-Geld vor jeglichen, vor 120 Fach Fenster, à 18 ßl das Fach, Schlosser-Arbeit zu 30 thlr, Tage-löhner-Lohn, und sonsten Unkosten zu 23 thlr. 18 ßl, was bringts? Fac. 1008 thlr. 24 ßl 2 ß.

10) Ein wolhabender Schneider kaufft in Vorrath 250 ℔ Fischbein, à thlr. 116 24 ßl, das 100 ℔ 30 Lt. schwartze gezwirnte Seide 14 Loth, rothe 18 Lt. grüne 27 Lt. blau 14 Lt. gelbe, à Lt. 8 ßl, schwartzen Zwirn 2 Löpfe 5 hundert, allerley andern Zwirn, à 1 ßl 4 ß das hundert, 500 allerley Neh-Nadeln, a 3 ßl 4 ß das hundert, was hat er angewandt? fac. 316 thlr. 3 ßl-ß.

11) Ein reicher Schuster kauffet in Vorrath 3 Ctr 17 ℔ Hamburger Pfund-Leder, a 6 ßl das ℔, 10 Packen Corduan wägen 205 ℔, a 24 ßl das ℔, 2 Dosin 4 St. gelben Syrian, a St. 34 ßl 4 pf. 200 ℔ Englisch Kalb-Leder, a 11 ßl 4 pf. das ℔, was thuts? fac. 287 thlr. 8 ßl-pf.

12) Einen Lackenmacher wird geliefert Wolle 47 Stein 6 ℔, a 1 thlr. 13 ßl 4 pf. den Stein, 56 Stein 5 ℔, a 1 thlr. 10 ßl 6 pf. den Stein, 84 Stein 8 ℔, a 1 thlr. 19 ßl den Stein, 39 Stein 9 ℔, a 1 thlr. 25 ßl 7 pf. den Stein, was bringts? fac. 336 thlr. 20 gr. 4 pf.

13) Ein Schlösser hat bey einem Eisen-Factor eine Rechnung auf 24 thlr. 6 gr. vor Eisen stehen, zu 3 thlr. 12 gr. den Ctr gerechnet, noch bey einem andern 15 thlr. 10 gr.

10 gr. a 3 thlr. 12 gr. den ℔, wie viel hat er Eisen davor empfangen? fac. 11 ℔ 95 ℔.

14) Ein Kirschner hat in Vorrath 16 Zimmer, 2 Decher, 1 Stück Grau-Werck, a 58 thlr. 12 gr. den Zimmer, 4 Zl. 3 Decher, 5 Stl. Zobeln, a 53 thlr. 16 gr. 4 pf. den Zl. 2 Zl. 3 Dl. Arminen, a 3 thlr. 12 gr. den Zimmer, 24 Zimmer 1 Dechl. 2 Stück Marders, a 43 thlr. 12 gr. den Zimmer, was bringts? Facit 2286 thl. 26 gr. 3 pf. 1 Hl.

15) Ein Nadeler kaufft ein 9 dutzend 7 paar Schuh-Schnallen, a 1 thlr. 6 gr. das dutzend, noch 2 dutzend 6 paar Hand-Knöpffe, a 15 gr. 4 pf. das dutzend, 17 dutzend 8 Stücke Wasser-Bley, a 3 gr. das dutzend, 3 dutzend 6 Stücke Feder-Messer, a 30 gr. 4 pf. das dutzend, Eisendrath 3 ℔ 57 ℔, a 7 thl. 16 gr, den ℔ Kupfer-Drath 2 ℔ ÷ 9 ℔ 1 H℔, a 42 thlr. 27 gr, Messings-Drath 4 ℔ 19 ℔, a 29 thlr. 12 gr. den ℔, 1 Faß Pulver zu 1 ℔ 10 ℔, den ℔ a 14 thlr. 9 gr, was bringets? Fac. 262 thl. 14 gr. 6 pf.

16) Ein Zinn-Giesser hat in Vorrath 1625 thl. 31 gr. 2 pf. solche will er in seiner Nahrung wenden, kauffet deswegen Englisch Zinn 6 St℔, 10 L℔ 4 ℔, a 77 thl. 28 gr. das St℔, gemein Zinn 15 St℔ ÷ 4 L℔ 7 ℔, a 71 thlr. 34 gr. das St℔, vor den Rest Bley, a 2 thlr. 16 gr. den ℔, wie viel hat er dessen bekommen? fac. 23 ℔.

17) Ein Gold-Schmidt kauffet alt Silber 3 ℔ 14 Loth, a 16 gr. das Loth, noch 4 ℔ 2 Unt̃z det. a 20 gr. das Lt, und 7 ℔ 3 Lt. ausgebrannt Silber, a 24 gr. das Loth, was muß er bezahlen? fac. 142 thlr.

18) Ein Wein-Schencke empfähet am Rhein-Wein 3 Fuder, 4 Ahm, 5 Stübgen, a 15 thlr. die Ahm, noch 6 Fuder, 4 Ahm, 2 Stübg. a 13 thlr. 12 gr. die Ahm, noch 8 Fuder, 2 Ahm, 9 Stübg. a 22 thlr. 18 gr. die Ahm, noch 4 Fuder, 2 Ahm, 3 Stübg. a 16 thlr. 24 34 gr. die Ahm. Wen er nun 30 Fuder voll haben will,

will, und dazu noch einen Wein verlanget, so die Ahm 18 thlr. 12 gr. zustehen kommet, so fräget sich, wie viel er in allen bezahlet? Fac. 3191 thlr. 29 gr. 2 pf.

19) Inventarium meines Vermögens von mir Günzel Friedrich Schmidt richtig verzeichnet.

(I) An eigenthümlichen Gütern.

Mein Wohn-Hauß auf der breiten Strasse zu 3000 Thaler.

(II) An Species-Gelde.

An Species Ducaten 103 St. a 2 thlr. 24 gr. An Species Thalern 430 thlr. a 1 thl 12 ge. An alten Dritteln 250 St. a St. 26 gr. Medailen Stück 30, wägen 16 Stl. jegliches 3 Lt. 4 Stück jeglichs 10 Lt. 10 Stück jegliches 2 Lt, das Lt. rechne zu 30 ge.

(III) An Silber-Geschirr 2 silberne zierl. verguldete Schalen, wäget eine 2 ℔ 8 Lt. die andere 2 ℔ 9 Lt. 3 ql, das Loth rechne zu 22 ge.

Vier silberne Leuchter wägen nebst der Lichtschneutze 9 ℔ 7 Lt. 2 ql, das Lt. zu 20 ge.

Ein Præsentier-Teller 27 Lt. à 20 ge das Loth.

Vier zierl. verguldete Saltz-Fässer ein jegliches 8 Lt, à 22 ge das Loth.

Zwey dutzend und 6 silberne Löffel, das Stück von 4 Lt. das Lt. gerechnet zu 20 ge.

Ein silbern Thee-Topf nebst den Lampgen zu 3 ℔ 14 Loth.

Eine silberne Coffee-Kanne zu 2 ℔ 12 Lt.

Ein dutzend silberne Tee-Löffel, das St. von 2 qz.

Ein silbern Thee-Bret, à 18 ℔ 14 Lt, das Lt. insgesamt gerechnet zu 20 ge.

(IV) An Zinn, Kupffer und Meßing.

1 Ctr 14 ℔ Englisch Zinn, à 28 thlr. 18 ge den Ctr.
2 Ctr ÷ 17 ℔ gemein Zinn, à 22 thlr. 6 ge den Ctr.
3 Ctr 76 ℔ Kupfer, à 28 thlr. 12 ge den Ctr.
1 Ctr 7 ℔ Meßing, à 41 thlr. 6 ge den Ctr.

(V) An Mobilien. 3 dutzend Englische Stühle, à 1 thlr. 18 ßl das Stück.

2 grosse Imperial-Bette, das eine zu 125 thlr. das andere zu 216 thlr. 24 ßl.

Andere gemeine Betten rechne zu 324 thlr. 12 ßl, das übrige Haus-Geräthe zu 230 thlr.

(VI.) An Linnen, ausser was täglich gebrauchet wird; an Drellen Tischzeuge. 2 grosse Tafel-Lacken, à 1 Stiege 4 Ellen das St. dazu 4 dutzend Servietten, jede zu 1 Elle 2 Viertl, und bey jedes Tafel-Lacken 1 Tisch-Tuch, zu 7 Ell. die Stiege, rechne zu 5 thlr. ungeschnitten Drell 123 Stiege 14 Ell, zu 8 ßl 4 ₰ die Ell.

An schlechten Drell 30 Stiege 5 Ell, die Stiege genechnet zu 3 thlr. 18 gr. An Gardinen und sonsten unangeschnittenen Leinewand 54 Stiege 13 Ell, die Stiege eines gegen das andere zu 3 thlr. 32 ßl.

(VII) An Waaren, Lein-Oel 7 ℔ 57 ℔, à 8 thlr. 11 ßl 2 ₰ den ℔.

Lissabonisch Oel 7 Piepen den ℔, zu 14 thlr. 23 ßl 2 ₰.

Rübe-Oel 54 ℔ 19 ℔, den ℔ zu 7 thlr. 15 ßl.

Berger-Tran 7 Last 2 Tonnen, die Tonne netto rechne zu 3 ℔ 26 ℔, den ℔ 5 thlr. 33 ßl 6 ₰. Bereitete Ochsen-Haute 4 Zimmer 1 Decher 7 Stück, à 213 thlr. 12 ßl den Zimmer, 24 Stück Klipfisch wägen 930 ℔, das 100 ℔ zu 3 thlr. 4 ßl 4 ₰, 43 St. weiße Käse wägen 1290 ℔, das 100 ℔ zu 2 thlr. 28 ßl, 3 Last 9 Tonnen Hering, die Tonne gerechnet zu 5 thlr. 18 ßl.

(VIII) An Schulden, laut meines Schuld-Registers insgesamt, sowol hier als ander Orten ausstehen 2971 thlr. 14 ßl 2 ₰.

An Gegen-Schulden habe zu bezahlen.

1) An Claus Hofern 4623 thlr. Banco-Geld, à 1 thlr. 13 gr. 4 ₰.

2) An Jürgen Treulieb vor 7 Piepen Lissabonischen Oel, à 13 thlr. 2 ßl 2 ₰ den ℔.

3) An

3) An Hans Michels vor 2 Zimmer, 3 Decher, 5 5 St. Ochsen-Häute, den Decher zu 17 thlr. 28 ßr.

4) An Jochen Ohlmann vor 2 ℔ 19 ℔ Tran, den ℔ 5 thlr. 33 ßr.

5) An Peter Hölff 9 ℔ 14 ℔ Lein-Oel, den ℔ 6 thlr. 12 ßr.

6) An Jacob Haußmann 420 ℔ Klipfisch, à 100 ℔ 2 thlr. 28 ßr. An dito vor 2 Last 6 Tonnen Hering, die Tonne zu 5 thlr.

7) An Heinrich Habegeld einen Wechsel-Brieff von 534 Ducaten, jeden zu 2 thlr. 25 ßr in doppelten Dritteln.

8) An jährlichen Zinsen an Claus Höfern von 7 Jahren 67 thlr. 12 gr.

9) An Erb-Zinsen von meinem Hause von 7 Jahren, jährlich 1 thlr. 12 ßr 4 ₰.

Von Garten 9 und 1 halb Jahr, das Jahr 13 ßr 4 ₰, was ist das Netto meines Capitals? Facit 5397 thlr. 35 ßr 5 ₰.

CAPUT VI.

Von der Probation der Exempel aus der Regula detri.

§. 1. Die Exempla der Regulæ detri werden probiret.

Erste Weise ein Exempel aus der Regula detri zu probiren.

1) Wen man die hinterste Zahl forne, das Facit mitten, und die forderste Zahl hinten setzet, und die mittelste Zahl wieder kommt, so ist das Exempel recht ausgearbeitet. Wen man aber die mittelste Zahl forn, die

forderste mitten, das Facit hinten setzet, so muß die hinterste Zahl des Exempels kommen. Setzet man das Facit forne, die hinterste Zahl mitten, und die mittelste Zahl hinten; so muß die forderste Zahl kommen. Dem weil die vierdte Zahl sich zu der dritten verhält, wie die andere zu der ersten, so muß die andere sich zu der ersten, wie die vierdte Zahl zu der dritten verhalten.

Andere Probe.

§. 2. Wen auch das Product von der ersten Zahl mit der vierdten gleich ist dem Producte von der andern Zahl mit der dritten multipliciret, so ist das Exempel recht gemacht. Als wen ihr probiren wollet, ob 100 ℔ zu 5 thl. 20 ß, gegen 855 ℔ 47 thlr. 18 ß zum Facit bringe; so multipliciret 47 thlr. 18 ß mit 100, sind 4750, und 5 thl. 20 ß mit 855, sind auch 4750, das ist: 47 thlr. 18 ß das rechte Facit.

Dritte Probe.

§. 3. Oder: wen die vierdte Zahl durch die dritte dividiret, eben das Quotum bringet, welches heraus kommet, so man die andere durch die erste theilet, so ist recht operiret. Als dividiret 5 thlr. 20 ß in 100, kommet 2, desgleichen: 47 thlr. 18 ß in 855, kommen abermals 2.

Vierdte Probe.

§. 4. Wen die dritte Zahl durch die erste dividiret wird, so muß eben das kommen, wen man die vierdte durch die andere Zahl dividiret. Als dividiret 855 in 100, kommen $8\frac{11}{20}$, und 47 thlr. 18 ß, dividiret in 5 thlr. 20 ß, kommet auch $8\frac{11}{20}$.

Fünffte Probe.

§. 5. Herr Clausberg hat auch gezeiget, wie man ein Exempel der Regulæ detri durch seine Probe-Zahl (1, 1, 2, 19.) untersuchen soll. Diesen Unterricht kürtzlich hieher zu setzen, so kommen hier 2 Fälle vor. Der

erste

erste ist, so alle Termini von einer Benennung sind, alsdenn suchet man die Probe-Zahl von jeglichen Termino, und multipliciret die Probe-Zahl des ersten und letzten termini und die Probe-Zahlen der mittelsten; so denn die Producte gleich, so ist das Exempel recht gemacht. z. E. 15 Ell — 5 thlr. — 12 Ellen, so ist die Probe-Zahl des ersten Termini 4, des andern Termini 5, des dritten Termini 10, des vierdten Termini 7; darum multipliciret 4 mit 7, ist 28, das ist zur Probe-Zahl 6, und 10 mal 5 ist 50, das ist zur Probe Zahl auch 6; darum ist das Exempel recht gemacht. Der andere Fall ist, so etliche, oder: alle Termini mehrbenahmt sind. Alsdenn suchet man erstlich die Probe Zahl aus der größten Benennung, solche machet man zu der kleinern Benennung, und suchet aus dem Product die Probe-Zahl zu derselben, addiret die Summa der ungeraden Stätten-Zahl der kleinern Benennung, und ziehet von der Summa die Zahl der geraden Stätte der kleinern Benennung, und so fahret fort bis zu der kleinesten Benennung. Folglich multipliciret die erste und vierdte, und die andere und dritte Probe-Zahl, so denn die Producta gleich, ist das Exempel recht gemacht. z. E. Die Zahlen sind.

100 ℔ — 5 thlr. 20 ß — 855 ℔ — 47 thlr. 18 ß

so ist von 100 ℔ die Probe-Zahl 1, von 5 thl. die Probe-Zahl 5, und 5 thlr. — 180 ß, davon die Probe-Zahl 4 ß, ziehet davon ab 2 ß, als die Zahl der geraden Stätte von 20 ß, bleiben 2 ß. Von 855 ist die Probe-Zahl 8, von 47 thlr, ist sie 3, ist 108 ß, davon die Probe-Zahl 9 ß, dazu 8 ß, als die Zahl der ungeraden Stätte von 18 ß, ist die Probe-Zahl 6, davon 1, als die Zahl der geraden Stätte von 18 ß, ist 5 ß. Sind also die Probe-Zahlen 1, 2, 8, 5, und weil 1 mal 5 ist 5, und 2 mal 8 ist 16, das ist zur Probe-Zahl auch 5, so ist das Exempel recht gemacht.

Dritte Eintheilung.

Von der Arithmetica vulgari in gantzen und gebrochenen Zahlen.

Erster Abschnitt.

Von Verhalt der Zahlen gegen einander in unbenahmten Brüchen.

CAPUT I.

Von der Brüche Ursprung, und Beschaffenheit insgemein.

Von der Brüche Nahmen.

§. 1. Die gebrochene Zahlen haben unstreitig ihren Nahmen von Brechen, oder: Theilen; weil sie anzeigen, daß ein gantzes in gewisse Theile gebrochen, oder: getheilet worden. Brüche heissen auch Minutiæ, weil dasjenige, was sie benennen, weniger als ein Gantzes ist.

Was ein Bruch sey.

§. 2. Ist also eine gebrochene Zahl, dieselbe, die nahmhafft machet, wie viel Theile von einem gantzen einer gewissen Grösse zugetheilet worden, oder: so anzeiget, das hinweggenommene von einem gantzen, so einen, oder: etliche Theile desselben enthält. z. E. $\frac{2}{3}$ zeiget an, daß man in einen vorhandenen Fall von drey gleichen Theilen eines Gantzen zwey habe.

Vom Ursprunge der Brüche.

§. 3. Derowegen ist der Verhalt einer grössern Zahl gegen eine kleinere der Ursprung aller Brüche.

Denn

Denn wen man die grössere Zahl gegen eine kleinere hält, das ist: die kleinere in die grössere dividiret, so muß das Quotum nothwendig weniger den 1 seyn. Denn wen es eben so groß wäre, so wäre der Divisor dem Dividendo gleich; wäre aber das Quotum grösser denn 1, so müste der Divisor kleiner seyn, als der Dividendus. Nun aber ist nach der Aufgabe der Divisor grösser, als der Dividendus; darum entstehet ein Bruch, so man eine grössere Zahl gegen die kleinere hält. (Vorb. §. 3.) Und folglich ist der Verhalt einer grössern Zahl gegen eine kleinere der Ursprung aller Brüche. z. E. $\frac{3}{4}$ ist ein Bruch, da 3 durch 4 getheilet. 4 ist die grössere, 3 aber die kleinere Zahl. 3 enthält 4 nicht völlig in sich. Wen man nun die Zahl anzeigen soll, so gefunden, wen man 3 in 4 theilet, so spricht man: 3 durch 4 getheilet, sey 3 Viertel, oder: ein Gantzes dreymal genommen, und durch 4 getheilet.

Wie man sich einen Bruch am füglichsten vorstellen kann.

§. 4. Sind also alle Brüche nichts anders, als Quotienten von einer kleinern Zahl in eine grössere dividiret, und man kann sich einen Bruch am füglichsten vorstellen, als einen Theil, der heraus kommt, wenn man die kleinere Zahl (3) der gantzen Dinge, (Ellen) durch die Anzahl ihrer Theile (4) dividiret; denn wen eine kleinere Zahl (3) in eine grössere (4) getheilet, so kann der daher entstehende Theil keine grössere Zahl seyn, (§. 2.) und also ist ein Bruch nichts anders als der Quotiente, so heraus kommet, wen man eine kleinere Zahl in eine grössere dividiren soll.

Daß ein Bruch eine eingetheilte Einheit sey.

§. 5. Diesemnach ist ein Bruch keine gantze Zahl, sondern weniger denn 1, und also dem Gantzen entgegen gesetzt; denn wie das gantze aus ungetheilten Einen be-

stehet, also bestehet der Bruch aus einer getheilten Einheit, wen dieselbe sonst untheilbahre Einheit, als ein gantzes betrachtet wird.

Daß 1 das Gantze eines Bruches sey.

§. 6. Und ist also das Gantze eines Bruches nicht eine Zahl, sondern ein gantzes, wofür die Einheit gesetzet wird. Denn wen man $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ multipliciret, so kommen $\frac{1}{2}$. Gesetzt nun, daß diese Brüche Theile einer Zahl, als 120 wären, so folget, daß $\frac{2}{3}$ dieser Zahl multipliciret, 60 ausmachen würden, welche gleich $\frac{1}{2}$ der Zahl 120. Aber da $\frac{2}{3}$ aus 120, sind 80, und $\frac{3}{4}$ aus eben der Zahl 90, so kommet aus der Multiplication dieser Zahlen nicht 60, sondern 7200; darum ist bekannt, daß die Brüche nicht die Theile einer Zahl, sondern die Theile eines gantzen, wofür die Einheit gesetzet wird.

Von der Brüche Zähler und Nenner.

§. 7. Aus dem vorhergehenden erhellet, daß man sich von einem Bruche eine gedoppelte Vorstellung machen müsse. Eine von der Zahl, so getheilet wird, die als ein Gantzes anzusehen. Die andere von der Zahl, durch welche die Zahl des Gantzen getheilet wird. Und gehören also zu jedweden Bruche zwey Ziffern, deren eine machet kund die Zahl, in welche das Gantze getheilet ist, und die heisset man den Nenner, weil sie den Nahmen der Zahl, worinn die Eintheilung geschehen, benennet. Die andere zeiget an, wie viel Theile des Gantzen man zählet, und heisset der Zähler.

Was Monadica fractio sey.

§. 8. Wen der Zähler im Bruche 1 ist, so heisset der Bruch Monadica fractio. Wen solche aber eine Zahl, so mehr Unitæten begreifft, ist, so nennet man ihn Numeratam fractionem.

Welche Brüche Synonymæ und Hæteronymæ.

§. 9. Wen zweyer Nenner Zahlen einerley sind, so heissen sie Brüche gleicher Benennung: Synonymæ, oder Cognonymæ. z. E. $\frac{1}{6}$ und $\frac{5}{6}$. Sind die Nenner aber unterschiedlich, so nennet man sie Brüche ungleicher Benennung, oder: Heteronymas. z. E. $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{8}$.

Was eigentlich also genannte, und uneigentliche Brüche seyn.

§. 10. Weil die Brüche von dem Verhalte einer grössern Zahl gegen die kleinere ihren Ursprung haben, (§.2.) so sind eigentlich also genannte Brüche die, da der Zähler kleiner, als der Nenner. Als $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; wenn aber der Zähler und Nenner gleich, , als: $\frac{4}{4}$ und $\frac{5}{5}$, oder: der Zähler grösser als der Nenner, als: $\frac{5}{4}$ und $\frac{2}{8}$, so sind es uneigentlich genannte Brüche, oder: Fractiones spuriæ s. mixtæ.

Was die ersten, und Brüche von Brüchen sind.

§. 11. Wen aus dem Verhalte einer gantzen Zahl gegen die andere ein Bruch entstehet; so nennet man solches die ersten Brüche. Als 2 in 3, ist $\frac{2}{3}$. Wen nun aus dem Verhalt eines Bruches gegen den andern ein neuer Bruch entstehet, so nennet man solchen Derivatam, oder Brüche aus, oder: von Brüchen. Als $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$, ist $\frac{1}{8}$.

Was Homo-und Heterogenische Brüche sind.

§. 12. Wen Brüche zu einerley Verhalt können referiret werden, so heissen sie Homogeneæ. z. E. $\frac{3}{6}$ und $\frac{2}{4}$. Wen sie aber nicht zu einerley Verhalt können referiret werden, so heissen sie Heterogeneæ $\frac{3}{7}$ und $\frac{5}{8}$.

CAPUT II.

Von Numeriren in Brüchen.

Beschreibung der Numeration in gebrochenen Zahlen.

§. 1. Numeriren in Brüchen lehret, wie man solche schreiben, aussprechen, ihren Werth anzeigen, und von andern Brüchen unterscheiden soll.

Wie man die Brüche schreibet.

§. 2. Die Brüche schreibet man also, daß man die Zahl, so den Nahmen der theilenden Zahl anzeiget, das ist: den Nenner, unten, und die andere Zahl, so die Zahl der Theile des gantzen nahmhafft machet, das ist: den Zähler darüber setzet, und ein Strichlein zwischen beyde ziehet. Als wen man schreiben will, 4 getheilet durch 5, so stehet es also: $\frac{4}{5}$; da 5, als die theilende Zahl unten, und 4, als die zutheilende Zahl darüber stehet, und beyde durch ein Strichlein unterschieden werden. Oder: man kann auch diese Zahlen zu unterscheiden den Nenner mit einer kleinen Ziffer oben vor den Zähler setzen, ${}_4{}^5$, das wäre eben so viel, als $\frac{4}{5}$. Vid. Poëtium in Arithm.

Exempla zur Ubung. Schreibet: zwey drittheil. Füuff siebentheil. Vier neuntheil. Drey eilftheil. Siebenzehn zwantzigtheit. Vier und zwantzig fünff und dreißigtheil. Funffzig ein und siebenzigtheil. Ein hundert vierzehen, drey hundert und dreytheil. Hundert neun und zwantzig, sechszehen tausend und vierzehentheil.

Wie man gantze Zahlen mit Brüchen schreibe.

§. 3. Ist aber eine gantze Zahl mit einem Bruche verbunden, so schreibet man den Bruch zur rechten Hand neben die gantze Zahl. z. E. Man will schreiben: Sechs drey-

dreyviertel, so schreibet erstlich 6, und zur Rechten darneben $\frac{3}{4}$, ist $6\frac{3}{4}$. Zur Ubung schreibet: acht sieben neuntheil. Vier und zwantzig und fünff sechstheil. Dreyhundert, und vier und viertzig, einhundert und dreyzehen hundert und zwantzigtheil.

Wie man geschriebene Brüche solle aussprechen.

§. 4. Die Aussprechung der Brüche anlangend, so, beruhet dieselbe auf dem Grunde, daß die unterste Ziffer die Theile des Gantzen benennet, und die oberste Ziffer die Anzah! der Theile des Gantzen anzeiget. Daraus fliesset folgende Regul.

1) Sprechet zu erst die oberste, hernach die unterste Ziffer.

2) Setzet das Wort: Theil zu der untersten Zahl. z. E. Wie spricht man aus: $\frac{6}{7}$. Sprechet erst 6, hernach 7, und setzet zu 7 das Wort: Theil, so heissets: sechs siebentheil.

Was der Wehrt eines Bruches sey.

§. 5. Der Werth eines Bruches ist nichts anders, als dessen Eigenschafft, nach welcher ein Bruch, entweder dem gantzen, oder: einem andern Bruche gleich, oder kleiner, oder: grösser als dieselben geachtet wird.

Worauf man bey Erforschung des Wehrts eines Bruches zu sehen.

§. 6. Den Werth eines Bruches muß man nicht allein aus einer von dessen Zahlen, sondern aus beyden zugleich erkennen. Denn ein Bruch ist nichts anders, als eine benahmte Zahl; sintemal die ungleiche Benennung der Theile, welche die Brüche zählen, ihre Ungleichheit anzeiget; darum muß sowol Zähler als Nenner in Betrachtung gezogen werden, wenn man den Werth eines Bruches erforschen will.

§. 7.

§. 7. **Diesemnach ist ein jeder Bruch ein, oder: etliche Theile seines Nenners, welcher: oder welche von demselben Nenner benennet werden.** z. E. $\frac{3}{4}$ ist der dreymal vierdte Theil der 4. Denn ein Bruch ist nichts anders, als der Quotiente von einer kleinern Zahl, getheilet durch eine grössere, (1.§ 4.)und folglich zeiget der Nenner, wie offt eine Zahl getheilet werden soll, und folglich ist der Bruch ein Theil seines Nenners.

§. 8. **Wie sich der Zähler eines Bruches verhält zu seinem Nenner, so verhält sich ein jeglicher Bruch zu 1.** Denn wie der Divisor zum Dividendo, so verhält sich der Quotiente zu 1. (1,1,6,2.) Nun aber ist ein jeder Bruch der Quotiente von zweyen in einander getheilten Zahlen der Zähler der Dividendus, und der Nenner der Divisor; (1,4,) darum verhält sich jeder Bruch zu 1, wie der Zähler zu seinem Nenner.

§. 9. **Ein Bruch stellet so mannigmal die Einheit vor, als der Nenner in dem Zähler begriffen ist.** Denn ein jeglicher Bruch ist ein Quotiente zweyer in einander getheilten Zahlen. (1.§.4.) Nun aber ist der Quotiente so offt 1, als der Divisor in Dividendo stecket; (1. 1.6. 2.) darum bildet jeder Bruch so viel Einheiten ab, als der Nenner im Zähler begriffen.

§. 10. **Hieraus folget, daß die Grösse eines Bruches erkannt werde, aus dem Verhalte des Zählers gegen seinem Nenner.** Denn jedes Bruches Grösse soll geschätzet werden, nach dessen Verhalt zu dem Gantzen, dessen Theile er angiebet. Nun aber ist das Gantze eines jeden Bruches die Einheit; (§.9.) darum muß die Grösse eines Bruches nach dem Verhalt des Zählers gegen seinen Nenner geschätzet werden, und so viel grösser, oder: kleiner solche Verhältniß ist, so viel grösser, oder: kleiner ist auch der Bruch.

Wie der Verhalt eines Bruches zu dem gantzen zu finden.

§. 11. Um nun zu finden, wie sich ein jeder Bruch zu dem gantzen Verhalte, so hat man dreyerley in Betrachtung zu ziehen, nemlich 1): Ob der Zähler kleiner als der Nenner, 2) Ob der Zähler und Nenner gleich groß. 3) Ob der Zähler grösser als der Nenner.

§. 12. **Ist der Zähler kleiner als der Nenner, so findet man dessen Verhalt gegen das gantze, so man den Zähler von dem Nenner** subtrahiret. Denn jeglicher Bruch stellet so mannigmal die Einheit vor, als der Nenner in dem Zähler begriffen. (§. 9.) Nun aber ist in obgenannten Brüchen der Nenner nicht völlig 1 mal in dem Zähler begriffen, weil der Zähler kleiner als der Nenner; darum ist eine Differentz zwischen dem Bruche und dem Gantzen, und solche muß durch die Subtraction des Zählers von dem Nenner gefunden werden. (§. 10 u. 1,1,3,1.)

§. 13. **Wen der Zähler eben so groß als der Neñer, so ist der Bruch einem Gantzen gleich.** Denn 1 ist einer jeglichen Zahl Theil durch dieselbe Zahl. (Vorb. §. 48.) Nun ist der Nenner der Theiler des Zählers im Bruch; (§. 8.) darum ist der Quotiente 1, wenn Zähler und Nenner einander gleich.

§. 14. **Ist endlich der Zähler gröſſer als der Nenner, so findet man den Werth eines Bruches, so man den Zähler in den Nenner** dividiret: sintemal **durch die Division gefunden wird, wie offt eine Zahl in der andern enthalten.** (1,1,6,1.)

Regulæ um den Werth eines Bruches zu finden.

§. 15. Um nun den Werth eines Bruches anzuzeigen, ob derselbe dem gantzen gleich, oder: wie viel gröſſer, oder: kleiner derselbe, als ein gantzes sey; so operiret nach folgender Regul.

1) Wen

1) Wen der Zähler kleiner als der Nenner, so subtrahiret den Zähler von dem Nenner, und schreibet unter dem Rest die Zahl des Nenners, so zeiget sich die Zahl, um welche der Bruch kleiner ist, als ein Gantzes.

2) Wen der Zähler grösser als der Nenner, so dividiret den Zähler in den Nenner, was übrig bleibt setzet mit dem Nenner in einem Bruch, und schreibet es bey den Quotienten: so zeiget sich die Zahl, in welcher der Bruch mehr ist, als ein Gantzes.

3) Wen Zähler und Nenner gleich; so ist der Bruch einem gantzen gleich. z. E. Die Frage ist, wie viel $\frac{2}{3}$ werth sey. Stehet also; $\frac{3}{3}$, ist also $\frac{2}{3}$ — 1 ÷ ÷ $\frac{1}{3}$. weil 2. der Zähler um 1 kleiner ist, als der Nenner 3. Oder: man fräget, wie viel gilt $\frac{6}{6}$, so dividiret 6 in 6, komet 1 gantz. Oder, man fräget, wie viel gelten $\frac{9}{7}$, so dividiret 9 in 7, so steckt 7 in 9 1 mal, und bleiben 2 übrig. Setzet die 2 mit 7 in einen Bruch, so ist $\frac{9}{7}$ so viel, als 1 und $\frac{2}{7}$.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1)	$\frac{1}{2}$	fac.	1 ÷ $\frac{1}{2}$	17)	$\frac{7}{12}$	—	1 ÷ $\frac{5}{12}$
2)	$\frac{2}{3}$	—	1 ÷ $\frac{1}{3}$	18)	$\frac{19}{13}$	—	$1\frac{6}{13}$
3)	$\frac{3}{4}$	—	1 ÷ $\frac{1}{4}$	19)	$\frac{36}{47}$	—	1 ÷ $\frac{11}{47}$
4)	$\frac{4}{4}$	—	1	20)	$\frac{65}{28}$	—	$2\frac{9}{28}$
5)	$\frac{5}{8}$	—	1 ÷ $\frac{5}{8}$	21)	$\frac{53}{76}$	—	1 ÷ $\frac{23}{76}$
6)	$\frac{7}{8}$	—	1 ÷ $\frac{1}{8}$	22)	$\frac{143}{317}$	—	1 ÷ $\frac{174}{317}$
7)	$1\frac{3}{8}$	—	$1\frac{5}{8}$	23)	$3\frac{41}{85}$	—	$4\frac{1}{85}$
8)	$\frac{6}{3}$	—	2	24)	$\frac{701}{801}$	—	1 ÷ $\frac{100}{801}$
9)	$\frac{2}{5}$	—	1 ÷ $\frac{3}{5}$	25)	$\frac{23}{276}$	—	1 ÷ $\frac{253}{276}$
10)	$1\frac{3}{5}$	—	$2\frac{3}{5}$	26)	$\frac{55}{991}$	—	1 ÷ $\frac{936}{991}$
11)	$\frac{5}{6}$	—	1 ÷ $\frac{1}{6}$	27)	$\frac{123}{1000}$	—	1 ÷ $\frac{877}{1000}$
12)	$\frac{4}{7}$	—	1 ÷ $\frac{3}{7}$	28)	$\frac{59}{1212}$	—	1 ÷ $\frac{1153}{1212}$
13)	$\frac{7}{7}$	—	1	29)	$\frac{69}{2000}$	—	1 ÷ $\frac{1931}{2000}$
14)	$\frac{5}{9}$	—	1 ÷ $\frac{4}{9}$	30)	$\frac{2000}{1111}$	—	$1\frac{889}{1111}$
15)	$\frac{10}{9}$	—	$1\frac{1}{9}$	31)	$\frac{5445}{91}$	—	$59\frac{76}{91}$
16)	$\frac{5}{11}$	—	1 ÷ $\frac{6}{11}$	32)	$\frac{3000}{5769}$	—	1 ÷ $\frac{2769}{5769}$

Welche Brüche gleich sind.

§. 16. Den Werth eines Bruches von dem Werth eines andern zu unterscheiden; so sind alle Brüche einander gleich, deren Zähler gegen ihren Nenner eben den Verhalt haben. z. E. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{14}$, $\frac{114}{228}$ sind einander gleich, weil ihre Nenner in ihren Zählern durch 2 aufgehen. Denn jegliche Zahlen haben eine gleiche Verhältniß gegen einander, wo die grössere durch die kleinere dividiret, einerley Quotum geben. (1,2,5,L) Nun aber ist eine jede Bruch-Zahl ein Verhältniß des Zählers gegen ihren Nenner; (1. §. 4.) darum sind Brüche, deren Zähler gegen ihren Nenner ein gleiches Verhältniß haben, gleich groß.

§. 17. Hieraus folget, daß gleich grosse Brüche also proportioniret sind, daß die Zähler sich eben so gegen einander verhalten, wie die Nenner. z. E. $\frac{3}{6}$ und $\frac{114}{228}$ sind gleich grosse Brüche; darum soll 3 : 114 = 6 : 228 seyn. Denn 3 : 6 = 114 : 228 nach der Aufgabe; darum ist auch alternatim 3 : 114 = 6 : 228. (1,2,7,13.)

§. 18. Ob also unterschiedliche Brüche von gleichen Werthe sind, solches ist aus folgenden vier Merckmahlen abzunehmen.

1) Wen jeder Zähler gleich vielmal in seinem Nenner enthalten ist. (§. 16.)

2) Wen des einen Zähler gegen den Zähler des andern, wie des einen Nenner gegen den Nenner des andern. (§. 7.)

3) Wen der Quot aus beyden Zählern gleich dem Quot aus beyden Nennern. (1,1,6,2.)

4) Wenn das Factum des einen Nenners mit des andern Zähler gleich ist den Facto des erstern Zählers mit des andern Nenner. (1,2,2,36.)

Welche Brüche von gleichen Nennern kleiner, oder: grösser sind.

§. 19. Von unterschiedlichen Brüchen, so gleiche Nen-

Nenner haben, ist derselbe der größte, so den größten Zähler hat. z. E. $\frac{3}{5}$ und $\frac{4}{5}$ sind Brüche, so gleiche Nenner haben; darum soll $\frac{4}{5}$ grösser seyn, als $\frac{3}{5}$: weil der Zähler 4 grösser als 3. Denn der Nenner zeiget die Anzahl der Theile des gantzen an, und der Zähler, wie viel solcher Theile sind. (1.7.) Wen nun die Nenner gleich, so ist das Gantze in beyden Fallen in gleich viel Theile getheilet; darum müssen nothwendig der Theile mehr seyn, wo der Zähler in dem einem Bruch grösser, als in dem andern solcher Brüche, und folglich derselbe von solchen der größte seyn, dessen Zähler der größte.

§. 20. **Daher verhalten sich solche Brüche gegen einander, wie ihre Zähler sich gegen einander verhalten.** Das ist: $\frac{3}{5}$ verhält sich zu $\frac{4}{5}$ — 3: 4, und $\frac{4}{5}$ ist um $\frac{1}{5}$ grösser, als: $\frac{3}{5}$.

Welche Brüche von gleichen Zählern die größten sind.

§. 21. Von unterschiedlichen Brüchen, so gleiche Zähler haben, ist der Bruch der größte, so den kleinesten Nenner hat. z. E. $\frac{3}{8}$ und $\frac{3}{5}$ sind Brüche, so gleiche Zähler haben; darum soll $\frac{3}{5}$ grösser seyn, als $\frac{3}{8}$; weil $\frac{3}{5}$ den kleinesten Nenner hat. Denn das Verhältniß von 3: 5 ist grösser, als 3: 8; (1, 3, 4. 15.) darum ist $\frac{3}{5} > \frac{3}{8}$ (10).

Wie man mit den Brüchen zu verfahren die ungleiche Zähler und Nenner haben.

§. 22. Wen demnach unterschiedliche Brüche ungleiche Zähler und Nenner haben, so ist nicht so gleich zu erkennen, welcher von ihnen den größten Verhalt zum gantzen hat; darum muß man sie erst zu gleichen Zählern, oder Nennern reduciren, (1, 3, 4, 14) und sie alsdenn nach den vorhergehenden §§. beurtheilen.

§. 23. **Diesem nach kann jeder Bruch auf unendliche Weise grösser gemacht werden.** Denn weil ein jeder Bruch grösser als ein ander, wen dessen

Zäh-

Zähler grösser, und die Nenner gleich, (§. 17.) so wird er so offt grösser, als man den Zähler multipliciret, und da solches auf unendliche Weise geschehen kann, so kann ein jeder Bruch auf unendliche Weise grösser gemacht werden.

§. 24. **Ferner kann auch ein jeder Bruch auf unendliche Weise kleiner am Werthe werden.** Deñ weil unterschiedliche Brüche, so gleiche Zähler haben, kleiner sind als die andern, so einen grössern Nenner haben, (§. 21.) so kann der Nenner von eben dem Zähler auf unendliche Weise multipliciret, und der Bruch unendlich kleiner werden.

§. 25. **Unter den Brüchen, deren Zähler 1 ist, ist der Gröste der 2 zum Nenner hat; der kleineste aber kann nicht angezeiget werden.** Denn 2 ist die kleineste unter allen Zahlen; darum giebet sie den Brüchen, so 1 zum Zähler haben, den gröβten Namen. (§. 19.) Sie kann aber auch auf unendliche Weise anwachsen; darum kann der kleineste Bruch, davon der Zähler 1, nicht angezeiget werden.

§. 26. **Zwischen einen eigentlichen Bruche, und einen Gantzen, wie auch zwischen zwey ungleichen Brüchen können unendlich viele andere zu stehen kommen.** Denn wen ein Bruch von einem Gantzen genommen wird, so ist das übrige ein Bruch. Nun aber ist es möglich, daß noch ein kleinerer, als dieser Bruch seyn kann. Wird solcher kleinere zum gegebenen Bruch addiret, so ist er zwischen dem Bruch und dem Gantzen. Zwischen diesen und dem kann abermals ein solcher Bruch auf eben die Weise statt finden, und so unendlich weiter. Und auf gleiche Weise mit den Brüchen; darum können zwischen den Brüchen und einen Gantzen, wie auch jeden ungleichen Brüchen unendlich viele andere zu stehen kommen. z. E. $\frac{1}{2}$ ist ein rechter Bruch, von einem Gantzen abgezogen, bleibet $\frac{1}{2}$.

Dazu $\frac{1}{4}$ addiret, ist $\frac{3}{4}$. Von gantzen abgezogen, bleibet $\frac{1}{4}$. Dazu einen kleineren Bruch $\frac{1}{8}$, bleiben $\frac{1}{8}$ u.s.w.

§.27. Folgen einige Exempel. Welches ist gröſſer?

1) $\frac{1}{7}$, oder: $\frac{6}{7}$. Antw. $\frac{6}{7}$.
2) $\frac{2}{5}$, oder: $\frac{3}{5}$. Antw. $\frac{3}{5}$.
3) $\frac{7}{10}$, oder: $\frac{3}{10}$. Antw. $\frac{7}{10}$.
4) $\frac{8}{13}$, oder: $\frac{3}{13}$. Antw. $\frac{8}{13}$.
5) $\frac{3}{7}$, oder: $\frac{3}{5}$. Antw. $\frac{3}{5}$.
6) $\frac{4}{9}$, oder: $\frac{4}{11}$. Antw. $\frac{4}{9}$.
7) $\frac{5}{6}$, oder: $\frac{5}{8}$. Antw. $\frac{5}{6}$.
8) $\frac{7}{12}$, oder: $\frac{15}{16}$. Antw. $\frac{15}{16}$.
9) $\frac{2}{3}$, oder: $\frac{3}{4}$. Antw. $\frac{3}{4}$.
10) $\frac{1}{2}$, oder: $\frac{8}{9}$. Antw. $\frac{8}{9}$.
11) $\frac{4}{7}$, oder: $\frac{3}{8}$. Antw. $\frac{4}{7}$.
12) $\frac{1}{8}$, oder: $\frac{2}{7}$. Antw. $\frac{2}{7}$.

CAPUT III.

Von Reduction unbenahmter Brüche.

Was durch der Brüche Reduction angezeiget werde.

§. 1. Durch Reduction der Brüche verstehen wir die Weise, wie man aus gantzen Zahlen Brüche, aus Brüchen gantze Zahlen, und aus einem Bruch einen andern machen; und unordentliche, oder: gemischte Brüche in ordentliche Brüche bringen soll.

Erster Fall: aus gantzen Zahlen Brüche zu machen.

§. 2. Zu erst lehret uns die Reduction aus gantzen Zahlen Brüche machen. Davon sind 3 Fälle. Der Erste, wen man anzeigen soll, daß eine gantze Zahl von 1 benahmet, daraus entstehet ein Bruch, wen man un-

ter

ter die gantze Zahl eine Eins schreibet. Als wen man 6 zu einem Bruche reduciren soll, so schreibet man: $\frac{6}{1}$.

Der andere Fall.

§. 3. Der andere Fall ist, wen man anzeigen soll, daß eine gantze Zahl von einer andern dazu gegebenen benahmet werden soll, so entstehet daher ein Bruch, wen man die gantze Zahl mit der dazu gegebenen Zahl multipliciret, und die dazu gegebene, als ihren Nenner darunter setzet. z. E. Es sey die gantze Zahl 7. Solche soll von 4 benennet werden; darum multipliciret 7 mit 4, ist 28, und schreibet 4 darunter, sind $\frac{28}{4}$ = 7. Denn 7 von 1 benennet, ist $\frac{7}{1}$. (§. 2.) Nun aber 4 : 1 = 28 : 7; darum ist $\frac{28}{4} = \frac{7}{1}$. (2, 10.)

Dritter Fall.

§. 4. Der dritte Fall ist, wen eine gantze Zahl, der ein Bruch beygefüget, zum Bruche soll reduciret werden, oder: wie mans sonst nennet, eingerichtet werden. Solches geschiehet, so man die gantze Zahl mit dem Nenner multipliciret, zum Producte den Zähler addiret, und den Nenner darunter schreibet. z. E. $7\frac{3}{4}$ soll zum Bruche eingerichtet werden, so ist 7 mal 4 = 28, und 28 + 3 = 31, und also soll $\frac{31}{4}$ = seyn $7\frac{3}{4}$. Denn $\frac{4}{4}$ = 1, (2, 13.) und $\frac{28}{4}$ = 7 (§. 3.), und $\frac{28}{4} + \frac{3}{4} = 7 + \frac{3}{4} = \frac{28+3}{4} = \frac{31}{4}$.

Folgen mehr Exempla zur Ubung.

Richtet zu Brüchen ein.

1) $3\frac{3}{4}$ facit $\frac{15}{4}$.
2) $9\frac{1}{8}$ facit $\frac{73}{8}$.
3) $17\frac{2}{3}$ facit $\frac{53}{3}$.
4) $15\frac{9}{16}$ facit $\frac{249}{16}$.
5) $27\frac{3}{23}$ facit $\frac{624}{23}$.
6) $37\frac{4}{31}$ facit $\frac{1151}{31}$.
7) $39\frac{2}{73}$ facit $\frac{2849}{73}$.
8) $14\frac{4}{93}$ facit $\frac{1306}{93}$.
9) $125\frac{1}{12}$ facit $\frac{1501}{12}$.
10) $117\frac{4}{17}$ facit $\frac{1993}{17}$.
11) $23\frac{14}{121}$ facit $\frac{2797}{121}$.
12) $54\frac{16}{139}$ facit $\frac{7522}{139}$.

13) $127\frac{12}{227}$ facit $28841\frac{}{227}$
14) $293\frac{14}{1001}$ facit $293307\frac{}{1001}$
15) $225\frac{17}{1235}$ facit $277892\frac{}{1235}$.

Von Reduction der Brüche zu gantzen Zahlen.

§. 5. Die Reduction der Brüche zu gantzen Zahlen findet nur Statt in den Brüchen, wo der Zähler grösser, denn der Nenner, und geschiehet, wenn man den Zähler durch den Nenner dividiret, das Quotum ist die gantze Zahl. Bleibet etwas übrig, so setzet man solches mit dem Nenner in einen Bruch. (2,13.) E.g. $\frac{9}{3}$ soll zur gantzen Zahl reduciret werden. Dividiret 9 in 3, habe ich 3 mal, ist $3\frac{-9}{-3}$. Oder: $\frac{7}{3}$ in 3 dividiret, ist der Quotient 2, und bleibet übrig 1, ist also: $2\frac{1}{3}\frac{-7}{-3}$

Noch einige Exempla zur Ubung.

1) $\frac{10}{5}$ facit 2.
2) $1\frac{4}{7}$ facit 2.
3) $105\frac{}{5}$ facit 21
4) $11\frac{6}{29}$ facit 4
5) $\frac{7}{5}$ facit $1\frac{2}{5}$
6) $\frac{8}{7}$ facit $1\frac{1}{7}$
7) $\frac{9}{4}$ facit $2\frac{1}{4}$
8) $1\frac{2}{8}$ facit $1\frac{4}{8}$, das ist: $\frac{1}{2}$
9) $\frac{23}{16}$ facit $2\frac{1}{16}$
10) $\frac{34}{21}$ facit $1\frac{13}{21}$
11) $128\frac{8}{34}$ facit $3\frac{13}{17}$
12) $257\frac{}{79}$ facit $3\frac{20}{79}$
13) $640\frac{}{81}$ facit $7\frac{73}{81}$
14) $1268\frac{}{374}$ facit $3\frac{73}{187}$

Von Reduction der Brüche zu andern Brüchen.

§. 6. Die Reduction eines Bruches in einen andern ist, wen man aus einem Bruch einen andern machet, der eben so viel gilt, wie der erste. Solches geschiehet auf

auf zweyerley Weise. Zu erst wen man die gegebene Brüche aufhebet, oder: einen grössern Bruch in seinen kleinesten Terminis vorstellet, oder: ungleich benahmte Brüche zu gleichen Nennern machet.

Wie man grosse Brüche zu kleinern machen soll.

§. 7. Zuförderst wollen wir anzeigen, wie man Brüche aufheben, oder: wie man, wie andere reden, sie zu ihren kleinesten Terminis contrahiren, oder: abbreviiren soll. Solches geschiehet, wen man an statt eines gegebenen Bruches, einen andern findet, der in kleinern Zahlen eben die Verhältniß hat, die der gegebene in grössern hatte.

Wie diese Abbreviation der Brüche zu verrichten.

§. 8. Wen man demnach eines Bruches Zähler und Nenner mit eben der Zahl dividiret, so ist der komende Bruch dem vorigen gleich. z. E. $\frac{15}{18}$ ist ein Bruch, und so man 15 und 18 in 3 dividiret, so ist $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$. Denn wen $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ seyn soll, so muß 15 : 5 = 18 : 6 (2, 15.) seyn. Nun aber ist 15 : 5 = 18 : 6; (1, 3, 3, 17.) darum ist $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$.

§. 9. Diesemnach dividiret den Zähler und Nenner eines gegebenen Bruches in einen gemeinen Aufheber, (1, 3, 6, 36,) so geben die Quotienten in kleinern Zahlen den Bruch. z. E. $\frac{156}{300}$ ist der gemeine Aufheber 12, und 156 : 12 = 13, wie 300 : 12 = 25; darum ist $\frac{13}{25} = \frac{156}{300}$, in kleinern Zahlen. (2, 15.)

1) $\frac{3}{6}$ facit $\frac{1}{2}$
2) $\frac{4}{8}$ facit $\frac{1}{2}$
3) $\frac{5}{10}$ facit $\frac{1}{2}$
4) $\frac{3}{12}$ facit $\frac{1}{4}$
5) $\frac{6}{8}$ facit $\frac{3}{4}$

6) $\frac{12}{18}$ facit $\frac{2}{3}$
7) $\frac{14}{21}$ facit $\frac{2}{3}$
8) $\frac{16}{24}$ facit $\frac{2}{3}$
9) $\frac{24}{32}$ facit $\frac{3}{4}$
10) $\frac{36}{42}$ facit $\frac{6}{7}$
11) $\frac{48}{54}$ facit $\frac{8}{9}$
12) $\frac{56}{64}$ facit $\frac{7}{8}$
13) $\frac{63}{72}$ facit $\frac{7}{8}$
14) $\frac{72}{88}$ facit $\frac{9}{11}$
15) $\frac{81}{90}$ facit $\frac{9}{10}$
16) $\frac{96}{105}$ facit $\frac{32}{35}$
17) $\frac{108}{224}$ facit $\frac{27}{56}$
18) $\frac{216}{320}$ facit $\frac{27}{40}$
19) $\frac{336}{456}$ facit $\frac{14}{19}$
20) $\frac{432}{512}$ facit $\frac{27}{32}$
21) $\frac{575}{640}$ facit $\frac{115}{128}$
32) $\frac{630}{796}$ facit $\frac{315}{398}$
23) $\frac{750}{840}$ facit $\frac{25}{28}$
24) $\frac{872}{916}$ facit $\frac{218}{229}$
25) $\frac{928}{1008}$ facit $\frac{58}{63}$
26) $\frac{1016}{2032}$ facit $\frac{1}{2}$
27) $\frac{2024}{3164}$ facit $\frac{506}{791}$
28) $\frac{3150}{4236}$ facit $\frac{525}{706}$
29) $\frac{4248}{5328}$ facit $\frac{50}{74}$
30) $\frac{5375}{6400}$ facit $\frac{215}{256}$
31) $\frac{6424}{7496}$ facit $\frac{803}{937}$
32) $\frac{7524}{8612}$ facit $\frac{1881}{2153}$
33) $\frac{8672}{9752}$ facit $\frac{1084}{1219}$
34) $\frac{9072}{15120}$ facit $\frac{3}{5}$
35) $\frac{9776}{18432}$ facit $\frac{611}{1152}$
26) $\frac{19456}{24848}$ facit $\frac{1216}{1553}$

NB. Wem es zu mühsahm deucht, einen gemeinen Aufheber zu suchen, der kann den Zähler und Nenner eines

eines Bruches so lange halbiren, als sie beyde in geraden Zahlen bestehen. Wen die Zahlen aber im Zähler, oder: Nenner ungerade werden, so muß er doch sich bemühen zu untersuchen, ob er zu denselben einen gemeinen Aufheber finden könne. z. E. $\frac{108}{224}$ halbiret, ist $\frac{54}{112}$, wieder halbieret, ist $\frac{27}{56}$, kann nicht weiter halbiret werden, ist auch kein gemeiner Aufheber dazu vorhanden; darum ist solches der kleineste Bruch, so $\frac{108}{224}$ gleich.

Von der Brüche Reduction zu gleichen Nennern.

§. 10. Was die Reduction unterschiedlich ungleich benahmter Brüche zu gleichen Nennern betrifft, so enthält unter zwey ungleich benamten Theilen eines ganzen, der eine so viel Unitæten von Facto beyder Nenner, als des andern Theils Nenner Unitæten hat. Denn so man 15 dividiret in 3, und der Quotient ist 5, so soll $\frac{1}{3}$ aus $15 = 5$ seyn. Wen nemlich 5 aus $15 = \frac{5}{15}$, (1, 1, 6, 1.) so ist per substitutionem $\frac{1}{3}$ aus $15 = 5$, und da $3.5 = 15$, (1, 2, 2, 37.) so ist $\frac{1}{5}$ aus $15 = 3$, (1, 1, 6, 2) darum ist per substitutionem $\frac{1}{5}$ aus $15 = 3$.

§. 11. Deswegen sind die zusuchende Brüche gleich den gegebenen Brüchen, wen man eines Bruches Zähler mit des andern Nenner, und des einen Nenner mit den andern Zähler multipliciret. z. E. $\frac{7}{8}$ und $\frac{3}{4}$ sind Brüche, so zu gleichen Nennern reduciret werden sollen; darum soll $7.4 = 28$, und $3.8 = 24$, wie auch $8.4 = 32$, und also: $\frac{28}{32}$, und $\frac{24}{32}$, $= \frac{7}{8}$, und $\frac{3}{4}$ seyn. Denn von $\frac{7}{8}$ und $\frac{28}{32}$ ist das Factum eines jeden Zählers mit des andern Nenner gleich; (1, 2, 2, 36.) folglich sind auch die Brüche gleich. (2. 17. Nro. 4.)

Erster Fall von dieser Reduction.

§. 12. Es kommen bey dieser Reduction fünfferley Fälle vor. 1) Wen unterschiedliche Brüche aus ungleichen und incommensurablen Nennern bestehen.

Bey diesem Falle handelt man nach folgender Regul.

1) Schreibet die gegebene Brüche unter einander.
2) Ziehet eine Linie an den Brüchen von oben herunter.
3) Multipliciret die Nenner mit einander.
4) Setzet das Product über die Linie in eine Clammer.
5) Dividiret das Product durch jeglichen Nenner.
6) Multipliciret jegliches Quotum mit seines Bruches Zähler.
7) Setzet darunter das in die Clammer gesetzte Factum aller Nenner zum Nenner, so habt ihr alle gegebene Brüche in gleichen Nennern. z. E. Machet zu gleichen Nennern $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{5}$, stehet also:

(30

$\frac{1}{2}$	15
$\frac{1}{3}$	10
$\frac{3}{5}$	18

$\frac{15}{30}$—$\frac{1}{2}$, $\frac{10}{30}$—$\frac{1}{3}$, und $\frac{18}{30}$—$\frac{3}{5}$.

Denn man hat die gegebene Brüche nach der ersten Regul unter einander gesetzt, und nach der andern Regul eine Linie daran herunter gezogen. Nach der dritten, die incommensurablen Nenner mit einander multipliciret. Nach der 4ten das Product in eine Clammer über die Linie gesetzt. In solches Product hat man eines jeglichen Bruchs Nenner dividiret, und jeglichen Quotienten durch seines Bruches Zähler multipliciret, und das in der Clammer stehende Factum aller Nenner unter jegliches Product geschrieben, und also solche Brüche in gleichen Nennern gefunden, so den gegebenen gleich sind. W. Z. T.

Der andere Fall.

§. 13. Der andere Fall ist, wenn Brüche zu gleichen Nennern sollen reduciret werden, da etliche Nenner einander also gleich, daß sie mit andern dazu gegebenen Brüche Nennern ungleich und incommensurabel sind. Dieses geschiehet nach folgender Regul.

1) Nachdem (wie in vorigen §. gelehret) die Brüche aufgeschrieben, so multipliciret man die Zahl derjenigen Nenner mit der Zahl der ungleichen Nenner.

2) Setzet man das Product oben in die Clammer, und verfähret damit, wie vorhin. z. E. Reduciret $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ und $\frac{2}{5}$, zu Brüchen von gleicher Benennung. Stehet also:

$$\begin{array}{r|l} & (30 \\ \frac{1}{3} & 10 \\ \frac{1}{2} & 15 \\ \frac{2}{3} & 20 \\ \frac{3}{5} & 18 \\ \frac{2}{5} & 12 \\ \hline & \end{array}$$

$\frac{10}{30}$—$\frac{1}{3}$, $\frac{15}{30}$—$\frac{1}{2}$, $\frac{20}{30}$—$\frac{2}{3}$, $\frac{18}{30}$—$\frac{3}{5}$, $\frac{12}{30}$—$\frac{2}{5}$.

Hier hat man zuförderst funden, daß $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ Zahlen von gleicher Benennung; darum hat man mit 3, als der Zahl der gleichen Benennungen die erste ungleiche Benennung 2 multipliciret, war 6. Weiter hat man gefunden, daß $\frac{3}{5}$ und $\frac{2}{5}$ Brüche von gleicher Benennung. Die Zahl dieser Benennung ist 5, wozu 6 incommensurabel; darum hat man weiter 6 mit 5 multipliciret, ist 30. Solches Product hat man oben in die Clammer gesetzt, und ist damit verfahren wie vorhin, und man hat solche Brüche gefunden, so den gegebenen gleich sind. W. Z. E.

Dritter Fall.

§. 14. Der dritte Fall ist, wen der gegebenen Brüche Nenner aus solchen Zahlen bestehen, die mit einan-

der commensurabel siud. Solche resolviret man in Brüche von gleicher Benennung nach folgender Regul.

1) Suchet den gemeinen Nenner nach gegebener Anweisung. vid. (1,2, 5, 18. seq.)

2.) Schreibet solchen oben in die Klammer, und verfahret damit wie vorhin. z. E. $\frac{4}{15}$, $\frac{5}{9}$ und $\frac{7}{12}$.

Hier findet sich, das 15 und 9 sich aufheben lassen in 3, kommen 5 und 3, multipliciret übers Creutz 3 mit 15, oder: 5 mit 9, ist 45. Solche gegen 12 gehalten, so gehen sie abermal auf in 3, und kommet 15 und 4. Solche abermals ins Creutz, 4 mit 45, oder: 12 mit 15 multipliciret, kommen 180, der gemeine Nenner, und man verfähret damit, wie vorhin, und findet die Brüche, so unter einer Benennung den gegebenen Brüchen gleich sind. Nemlich: $\frac{48}{180}$—$\frac{4}{15}$, $\frac{100}{180}$—$\frac{5}{9}$, und $\frac{105}{180}$—$\frac{7}{12}$.

Der vierdte Fall.

§. 15. Der vierdte Fall ist, wen Brüche von unterschiedlichen Nennern also beschaffen, daß der grösste Nenner in den übrigen aufgehet, so gilt folgende Regul.

Setzet die Zahl des grösten Nenners oben in die Klammer, und verfahret damit wie vorhin. z.E. reduciret zu gleichen Nennern: $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{12}$. Hier gehet die Zahl des grösten Nenners: 12, in den übrigen: 3 und: 4 auf, und wen man damit verfähret wie vorhin, so findet man, daß $\frac{4}{12}$—$\frac{1}{3}$, $\frac{9}{12}$—$\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{12}$—$\frac{7}{12}$.

NB. Die Zahlen gehen in den grösten Nenner auf, die in ihren Prim-Zahlen unter sich in 1 resolviret werden.

Der fünffte Fall.

§. 16. Der fünffte Fall ist, wen die Brüche also vermischet, daß etlicher Nenner gleich, oder: in den grössern begriffen, oder: commensurabel, in andern aber un-

ungleich, oder: incommenſurabel. Hier verfähret man nach folgender Regul.

1) Von den gleichen Nennern nimt man die Zahl des Nenners, der in den andern aufgehet, und ſuchet den gemeinen Nenner zu ihr und der ungleichen.

2) Die Zahl, ſo in der Zahl eines andern Nenners enthalten, wird in Geſuch des gemeinen Nenners übergangen, weil ſie mit der andern Zahl eingeführet wird.

3) Wo der zu einer, oder mehr Brüchen gefundene gemeine Nenner mit eines Bruches Nenner nicht commenſurabel, ſo multipliciret man ſelbigen mit dem incommenſurablen Nenner. z. E. reduciret zu einerley Nenner $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{7}{8}$.

Der erſten Bruchs Nenner iſt allhier 3, ſolche iſt in 6 enthalten; darum achtet man ſolchen nicht. $\frac{1}{6}$ und $\frac{5}{6}$ haben gleiche Nenner; darum ſuchet man den gemeinen Nenner zwiſchen 6 und 9. Solche ſind in 3 commenſurabel durch 2 und 3; ſo kommet 18, wen man übers creutz 2 mit 9, oder: 3 mit 6 multipliciret. Solche 18 ſind zu 7 incommenſurabel; darum multipliciret 18 mit 7, iſt 126, der gemeine Nenner zu $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$ und $\frac{3}{7}$. Fehlet alſo noch $\frac{7}{8}$. 126 aber zu 8 gehalten, iſt commenſurabel in 2 durch 63 und 4. Wen man alſo 126 mit mit 4, oder: 8 mit 63 multipliciret, ſo kommet der gemeine Nenner von allen dieſen Brüchen, nemlich: 504. Mit ſolchen verfahren, wie vorhin, kommet: $\frac{168}{504} = \frac{1}{3}$, $\frac{84}{504} = \frac{1}{6}$, $\frac{420}{504} = \frac{5}{6}$, $\frac{448}{504} = \frac{8}{9}$, $\frac{216}{504} = \frac{3}{7}$, und $\frac{441}{504} = \frac{7}{8}$.

Noch eine Art den gemeinen größten Nenner zu finden.

§. 17. Man kann Brüche von ungleichen Nennern zu gleichen Nennern machen, wen man mit eines jeden Bruchs Zähler der übrigen Brüche Nenner multipliciret, ſo kommen die neuen Zähler; und die Nenner mit einander multipliciret, geben den gemeinen Nenner. Ex. gr. $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{9}$. Sprich: 4 mal 8, iſt 32, 9. 32, iſt 288.

7 mal

7 mal 3, ist 21. 9 mal 21, ist 189. 7 mal 7, ist 49, 8 mal 49, ist 392. Sind die Zähler. Der gemeine Nenner ist: 7 mal 8, ist 56, und 56 mal 9, ist 504; darum $\frac{288}{504}$—$\frac{4}{7}$, $\frac{189}{504}$—$\frac{3}{8}$, $\frac{392}{504}$—$\frac{7}{9}$ und hat diesen Vortheil, daß man nicht allezeit in den gemeinen Nenner jeden Bruch dividiren darff.

Noch eine Art.

§. 18. Daraus folget, daß man jedesmal aus 2. Brüchen, die Brüche von gleicher Benennung finden kann, wen man die Zahlen eines Bruches mit des andern Nenner übertz Creutz multipliciret; die Producte unter die Zahlen, womit man multipliciret, schreibet; und unter jeglichen das Product der Nenrer schreibet.

§. 19. Folgen mehr Exempel-Brüche unter eine Benennung zu bringen.

1) $\frac{1}{4}$ und $\frac{5}{8}$, fac. oder: $\frac{2}{8}$ und $\frac{5}{8}$.
2) $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{9}$, fac. oder: $\frac{6}{9}$ und $\frac{7}{9}$.
3) $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{15}$, fac. oder: $\frac{24}{30}$, $\frac{21}{30}$, $\frac{22}{30}$.
4) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{15}{16}$, und $\frac{31}{32}$, fac. $\frac{16}{32}$, $\frac{24}{32}$, $\frac{28}{32}$, $\frac{30}{32}$, $\frac{31}{32}$.
5) $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{7}$, fac. $\frac{7}{42}$ und $\frac{6}{42}$.
6) $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$, fac. $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$.
7) $\frac{4}{5}$ und $\frac{3}{8}$, fac. $\frac{32}{40}$ und $\frac{15}{40}$.
8) $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{7}$ und $\frac{4}{5}$, fac. $\frac{70}{315}$ und $\frac{225}{315}$, $\frac{252}{315}$.
9) $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{9}$, fac. $\frac{3}{18}$ und $\frac{2}{18}$.
10) $\frac{2}{15}$ und $\frac{3}{20}$, fac. $\frac{8}{60}$ und $\frac{9}{60}$.
11) $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$ und $\frac{5}{18}$, fac. $\frac{63}{72}$, $\frac{66}{72}$, $\frac{20}{72}$.
12) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, fac. $\frac{1260}{2520}$, $\frac{840}{2520}$, $\frac{630}{2520}$, $\frac{504}{2520}$, $\frac{420}{2520}$, $\frac{360}{2520}$, $\frac{315}{2520}$, $\frac{280}{2520}$.
13) $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{5}{14}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{2}{13}$, fac. $\frac{20592}{24024}$, $\frac{4368}{24024}$, $\frac{8580}{24024}$, $\frac{21056}{24024}$, $\frac{16016}{24024}$, $\frac{3696}{24024}$.
14) $\frac{11}{21}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{5}{34}$, $\frac{2}{91}$, $\frac{1}{6}$ und $\frac{17}{32}$, fac. $\frac{107712}{205632}$, $\frac{132192}{205632}$, $\frac{96768}{205632}$, $\frac{30240}{205632}$, $\frac{45696}{205632}$, $\frac{34272}{205632}$, $\frac{109242}{205632}$.
15) $\frac{1}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{8}{91}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{14}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{11}{20}$ und $\frac{47}{60}$, fac. $\frac{12096}{60480}$, $\frac{51840}{60480}$, $\frac{53760}{60480}$, $\frac{36288}{60480}$, $\frac{38880}{60480}$, $\frac{26460}{60480}$, $\frac{33264}{60480}$, $\frac{47376}{60480}$.

Wie

Wie dergleichen Exempel probiret werden.

§. 20. Dieser Art Exempel probiret man, wen man zu beyden Brüchen, die einander gleich seyn sollen, den Namen einer grössern Benennung setzet, und solche zu einen kleinern Namen machet, wen deñ gleich viel kömt, so ist die Reduction recht. z. E. Nehmet $\frac{5}{6}$, setzet dabey den Namen der thlr. so ist $\frac{5}{6}$ thlr. = 30 gl, wie aus der Operation erhellet. Desgleichen thut mit $\frac{2100}{2520}$ thlr, ist auch = 30 gl, wie die Operation weiset.

2100 thlr.
2520 (36
75600 gl
(2520) 30 gl.

Weil beydesmal 30 gl komt, so ist $\frac{5}{6}$ eben so viel, als: $\frac{2100}{2520}$, und auch umgekehret.

Von Brüchen aus Brüchen, oder: von Brüchen.

§. 21. Bisher haben wir gezeiget, wie gantze Zahlen allein, und gantze Zahlen mit Brüchen in Brüche reduciret werden können; auch auf was Weise ein Bruch könne contrahiret, und zwey Brüche zu gleicher Benennung können gemacht werden. Nun ist noch übrig, daß wir auch zeigen, wie Brüche aus Brüchen zu einem solchen Bruche können reduciret werden, darinn die übrigen alle enthalten, und also den gegebenen Brüchen gleich ist.

Wie solche anzusehen.

§. 22. Und also wird nunmehro gehandelt werden von Brüchen, die aus andern Brüchen herkommen und gemacht sind, welche zu nechst ihren Ursprung aus

der

der Brüche Theilung haben, und deren Theile berechnen. Als: $\frac{3}{5}$ aus $\frac{5}{6}$, sind drey fünfftheile, aus fünff sechstheile. Denn hier concipiret man sich zu erst, daß das Gantze 5 mal in 6 Theile getheilet hernach daß 5 von den sechsen wieder in 4 Theile getheilet, und endlich deren 2 Theile zu 3 getheilet werden. Und weil sie nicht die Theile des Gantzen, sondern der Brüche zehlen, so werden sie Brüche aus, oder: von Brüchen genannt, und bestehen entweder aus 2, oder: mehr Brüchen, unter welchen einer der vornehmste, die andere aber dessen Theile berechnen.

Wie solche Brüche gemacht werden.

§. 23. Wen man die Zähler unterschiedlicher Brüche, und deren Nenner mit einander multipliciret, und die Producta in einen Bruch setzet; so ist solcher Bruch die Geltung der unterschiedlichen aus einander genommenen Brüche. z. E. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{4}{5}$, ist gleich $\frac{8}{15}$. Denn $\frac{2}{3}$ sind zwey dreytheile aus einen Gantzen; und $\frac{2}{3}$ aus $\frac{4}{5}$, sind zwey Drittel der vier fünfftheile. Da nun $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$—$\frac{8}{15}$, so folget, daß $\frac{2}{3}$: 1—$\frac{5}{15}$: $\frac{4}{5}$ (1, 5, 2.); darum sind $\frac{2}{3}$ aus $\frac{4}{5}$—$\frac{8}{15}$ (1,2,2,8).

§. 24. Wen man also die Zähler unterschiedlicher Brüche, und deren Nenner mit einander multipliciret, so geben die Factores den Bruch, so aus unterschiedlichen Brüchen zu machen war. z. E. $\frac{1}{2}$ aus $\frac{3}{4}$ drey multipliciret mit 1, und 4 mit 2, gibt zum Facit $\frac{3}{8}$.

§. 25. Weil aber die Brüche deren Zähler sich auf gleiche Weise zu ihren Nennern verhalten, gleich sind; (2,15.) so folget, daß die Brüche einer grössern Zahl gleich sind den Brüchen eben des Verhalts in kleinern Zahlen, und es also gleich sey, ob man die zwey unter sich zusammen gesetzte Zahlen, oder: die Zahlen, wozu sie reduci-

ret,

ier, unter einander multipliciret. Wen also die Zähler eines Bruches den Nenner eines dazu gegebenen Bruches gleich, so streichet man die Zähler des einen Bruches gegen den Nenner des andern aus, und formiret aus den übrigen Zähler und Nenner den gesuchten Bruch. Oder: wenn die Zähler eines Bruches in den andern durch eine dritte Zahl aufgehen; so nehmet die Zahlen, wozu die unter sich aufgehende Brüche reduciret worden, und multipliciret sie an statt der gegebenen Zahlen. z. E. Reduciret $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, und $\frac{7}{9}$ zu einem Bruche. Hier ist der Zähler von $\frac{4}{5}$ gleich dem Nenner von $\frac{3}{4}$; darum streichet 4 gegen 4 aus, ist der Bruch $\frac{3}{5}$. Von $\frac{3}{5}$ ist der Zähler 3, und von $\frac{7}{9}$ der Nenner, welche unter sich zusammen gesetzte Zahlen, so durch 1, und 3 in 3 aufgehen. Also multipliciret man 1 mit 7, und 3 mit 5, kommen $\frac{7}{15}$ die begehrte Zahl, so den gegebenen gleich ist.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) $\frac{1}{5}$ aus $\frac{3}{7}$, fac. $\frac{3}{35}$.
2) $\frac{7}{8}$ aus $\frac{5}{9}$ fac. $\frac{35}{72}$.
3) $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$ fac. $\frac{1}{8}$.
4) $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, ans $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$, fac. $\frac{1}{360}$.
5) $\frac{3}{5}$ aus $\frac{7}{8}$, aus $\frac{1}{9}$, aus $\frac{11}{13}$ und $\frac{7}{16}$, fac. $\frac{1617}{74880}$.
6) $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$, fac. $\frac{1}{2}$.
7) $\frac{3}{8}$ aus $\frac{4}{9}$, fac. $\frac{1}{6}$.
8) $\frac{1}{6}$ aus $\frac{5}{7}$, aus $\frac{14}{15}$, fac. $\frac{1}{9}$.
9) $\frac{7}{8}$ aus $\frac{5}{7}$, aus $\frac{4}{9}$, fac. $\frac{5}{18}$.
10) $\frac{6}{11}$ aus $\frac{11}{12}$, aus $\frac{8}{9}$, aus $\frac{3}{4}$ und $\frac{6}{7}$, fac. $\frac{2}{7}$.
11) $\frac{8}{9}$ aus $\frac{15}{28}$, fac. $\frac{10}{21}$.
12) $\frac{5}{6}$ aus $\frac{9}{10}$, fac. $\frac{3}{4}$.
13) $\frac{5}{8}$ aus $\frac{12}{35}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{18}{19}$, $\frac{38}{39}$, und $\frac{1}{4}$, fac. $\frac{1}{104}$.
14) $\frac{1}{2}$ aus $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{8}{13}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{14}{17}$, $\frac{17}{18}$, fac. $\frac{5}{208}$.

Wie dergleichen Exempel zu probiren.

§. 27. Dieser Art Exempel probiret man, wenn man

man den gegebenen Zähler einen gewissen Werth beygeleget, und solchen zur kleinern Benennung machet; wenn den solches eben so viel bringet, als aus dem Werth der gefundenen Zahlen kommt; ist das Exempel recht gemacht. z. E. es war gegeben $\frac{2}{3}$ aus $\frac{4}{5}$, so machet

$\frac{2}{3}$ fl zu Kreutzer, item die gefundene Zahl.

(60
120
3)
40 X
(4)
160
5)
32 X

$\frac{8}{15}$ fl
(60)
480
15)
32 X

Hier kommen beydesmal 32 Kreutzer; darum ist $\frac{2}{3}$ aus $\frac{4}{5}$ eben so viel, als $\frac{8}{15}$.

Wie unordentliche Brüche zu ordentlichen reduciret werden.

§. 28. Wen man aus unordentlichen Brüchen ordentliche Brüche machen will, so ist zu mercken, daß man unordentliche Brüche nennet, wen ein Bruch durch einen andern Theil des Gantzen soll getheilet werden, und daß die unordentlichen Brüche entweder aus blossen Brüchen, oder: aus Brüchen mit gantzen Zahlen bestehen. So sie aus blossen Brüchen bestehen, bleibet der Zähler, und der Nenner wird mit den dazu gegebenen Theil des Gantzen deswegen multipliciret, weil einer des andern Theil ist. Bestehen sie aus Brüchen und gantzen Zahlen, so multipliciret man die gantze Zahl mit des Bruches ersten Nenner, und nimt dazu den Zähler.

2) Multipliciret man den Nenner mit dem dazu gegebenen Theil des Gantzen, und setzet das Resultat der dar-

darunter. Als z. E. $\frac{2}{3}$ Orths thlr. in einen ordentlichen Bruch

$\frac{2}{3}$	2 bleibet 2	(2 1
—	———	— thlr.
4	mit 3 mal 4 ist 12	6

Oder: $3\frac{3}{4}_{6}$. Multipliciret die allein stehende 3 mit den ersten Nenner 4, und addiret dazu den Zähler 3, so ist 3. 4 † 3 = 15. Multipliciret auch die beyden Nenner 4 und 6, so ist 4. 6 = 24, und der komende Bruch = $\frac{15}{24}$.

Exempel zur Ubung.

1) $\frac{1}{2}$ Orth, facit $\frac{1}{8}$.
2) $1\frac{1}{2}$ Orth, fac. $\frac{3}{8}$.
3) $2\frac{1}{2}$ Orth, fac. $\frac{5}{8}$.
4) $3\frac{1}{2}$ Orth, fac. $\frac{7}{8}$.
5) $\frac{5}{8}$ Orth, fac. $\frac{5}{32}$.
6) $\frac{7}{9}$ Orth, fac. $\frac{7}{36}$.
7) $1\frac{7}{9}$ 5 Theil Orth, fac. $\frac{16}{45}$.
8) $\frac{7}{10}$ Orth, fac. $\frac{7}{40}$.
9) $8\frac{7}{10}$ 9 Theil, fac. $\frac{87}{900}$ | (3 22 / 300.
10) $19\frac{7}{24}$ 30 Theil fac. $\frac{463}{720}$.
11) $\frac{\frac{17}{24}}{34}$ Orth, fac. $\frac{17}{816}$ | (17 1 / 48.
12) $\frac{17\frac{6}{31}}{42}$ Orth fac. $\frac{533}{1302}$.
13) $\frac{18\frac{24}{31}}{21}$ Orth, fac. $\frac{582}{651}$ | (3 194 / 217.
14) $\frac{47\frac{51}{53}}{50}$ Orth, fac. $\frac{2542}{2650}$ | (2 1271 / 1325.

Wie man aus einem Bruche einen gleichen durch eine dazu gegebene Zahl, die zu des neuen Bruches Nenner bestimmet, machen kann.

§. 19. Wen man eines Bruches Zähler mit einer

andern Zahl multipliciret, und das Factum in desselben Bruches Nenner dividiret, so ist der Quotiente der Zähler eines neuen Bruches, dazu die andere Zahl der Nenner, und kommet ein Bruch, so dem vorigen Bruche gleich ist. z. E. $\frac{5}{6}$ soll einen Bruch abgeben, dessen Nenner 24 ist. So multipliciret 5 mit 24, ist 120, und dividiret das Factum in 6, ist der Quotient 20, und $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$. Denn nach der Aufgabe soll $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ seyn; darum muß 5. 24 = 6. 20 seyn; (2, 17. Nro. 4.) solches beyderseits dividiret in 6, kommet 5. 24 : 6 = 20. (1,2,2,42.)

§. 30. Oder: so der Nenner des Bruches in die andere Zahl aufgehet, so dividiret man die andere Zahl mit dem Nenner, und multipliciret den Quotienten mit dem Zähler, alsdenn kommt eben der Bruch. z. E. Dividiret 24 in 6, kommt 4, solche multipliciret mit 5, ist 20, ist mit 24 der Bruch: $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$.

CAPUT IV.

Von den 4. Speciebus in unbenahmten Brüchen.

Einleitung zu den folgenden.

§. 1. Wie man gantze Zahlen addiren, subtrahiren, multipliciren und dividiren kann, so mag solches auch geschehen in Brüchen.

Von der gleichbenahmten Brüche Addition.

§. 2. Wen man von unterschiedlichen gleichbenahmten Brüchen die Zähler addiret, so ist das Collect die Summa von allen gegebenen Brüchen, so man den gemeinen Nen-

Nenner darunter setzet. Denn in der Addition wird der sämmtliche Gehalt aller Zähler gesuchet. (1,1,3,1.) Nun aber müssen die Zahlen, so addiret werden sollen, einerley Benennung seyn, (1,1,3,3.) und die zu einer gleichen Benennung reducirte Brüche sind den gegebenen gleich; (3, 10.) darum sind die Summen der Zähler von unterschiedlichen Brüchen, so von einem gemeinen Nenner benahmt, allen partibus gleich. Hieraus fliesset folgende Regul.

1) Machet die Nenner der gegebenen Brüche gleich.

2) Addiret deren Zähler.

3) Wen gantze Zahlen bey den Brüchen, hernach die gantzen Zahlen.

4) Wo aus den Brüchen über ein gantzes kommt, solches addiret zum Gantzen. z. E. $\frac{2}{7}$ und $\frac{3}{7}$, und $\frac{5}{7}$. Oder addiret $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$, solche machet zu Brüchen von gleicher Benennung $\frac{5}{20}$ und $\frac{4}{20}$. Die Zähler 4 und 5, sind $\frac{9}{20}$: Oder addiret: $6\frac{4}{7}$, $5\frac{3}{8}$ und $2\frac{7}{9}$, machet erst die Brüche zu einer gemeinen Benennung, und sprecht: 7 mal 8, ist 56, und 9 mal 56, 504 der gemeine Nenner, und ist: $\frac{4}{7}$—$\frac{288}{504}$, $\frac{3}{8}$—$\frac{189}{504}$, $\frac{7}{9}$—$\frac{392}{504}$, addiret die Zähler, kommet: $\frac{869}{504}$——$\frac{365}{504}$, 2 addiret zu den gantzen, so ist die Summa der gegebenen Zahlen $14\frac{365}{504}$, und wird das Exempel also geschrieben:

	(504
$6\frac{4}{7}$	288
$5\frac{3}{8}$	189
$2\frac{7}{9}$	392

$14\frac{365}{504}$

Folgen mehr Exempel zur Ubung. Addiret

1) $\frac{1}{5}$ zu $\frac{2}{5}$, fac. $\frac{3}{5}$.

2) $\frac{1}{8}$ zu $\frac{3}{8}$ fac. $\frac{4}{8}|\frac{4}{1/2}$

3) $\frac{7}{9}, \frac{5}{9}$ zu $\frac{2}{9}$, fac. $1\frac{5}{9}$.
4) $\frac{4}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}$ zu $\frac{5}{7}$, fac. 2.
5) $\frac{1}{2}$ zu $\frac{3}{5}$, fac. $1\frac{1}{10}$.
6) $\frac{5}{8}$ zu $\frac{3}{7}$, fac. $1\frac{3}{56}$.
7) $\frac{9}{10}$ zu $1\frac{2}{11}$, fac. $1\frac{9}{110}$.
8) $\frac{3}{4}$ zu $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}$, fac. $1\frac{7}{20}$.
9) $\frac{4}{5}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$ zu $\frac{3}{8}$ fac. $2\frac{7}{40}$.
10) $\frac{4}{5}, \frac{1}{6}$ zu $\frac{5}{6}$, fac. $1\frac{4}{5}$.
11) $\frac{3}{8}, \frac{7}{9}, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{1}{4}$ zu $\frac{4}{5}$, fac. $3\frac{143}{360}$
12) $\frac{3}{4}$ zu $\frac{7}{8}$, fac. $1\frac{5}{8}$.
13) $\frac{2}{3}$ zu $\frac{7}{9}$, fac. $1\frac{4}{9}$.
14) $\frac{1}{2}$ zu $\frac{1}{5}$, zu $\frac{5}{6}$, fac. $1\frac{8}{15}$.
15) $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}$ zu $\frac{7}{24}$, fac. 3.
16) $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{7}{15}, \frac{9}{20}$ zu $\frac{19}{60}$, fac. $1\frac{11}{15}$
17) $\frac{5}{6}$ zu $\frac{7}{8}$, fac. $1\frac{17}{24}$.
18) $\frac{3}{4}$ zu $\frac{7}{10}$, fac. $1\frac{9}{20}$.
19) $\frac{1}{8}$ zu $\frac{11}{12}$, fac. $1\frac{1}{24}$.
20) $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}$ zu $\frac{7}{9}$, fac. $1\frac{25}{36}$.
21) $\frac{2}{9}, \frac{11}{12}, \frac{13}{21}, \frac{23}{24}, \frac{29}{30}$, fac. $3\frac{1721}{2520}$
22) $\frac{7}{16}, \frac{5}{12}, \frac{13}{18}, \frac{17}{24}, \frac{19}{28}, \frac{23}{40}$ zu $\frac{15}{64}$, fac. $3\frac{15577}{20160}$.
23) $2\frac{3}{4}$ zu $5\frac{7}{8}$, fac. $8\frac{5}{8}$.
24) $9\frac{1}{2}$ zu $8\frac{7}{8}, 5\frac{5}{6}$, und $2\frac{1}{112}$, fac. $26\frac{7}{24}$.
25) $24\frac{3}{7}, 36\frac{5}{9}, 44\frac{7}{112}, 58\frac{3}{14}, 67\frac{4}{19}, 128\frac{5}{36}$ zu $12\frac{13}{1128}$, fa-
cit $371\frac{25657}{153216}$.

Von der Subtraction.

§. 3. Wen man die Zähler gleich benahmter Brüche von einander abziehet, so findet sich der Rest, so man den gemeinen Nenner dazu behält. Denn die Subtraction nimt von gleich benahmten Zahlen, was durch die Addition dazu gethan. Nun aber geben die Zähler gleich benahmter Brüche zusammen genommen, derselben Summa; (§. 2.) darum muß der Abzug der Zähler gleich benahmter Brüche den Rest geben, wen sie von einander subtrahiret werden.

Re-

Regeln zu Subtraction der Brüche.

§. 4. Wen also ein Bruch von einem andern subtrahiret werden soll, so suchet 1) zu denselben einen gemeinen Aufheber, und subtrahiret zum 2) einen Zähler von dem andern, zum Reste nehmet 3) den gemeinen Aufheber. z. E. Subtrahiret $\frac{2}{5}$ von $\frac{4}{5}$, bleiben $\frac{2}{5}$. Oder: subtrahiret $\frac{2}{5}$ von $\frac{3}{4}$, so reduciret die Brüche zu gleichen Nennern, ist $\frac{8}{20}$ und $\frac{15}{20}$, und saget: 8 von 15, bleiben $\frac{7}{20}$. Stehet also:

(20
$\frac{3}{4}$ | 15
$\frac{2}{5}$ | 8

$\frac{7}{20}$

Wie zu verfahren, wenn 2 gleiche Brüche von einander subtrahiret werden sollen.

§. 5. Wen 2 gantze Zahlen, an welchen gleich grosse Brüche hangen, von einander subtrahiret werden sollen, so bleibet von den Brüchen an statt des Restes nichts.

NB. Hier muß man sich in acht nehmen, daß man für das: Nichts keine o setzet; weil der Bruch und die gantze Zahl 2 unterschiedliche Zahlen sind. z. E. Von $36\frac{5}{8}$ subtrahiret $17\frac{5}{8}$, bleiben 19, nicht: 190.

Wie zu verfahren, wenn ein Bruch von einer gantzen Zahl zu subtrahiren.

§. 6. Wen ein Bruch von einer gantzen Zahl, so mit keinen Bruche verbunden, subtrahiret werden soll; so nimt man denselben von einen Gantzen, und läst das Gantze eines weniger gelten. z. E. Von 57 subtrahiret $24\frac{1}{8}$, so nehmet $\frac{1}{8}$ von einem Gantzen: $\frac{8}{8}$, und lasset 24 eines mehr gelten, alsdenn bleibet $32\frac{7}{8}$. Denn ein jeglicher Bruch ist ein Theil von einem Gantzen in etli-

che Theile getheilet. (1, 2.) Nun aber findet sich das Complement zu dem Gantzen, so man einen Theil davon nimt; (Vorb. §. 42.) darum äussert sich der Rest, so man einen Bruch von Gantzen nimt.

Wie zu verfahren, wenn der Bruch im Minore grösser, als im Majore.

§. 7. Wen der unterste Bruch mehr, als der oberste, so nehmet den untersten Bruch von einen Gantzen, und thut zu dem Complemente den Zähler des obersten Bruches, und last die gantze Zahl des Minoris eins mehr gelten. z. E. Subtrahiret $6\frac{3}{4}$ von $8\frac{1}{4}$; so nimt man $\frac{3}{4}$ von $\frac{4}{4}$, bleibet $\frac{1}{4}$, und $\frac{1}{4}$ dazu, ist $\frac{2}{4}$, oder: $\frac{1}{2}$. Stehet also:

$$\begin{array}{r} 8\frac{1}{4} \\ 6\frac{3}{4} \\ \hline \text{Rest } 1\frac{1}{2} \end{array}$$

Den $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$. Nun aber ist $\frac{3}{4}$ von $\frac{4}{4}$ das Complement zum Gantzen. (§. 7.) Als aber im Majore $\frac{1}{4}$ mehr, als das Gantze, so folget, das $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, das ist: $\frac{1}{2}$.

Wie zu verfahren, wenn im Majore ein Bruch, im Minore aber keiner ist.

§. 8. Wen eine gantze Zahl von einer andern Zahl so mit einem Bruche verknüpfft, abgezogen werden soll, so bleibet der Bruch im Reste unverändert. z. E. Von $56\frac{1}{2}$ subtrahiret 7, bleiben $49\frac{1}{2}$.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) $\frac{3}{5}$ von $\frac{4}{5}$, fac. $\frac{1}{5}$.
2) $\frac{4}{9}$ von $\frac{7}{9}$, fac. $\frac{1}{3}$.
3) $\frac{5}{8}$ von $\frac{7}{8}$, fac $\frac{1}{4}$.
4) $\frac{2}{3}$ von $\frac{5}{6}$, fac. $\frac{1}{6}$.
5) $\frac{1}{4}$ von $\frac{7}{8}$, fac. $\frac{5}{8}$.
6) $\frac{1}{6}$ von $\frac{7}{12}$, fac. $\frac{5}{12}$.
7) $\frac{3}{4}$ von $\frac{5}{6}$, fac. $\frac{1}{12}$.

(8 $\frac{1}{9}$

8) $\frac{1}{6}$ von $\frac{7}{12}$, fac. $\frac{17}{36}$.
9) $\frac{4}{15}$ von $\frac{11}{20}$, fac. $\frac{17}{60}$.
10) $\frac{3}{7}$ von $\frac{3}{4}$, fac. $\frac{9}{28}$.
11) $\frac{4}{11}$ von $\frac{9}{13}$, facit. $\frac{47}{143}$
12) $\frac{5}{8}$ von $\frac{8}{9}$, fac. $\frac{19}{72}$.
13) $\frac{13}{14}$ von $\frac{98}{99}$, fac. $\frac{85}{1386}$.
14) $1\frac{3}{4}$ von $8\frac{3}{4}$, fac. 7.
15) $7\frac{4}{5}$ von $11\frac{4}{5}$, fac. 4.
16) $8\frac{3}{17}$ von $14\frac{3}{17}$, fac. 6.
17) $6\frac{4}{21}$ von $15\frac{4}{21}$, fac. 9.
18) $19\frac{3}{31}$ von $101\frac{3}{31}$, fac. 82.
19) 7 von $15\frac{1}{4}$, fac. $8\frac{1}{4}$.
20) 9 von $13\frac{6}{7}$, fac. $4\frac{6}{7}$.
21) 8 von $32\frac{4}{15}$, fac. $24\frac{4}{15}$.
22) $\frac{1}{8}$ von 1, fac. $\frac{7}{8}$.
23) $\frac{7}{9}$ von 4, fac. $3\frac{2}{9}$.
24) $\frac{11}{14}$ von 6, fac. $5\frac{3}{14}$.
25) $\frac{17}{24}$ von 8, fac. $7\frac{7}{24}$.
26) $9\frac{4}{5}$ von 17, fac. $7\frac{1}{5}$.
27) $10\frac{54}{71}$ von 113, fac. $102\frac{17}{71}$.
28) $12\frac{119}{1377}$ von 128, f. $115\frac{18}{137}$.
29) $\frac{2}{3}$ von $1\frac{1}{2}$, fac. $\frac{5}{6}$.
30) $\frac{5}{8}$ von $2\frac{1}{4}$, fac. $1\frac{5}{8}$.
31) $\frac{7}{9}$ von $7\frac{1}{6}$, fac. $6\frac{7}{18}$.
32) $17\frac{9}{10}$ von $24\frac{1}{5}$, fac. $6\frac{3}{10}$.
33) $\frac{3}{5}$ von $12\frac{4}{15}$, fac. $11\frac{2}{3}$.
34) $63\frac{11}{12}$ von $109\frac{1}{7}$ fac. $45\frac{19}{84}$.
35) $128\frac{29}{32}$ von $645\frac{3}{17}$, fac. $516\frac{147}{544}$.
36) $463\frac{72}{80}$ von $734\frac{1}{2}$, fac. $270\frac{41}{80}$.
37) $790\frac{119}{122}$ von $1232\frac{4}{15}$, fac. $441\frac{533}{1830}$.
38) $2653\frac{243}{500}$ von $3740\frac{1}{4}$, fac. $1086\frac{191}{250}$.
39) $15\frac{1190}{2427}$ von $5000\frac{1}{16}$, fac. $4984\frac{22219}{38832}$.

Was der Brüche Multiplication sey.

§. 9. Brüche multipliciren heisset: einen Bruch durch

den

den andern nehmen, oder: so viel von einen Bruch nehmen, als der Gehalt des andern Bruches andeutet. z.E. $\frac{5}{6}$ mit $\frac{1}{4}$ multipliciret, heisset: $\frac{5}{6}$ nehmen $\frac{1}{4}$ mal, oder: $\frac{1}{4}$ aus $\frac{5}{6}$ geben. Und ist also die Multiplication der Brüche auf eben dem Grunde gegründet, als wen man Brüche aus Brüchen nimt, und geschiehet nach eben der Regul. z. E. multipliciret $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$, so multipliciret 1 mit 3, ist 3, und 3 mit 4, ist 12. Ist also das Facit $\frac{3}{12}$, oder: $\frac{1}{4}$, oder: weil 3 des ersten Bruches Nenner, gleich 3 des andern Bruches Zähler, so streichet 3 gegen 3 aus, bleibet zum Facit $\frac{1}{4}$.

Wie man gantze Zahlen mit Brüchen multipliciren soll.

§. 10. So man gantze Zahlen mit Brüchen multipliciren soll, so multipliciret die gantze Zahl mit des Bruches Zähler, und dividiret das Factum in dessen Nenner. z. E. Man soll 8 multipliciren mit $\frac{2}{3}$, so saget man: 2 mal 8, ist 16, und 3 in 16 habe ich 5 mal. Ist das Factum $5\frac{1}{3}$. Denn die Multiplication zeiget an, wie viel mal ein Bruch in der gantzen Zahl enthalten. (§. 8.) Da nun der Bruch ein Theil des Gantzen etliche mal genommen, (1,4.) so folget, daß sich das Factum äussere, so man mit dem Zähler das Gantze multipliciret, und das Factum in den Nenner dividiret.

Wie gantze Zahlen mit vermischten zu multipliciren.

§. 11. So man gantze Zahlen mit vermischten Zahlen multipliciren soll, so richtet man die vermischte Zahl ein, und verfähret mit dem Bruche wie vorhin. Oder: man multipliciret erstlich die gantze Zahl mit dem Bruche, (§. 10.) und hernach die gantzen Zahlen mit einander, und thut zum Product den Quotienten der gantzen Zahl mit dem Bruche. z. E. 8 multipliciret mit $2\frac{1}{6}$, solche $2\frac{1}{6}$ eingerichtet, ist $\frac{13}{6}$; darum multipliciret 8 mit 13, ist 104. Solche dividiret in 6, ist $17\frac{2}{6}$, oder: $17\frac{1}{3}$.

$17\frac{1}{3}$. (3/3.) Oder: multipliciret $2\frac{1}{6}$ mit 8, ist $\frac{8}{6}$—$1\frac{1}{3}$, und 2 mal 8, ist 16 † $1\frac{1}{3}$, ist auch $17\frac{1}{3}$.

Wen man eine vermischte Zahl mit Brüchen multipliciren soll.

§. 12. Wen man eine vermischte Zahl mit einen Bruche multipliciren soll, so richtet man die vermischte Zahl ein, und multipliciret die Brüche mit einander. (§.9.) z. E. $7\frac{3}{4}$ sollen multipliciret werden mit $\frac{1}{3}$, so ist $7\frac{3}{4}$ eingerichtet $^{31}\frac{1}{4}$. Solche mit $\frac{1}{3}$ multipliciret, ist $\frac{31}{12}$, oder: $2\frac{7}{12}$.

Wen man vermischte Zahlen mit vermischten Zahlen multipliciren soll.

§. 13. So man vermischte Zahlen mit einander multipliciren soll; so richtet man die Brüche ein, und verfähret damit wie vorhin. z. E. $7\frac{1}{2}$ sollen multipliciret werden mit $6\frac{3}{4}$. So ist $7\frac{1}{2}$ eingerichtet $^{15}\frac{1}{2}$ und $6\frac{3}{4}$ eingerichtet $^{27}\frac{1}{4}$; darum multipliciret 27 mit 15, ist 405, und 2 mal 4 ist 8; darum ist der Bruch $^{405}\frac{1}{8}$, oder: $50\frac{5}{8}$.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) Multipliciret $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{4}$, facit $\frac{1}{12}$.
2) $\frac{8}{9}$ mit $\frac{4}{5}$, fac. $\frac{32}{45}$.
3) $\frac{6}{7}$ mit $\frac{3}{7}$, fac. $\frac{18}{49}$.
4) $\frac{1}{4}$ mit $\frac{8}{9}$, fac. $\frac{2}{9}$.
5) $\frac{3}{8}$ mit $\frac{7}{9}$ und $\frac{16}{21}$, fac. $\frac{2}{9}$.
6) $\frac{4}{5}$ mit $\frac{2}{8}$, mit $\frac{15}{16}$ und $\frac{32}{45}$, fac. $\frac{1}{3}$.
7) $\frac{6}{7}$ mit 2, fac. $1\frac{5}{7}$.
8) $\frac{4}{9}$ mit 9, fac. 4.
9) $\frac{5}{8}$ mit 16, fac. 10.
10) $\frac{2}{5}$ mit 17, fac. $10\frac{1}{5}$.
11) $\frac{23}{46}$ mit 19, fac. $13\frac{29}{46}$.
12) $4\frac{1}{2}$ mit 7, fac. $31\frac{1}{2}$.
13) $5\frac{1}{3}$ mit 16, fae. $85\frac{1}{3}$.
14) $17\frac{5}{8}$ mit 119, fac. $2097\frac{5}{8}$.

15) $36\frac{5}{11}$ mit 121, fac. 4411.
16) $7\frac{1}{4}$ mit $8\frac{3}{7}$, fac. $61\frac{3}{28}$.
17) $15\frac{5}{6}$ mit $19\frac{7}{9}$, fac. $313\frac{4}{27}$.
18) $73\frac{7}{12}$ mit $45\frac{14}{15}$, fac. $3379\frac{167}{180}$.
19 $105\frac{3}{16}$ mit $126\frac{7}{25}$, fac. $13283\frac{31}{400}$.
20) $148\frac{9}{101}$ mit $156\frac{7}{121}$, fac. $23110\frac{5721}{12221}$.
21) $322\frac{6}{133}$ mit $416\frac{37}{245}$, fac. $134019\frac{1310}{32685}$.

Von der Brüche Division.

§. 14. Brüche dividiren, heisset: erforschen, wie offt die Zahl eines Bruches in der Zahl des andern enthalten sey. Und als die zu dividirende Brüche nicht einerley Art, wollen wir sie nach ihren unterschiedlichen Fällen betrachten, und zeigen, wie die Division darnach anzustellen.

Erster Fall.

§. 15. Wen demnach 2 Brüche gleiche Nenner haben, so dividiret man die Zähler, als: $\frac{3}{5}$ in $\frac{2}{5}$. Dividi. 3 in 2, kommen $1\frac{1}{2}$, ist das Quotum funden, daß $\frac{2}{5}$ in $\frac{3}{5}$ enthalten $1\frac{1}{2}$ mal. Denn die Zahlen, so in einander dividiret werden sollen, müssen homogenisch seyn; Da nun die Zahlen, so gleiche Nenner haben, homogenisch sind, so folget, daß sich der Quotient zeige, so man die Zähler in einander dividiret.

1) $\frac{4}{9}$ in $\frac{2}{9}$, fac. 2.
2) $\frac{5}{9}$ in $\frac{3}{9}$, fac. $1\frac{2}{3}$.
3) $\frac{7}{8}$ in $\frac{3}{8}$, fac. $2\frac{1}{3}$.
4) $\frac{3}{7}$ in $\frac{5}{7}$, fac. $\frac{3}{5}$.
5) $\frac{2}{10}$ in $\frac{7}{10}$, fac. $1\frac{2}{7}$.

Der zweyte Fall.

§. 16. Wen Zähler und Nenner in einander aufgehen, so dividiret sie durch einander. Dividiret $\frac{15}{16}$ in $\frac{3}{4}$, da sage ich: 3 in 15 habe ich 5 mal, und 4 in die 16 habe ich 4 mal, ist der Quotient $\frac{5}{4}$, oder: $1\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$ ste-

cket

cket in $\frac{15}{16}$, just $\frac{5}{4}$ mal. Nemlich $\frac{15}{16}—\frac{60}{64}$, (2,16) und so man die Nenner nicht achtet, sondern als blosse Nahmen betrachtet, ist: $\frac{60}{64} : \frac{48}{64}—\frac{60}{48}—\frac{5}{4}$. (1,2,2,33.)

6) $\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{9}$, fac. $1\frac{1}{2}$
7) $\frac{15}{16}$ in $\frac{5}{8}$, fac. $1\frac{1}{2}$.
8) $\frac{21}{32}$ in $\frac{3}{4}$, fac. $1\frac{7}{24}$.
9) $\frac{56}{57}$ in $\frac{2}{25}$, fac. $12\frac{16}{57}$.

Dritter Fall.

§. 17. Wen Brüche von ungleichen Nennern sind, so machet entweder die Nenner gleich, und dividiret die Zähler in einander, oder: setzet die Zähler und Nenner des Divisoris mit einander um, daß der Zähler unten, und der Nenner oben kömmt. Sodan multipliciret die obersten und untersten Zahlen mit einander, so giebt das Factum der obersten den neuen Zähler, und das Factum der untersten den neuen Nenner. z. E. Dividiret $\frac{6}{7}$ in $\frac{4}{5}$. Machet sie zu gleicher Benennung, sind $\frac{30}{35}$ in $\frac{28}{35}$. Dividiret 30 in 28, kommen $1\frac{1}{14}$. Oder: setzet den Divisorem um, also: $\frac{6}{7}$ in $\frac{5}{4}$; multipliciret Zähler und Nenner mit einander, komen $\frac{30}{28}$, ist $1\frac{1}{14}$. Denn wie 1 gegen $\frac{30}{28}$, so ist $\frac{4}{5}$ gegen $\frac{6}{7}$. (1,1,6,1.) Nun aber ist $\frac{30}{30}—1$, (2,13.) und $\frac{28}{35}—\frac{4}{5}$, wie $\frac{30}{35}—\frac{6}{7}$; (2,16.) darum $\frac{30}{30}$ gegen $\frac{30}{28}$, wie $\frac{28}{35}$ gegen $\frac{30}{35}$, und die ersten beyden gegen einander, wie $\frac{28}{30}$, (2,20.) und die andern auch, wie $\frac{28}{30}$. (2, 19.) Folglich ist 1 gegen $\frac{30}{28}$, wie $\frac{4}{5}$ gegen $\frac{6}{7}$. Welches das erste, so zu erweisen. Und wen $\frac{6}{7}$ dividiret in $\frac{4}{5}$, giebet $\frac{30}{28}$, so giebet $\frac{6}{7}$ multipliciret mit $\frac{5}{4}$, auch $\frac{30}{28}$.

10) $\frac{2}{3}$ in $\frac{1}{4}$, fac. $2\frac{2}{3}$.
11) $\frac{2}{9}$ in $\frac{1}{8}$, fac. $1\frac{7}{9}$.
12) $\frac{6}{7}$ in $\frac{1}{5}$, fac. $4\frac{2}{7}$.
13) $\frac{5}{12}$ in $\frac{17}{18}$, fac. $\frac{15}{34}$.

14) $\frac{5}{10}$ in $\frac{2}{33}$, facit $4\frac{13}{38}$.
15) $\frac{16}{27}$ in $\frac{14}{53}$, facit $2\frac{46}{189}$.

Vierdter Fall.

§. 18. Wen ein Bruch in eine gantze Zahl dividiret werden soll, so multipliciret den Nenner durch die gantze Zahl, und setzet den Zähler darüber. z. E. $\frac{4}{5}$ in 3. Sprechet: 3 mal 5 ist 15, 4 darüber gesetzt, sind $\frac{4}{15}$. Ist aber der Zähler und die gantze Zahl in eine dritte theilbahr, so ist der Quotient des gegebenen Zählers in dieselbe Zahl dividiret der Zähler, und der Quotiente der gantzen Zahl mit dem gegebenen Nenner multipliciret der Nenner des facits. z. E. $\frac{21}{37}$ dividiret in 28; so gehet 21 und 28 auf in 7, und kommen 3 und 4, und ist also 3 der neue Zähler, daß also $\frac{21}{37}$ in 28 dividiret zum Quoto bringet $\frac{3}{148}$.

16) $\frac{1}{8}$ in 3, fac. $\frac{1}{24}$.
17) $\frac{3}{10}$ in 6, fac. $\frac{1}{18}$.
18) $\frac{5}{8}$ in 24, fac. $\frac{5}{192}$.
19) $\frac{7}{11}$ in 15, fac. $\frac{7}{165}$.
20) $\frac{7}{16}$ in 19, fac. $\frac{7}{304}$.
21) $\frac{5}{23}$ in 54, fac. $\frac{5}{1242}$.
22) $\frac{8}{37}$ in 74, fac. $\frac{8}{2738}$ | $\frac{(2}{4}$ $\frac{4}{1369}$.
23) $\frac{9}{55}$ in 14, fac. $\frac{9}{770}$.
24) $\frac{9}{10}$ in 3, fac. $\frac{3}{10}$.
25) $\frac{27}{35}$ in 30, fac. $\frac{9}{350}$.
26) $\frac{4}{5}$ in 16, fac. $\frac{1}{20}$.
27) $\frac{16}{45}$ in 24, fac. $\frac{2}{135}$.

Fünffter Fall.

§. 19. Wen eine gantze Zahl in einen Bruche dividiret werden soll, so multipliciret man den Nenner mit der gantzen Zahl, und setzet den Zähler darunter. Als dividiret 9 ie $\frac{4}{5}$. Sprechet: 5 mal 9 ist 45. Schreibet den

den Zähler 4 darunter $^{45}/_{4}$, oder: $11\frac{1}{4}$. Oder: so der Zähler des Divisoris in eine 3te Zahl theilbar, so giebet der Quotient des Zählers den neuen Nenner, und der Quotiente von der gantzen Zahl mit des gegebenen Bruchs Nenner multipliciret den neuen Zähler. z. E. Dividiret 27 in $\frac{9}{10}$, so sind 27 und 9, dividiret in 9 wie 3 und 1; darum ist 3. 10 das 30 der neue Zähler, und 1 der neue Nenner, und 27 : $\frac{9}{10}$ = 30. Den 9 : $\frac{4}{5}$ = $\frac{9}{1}$: $\frac{4}{5}$. (3, 2.) Nun aber ist $^{45}/_{5}$: $\frac{4}{5}$, wie $\frac{9}{1}$: $\frac{4}{5}$; (3, 10,) darum ist 9. 5 = 45, und 9. 5 : 4 = 45 : 4, per substitutionem. z. E. Weil 27 und 9, wie 3 gegen 1, so ist es gleich viel, man multiplicire 10 mit 27, und dividire das Product in 9, oder: man multiplicire 10 mit 3, und dividire solches in 1 auch per substitutionem. W. z. E.

28) 2 in $\frac{3}{8}$, fac. $5\frac{1}{3}$
29) 4 in $\frac{7}{10}$, fac. $5\frac{5}{7}$.
30) 5 in $\frac{4}{15}$, fac. $18\frac{3}{4}$.
31) 17 in $\frac{21}{34}$ fac. $27\frac{15}{21}$.
32) 18 in $\frac{6}{13}$, fac. 39.
33) 24 in $\frac{7}{12}$, fac. $41\frac{1}{7}$.
34) 130 in $\frac{18}{19}$, fac. $137\frac{2}{9}$.
35) 40 in $\frac{15}{16}$, fac. $42\frac{2}{3}$.
36) 108 in $\frac{14}{15}$, fac. $115\frac{5}{7}$.
37) 126 in $\frac{7}{19}$, fac. 342.
38) 36 in $\frac{6}{113}$, fac. 678.

Sechster Fall.

§. 20. Wen gantze Zahlen in gemischte Zahlen dividiret werden sollen, so richtet den Divisorem ein, und verfahret nach den 20ten §. Als, dividiret 7 in $1\frac{3}{8}$, ist 7 in $\frac{11}{8}$. Multipliciret den Nenner 8 mit der gantzen Zahl 7, ist 56. Setzet den Zähler 11 darunter ist $\frac{56}{11}$, oder: $5\frac{1}{11}$.

39) 5 in $2\frac{1}{4}$, facit $2\frac{2}{9}$.
40) 6 in $3\frac{3}{8}$, facit $1\frac{7}{9}$.
41) 17 in $9\frac{1}{9}$, facit $1\frac{71}{82}$.

Siebender Fall.

§. 21. Wen eine gemischte Zahl durch eine ganze Zahl dividiret werden soll, so richtet den Dividendum ein und verfahret nach den 19ten §. Als, dividiret $7\frac{1}{3}$ in 3, ist $\frac{22}{3}$ in 3, sind $\frac{22}{9}$, oder : $2\frac{4}{9}$.

42) $8\frac{1}{2}$ in 5, facit $1\frac{7}{10}$.
43) $15\frac{1}{16}$ in 17, facit $\frac{241}{272}$.
44) $54\frac{2}{17}$ in 28, facit $1\frac{451}{476}$.

Achter Fall.

§. 22. Wen beyde Zahlen gemischte Zahlen sind, so machet sie zu Brüchen, und verfahret nach dem 18ten §. Als: dividiret $7\frac{1}{4}$ in $3\frac{1}{8}$, ist $\frac{29}{4}$ in $\frac{25}{8}$, setzet den Divisorem um, $\frac{29}{4}$ in $\frac{8}{25}$, multipliciret die obersten und untersten mit einander, bringet $\frac{252}{100}$, oder : $2\frac{13}{25}$.

45) $9\frac{1}{9}$ in $8\frac{7}{9}$, fac. $1\frac{27}{711}\left|\frac{(9}{3}\right.$ $\left.\frac{}{79}\right.$.
46) $15\frac{3}{4}$ in $7\frac{7}{8}$, fac. 2.
47) $124\frac{1}{2}$ in $39\frac{9}{13}$, fac. $3\frac{47}{344}$.
48) $74\frac{1}{12}$ in $16\frac{4}{57}$, fac. $4\frac{2235}{3664}$.
49) $25\frac{1}{16}$ in $14\frac{9}{731}$, fac. $1\frac{12777}{16496}$.
50) $206\frac{4}{19}$ in $5\frac{14}{1131}$, fac. $40\frac{898}{3667}$.
51) $429\frac{124}{133}$ in $18\frac{2}{17}$, fac. $23\frac{8422}{41895}$.

)o(

Drit-

Dritter Eintheilung.

Ander Abschnitt.

Von benahmten Brüchen.

CAPUT I.

Von den benahmten Brüchen.

Von der Brüche Resolution.

§. 1. Die geringern Sorten Geldes, Maas und Gewichts, sind Theile von der grössern Sorte Geldes, Maas und Gewichts, und zeigen an, wie offte das Gantze der grössern Sorte müsse getheilet werden, so man solches in kleinern Sorten vorstellen will. Die Art und Weise, wie man einen Bruch einer grössern Sorte in kleinere Sorten angeben soll, nennen wir der Brüche Resolution.

Was sie sey.

§. 2. Dieserwegen ist die Resolution der benahmten Brüche nichts anders, als ein Unterricht, wie man Brüche von grösserer Benennung zu einer kleinern Benennung bringen soll. Es kommen hiebey dreyerley Fälle für. Der erste ist, wen ein blosser Bruch zu einer kleinern Benennung zu bringen. Der andere, wen eine gemischte Zahl zu resolviren; und der dritte, wen gemischte Zahlen von unterschiedlicher Benennung unter einen Nahmen zu bringen.

Erster Fall.

§. 3. Bey dem ersten Fall ist zu mercken, daß der an-

angesetzte Werth der grössern Sorte dem Gantzen gleich, und folglich der Bruch so offt in dem Werthe der grössern Sorte enthalten, als der Zähler in den Nenner. (1,2,8.) Diesemnach wird der Gehalt eines Bruches von einer grössern Sorte gefunden, so man den Zähler mit dem Werthe der grössern Sorte multiplicret, und das Factum in den Nenner dividiret. Oder: so man erstlich den Werth der grössern Sorte in den Nenner dividiret, und das Quotum mit dem Zähler multipliciret.

Dessen Unterscheide.

§. 4. Es kommen aber bey dem ersten Falle 3 Unterschiede für. Der erste ist, so man den Bruch zu der nechsten kleinern Sorte: der andere, so man ihn zu der kleinesten Sorte; und der dritte, so man ihn zu allen mittlern Sorten, bis zu der kleinesten resolviren soll.

Der erste Fall.

§. 5. Im ersten Falle multipliciret man den Zähler mit dem Werthe der nechst kleinern Sorte, und dividiret das Factum in den Nenner, oder: man dividiret den Werth der nechst kleinern Sorte in den Nenner des Bruches, und multipliciret das Quotum mit dem Zähler. z.E. $\frac{4}{9}$ thlr. sollen zu ℔ gemacht werden, so multipliciret 36 mit 41, ist 144, und dividiret das Quotum in 9, ist 16 ℔ — $\frac{4}{9}$ thlr. Stehet also:

$\frac{4}{9}$ thlr.

———(36

144 ℔

9)———

16 ℔

Oder: dividiret 36 in 9, ist 4, und multipliciret das Quotum mit 4, ist 16 ℔.

Der

Der andere Fall.

§. 6. Der andere Unterschied ist, so man den Werth eines Bruches in der kleinesten Sorte geben soll. So multipliciret man den Zähler mit dem Werthe der nechst kleinern Sorte, und das Product wieder mit dem Werthe der noch kleinern Sorte, bis zu der kleinesten, und dividiret das Product in den Nenner des Bruches, so hat man die begehrte Zahl. z. E. $\frac{1}{8}$ ℔ soll zu Quentin gemacht werden; so multipliciret 1 mit 114, diese 114 mit 32, ist 3648, und dieses mit 4, ist 14592, solches in 8 dividiret, ist: 1824 Quent. $= \frac{1}{8}$ ℔. Stehet also:

$\frac{1}{8}$ ℔

——————(114

114 ℔

——————(32

3648 Loth

——————(4)

14592 Quent.

8)——————

1824 Quent.

Der dritte Fall.

§. 7. Oder: so die mittlern Sorten bis zu der kleinesten sollen angegeben werden: alsdenn multipliciret man des Bruches Zähler mit dem Werthe der nechst kleinern Sorte, das Product dividir etman in den Nenner; so was übrig bleibet, solches multipliciret man mit dem Werthe der noch kleinern Sorte, und dividiret solches wieder in der noch kleinern Sorte, bis nichts mehr übrig bleibet, oder: keine kleinere Sorte von der Art vorhanden ist. z. E. $\frac{3}{8}$ thl soll zu ℊ und ℔ gemacht werden, so multipliciret 3 mit 36, ist 108, solche dividiret in 8, ist 13 ℊ, und bleiben 4. Solche mit 8 multipli-

ciret, ist 32 ß, solche in 8 dividiret, bleiben 4 ß. Also ist $\frac{3}{8}$ thlr. = 13 ßl 4 ß. Stehet also:

$\frac{3}{8}$ thlr.	4 ßl
(36	8
108 (4	
8) 13 ßl	32 ß
	8) 4 ß

Folgen mehr Exempla.

1) $\frac{1}{2}$ thlr. zu ßl? Fac. 18 ßl.
2) $\frac{2}{3}$ thlr. zu ßl? fac. 24 ßl.
3) $\frac{3}{4}$ thlr. zu ßl? fac. 27 ßl.
4) $\frac{4}{5}$ thlr. zu ßl? fac. $28\frac{4}{5}$ ßl.
5) $\frac{5}{6}$ thlr. zu ßl? fac. 30 ßl.
6) $\frac{3}{7}$ thlr. zu ßl? fac. $15\frac{3}{7}$ ßl.
7) $\frac{7}{8}$ thlr. zu ßl? fac. $31\frac{1}{2}$ ßl.
8) $\frac{8}{9}$ thlr. zu ßl? fac. 32 ßl.
9) $\frac{2}{10}$ ßl zu ßl? fac. 18 ßl.
10) $\frac{7}{12}$ thlr. zu ggr? fac. 14 ggr.
11) $\frac{5}{11}$ Stein zu ℔? fac. 5 ℔.
12) $\frac{8}{13}$ ℓ zu Viertl? fac. $280\frac{8}{13}$ Vl.
13) $\frac{9}{14}$ Stb zu Lft und ℔? fac. 12 Lft, 12 ℔
14) $\frac{8}{15}$ Fud. zu Ahm. und Stüb? fac. 3 Ahm 8 St.
15) $\frac{7}{8}$ thlr. zu ß? fac. 31 ßl 4 ß.
16) $\frac{12}{17}$ Stiege zu Brl? fac. $56\frac{8}{17}$ Brl.
17) $\frac{7}{8}$ Fuder zu Quart? fac. 5 Ahm 10 Stüb.
18) $\frac{14}{19}$ ℓ zu Lt? fac. 2688 Lt.
19) $\frac{13}{20}$ Wl. zu Bß? fac. 104 Bß.
20) $\frac{17}{24}$ Ballen zu Bogen? fac. 3400 Bogen.
21) $\frac{19}{36}$ ℔ zu Quent? fac. $33\frac{7}{9}$ Quent.
22) $\frac{25}{32}$ ℔ Grän Apothequer-Gewichte? facit 4500 Grän.
23) $\frac{17}{24}$ Grötgen zu Dutzend und Stück? fac. 8 Dutz 6 Stück.

24)

24) $\frac{39}{50}$ Ballen zu Rieß, Buch und Bogen? facit 7 Rieß 16 Buch.

25) $\frac{17}{26}$ Jahr zu Tage? fac. 238 Tage.

Anderer Fall.

§. 8. Wen eine gantze Zahl, so mit einem Bruch combiniret zu einer kleinern Benennung zu bringen, so geschiehet solches, wen man zuforderst die gantze Zahl mit dem Werthe der grössern Benennung, und hernach den Bruch damit multipliciret, darauf beydes addiret. z. E. $7\frac{3}{4}$ thlr. wie viel sinds gr. Multipliciret 7 mit 36, sind 252 gr, und $\frac{3}{4}$ thlr. sind 27 gr + 252 gr = 279 gr = $7\frac{3}{4}$ thlr. Oder: so man die vermischte Zahl einrichtet, und sodan nach dem vorhergehenden Unterricht verfähret, wie es die Umstände erfordern. z. E. $7\frac{3}{4}$ thlr. solche zu Groschen. Stehet also:

$$\frac{31}{4}\text{ thlr.}$$

4)(36

1116 gr

4)———

279 gr = $7\frac{3}{4}$ thlr.

Folgen mehr Exempla. Mache zu kleinern Benennungen.

1) $6\frac{1}{2}$ ℔ zu gr? fac. 130 gr.
2) $5\frac{1}{3}$ thlr. zu ggr? fac. 128 ggr.
3) $13\frac{4}{5}$ Wl. zu Hbt? fac. 552 Hbt.
4) $18\frac{3}{4}$ Last zu Ton. fac. 225 Ton.
5) $19\frac{3}{7}$ ℔ zu ß? fac. 5440 ß
6) $23\frac{4}{5}$ Zim. zu St? fac. 952 St.
7) $18\frac{3}{4}$ ℔ zu Lt? fac. 68400 Lt.
8) $27\frac{1}{9}$ Stein zu ß? fac. $298\frac{2}{9}$ ß.

9) $39\frac{1}{3}$ ℔ zu Gran? fac. 3776 Gran.
10) $54\frac{3}{8}$ Stiege zu Viertel? fac. 4350 Viertel.

Dritter Fall.

§. 9. Wen Zahlen von mehr als einer Benennung zu der kleinesten Benennung zu resolviren; so machet erst die gantzen Zahlen zu der kleinesten Benennung, darnach die Brüche, und addiret die Producte zusammen. Als: machet $7\frac{3}{5}$ thlr. $15\frac{2}{3}$ ℌ $7\frac{1}{2}$ ℒ zu ℒ. Stehet also:

$7\frac{3}{5}$ thlr. $15\frac{2}{3}$ ℌ $7\frac{1}{2}$ ℒ
(6
42 ℌ
(6
267 ℌ
(8
(30
$2143\frac{1}{2}$ ℒ | 15
$172\frac{4}{5}$ ℒ | 24
$5\frac{1}{3}$ | 10

$2321\frac{19}{30}$ ℒ

$\frac{2}{3}$ ℌ
(8
16 ℒ

3) $5\frac{1}{3}$ ℒ

$\frac{2}{5}$ thlr.
(6
18 ℌ
(6
108 ℌ
(8
864 ℒ
5)
$172\frac{4}{5}$ ℒ

Folgen mehr Exempel.

1) $12\frac{3}{8}$ thlr. $16\frac{1}{4}$ ℌ zu ℌ? facit $461\frac{3}{4}$ ℌ.
2) $23\frac{1}{6}$ ℔ $14\frac{3}{5}$ ℌ $2\frac{1}{2}$ ℒ zu ℒ? facit $3825\frac{29}{30}$ ℒ.
3) $57\frac{1}{3}$ ℔ $10\frac{2}{3}$ Lt. 2 ql. zu ql? facit 3714 ℚ.
4) $45\frac{1}{9}$ thlr. $13\frac{1}{8}$ ggr. $4\frac{1}{9}$ ℒ zu ℒ? facit $13153\frac{11}{18}$ ℒ.

5) $56\frac{1}{7}$

5) $56\frac{1}{7}$ ℔ ÷ $12\frac{1}{3}$ ℌ $2\frac{1}{9}$ ℔ zu ℔? facit $8882\frac{5}{63}$ ℔.

6) $67\frac{1}{8}$ Stl. $3\frac{1}{3}$ Ell $2\frac{1}{7}$ Vl zu Vl? facit $5385\frac{10}{21}$ Vl.

7) $74\frac{1}{2}$ Stl. $13\frac{1}{4}$ ℔ zu ℔? facit $1503\frac{1}{4}$ ℔.

8) $85\frac{1}{9}$ thlr. $18\frac{1}{5}$ ggr. ÷ $11\frac{3}{4}$ ℔ zu ℔? facit $24718\frac{13}{20}$ ℔.

9) $99\frac{1}{3}$ ℥ $14\frac{1}{5}$ ℌ $3\frac{1}{9}$ ℔ zu ℔? facit $16010\frac{2}{45}$ ℔.

10) $114\frac{1}{7}$ ℔ $11\frac{1}{8}$ Unß $5\frac{1}{6}$ Drachmen zu Drachmen? facit $110511\frac{37}{42}$ Drachmen.

11) $137\frac{1}{8}$ ℔ $2\frac{1}{2}$ Karat $5\frac{1}{4}$ Grän zu Grän? facit $39527\frac{1}{4}$ Grän.

12) $224\frac{1}{9}$ Stein $3\frac{1}{3}$ ℔ $3\frac{4}{7}$ Viertel zu Viertel? facit $9877\frac{50}{63}$ Vl.

13) $14\frac{3}{7}$ ℭ $18\frac{4}{5}$ ℔ $19\frac{1}{8}$ Lt. $2\frac{1}{2}$ Quent. zu Quent? facit $213027\frac{4}{35}$ Q.

14) $35\frac{5}{8}$ Vl. ÷ $2\frac{3}{4}$ Schl. $9\frac{1}{7}$ Hbt. $2\frac{1}{3}$ Vf. zu Vf. fac. $5551\frac{2}{21}$ Vf.

15) $12\frac{1}{9}$ S℔ $3\frac{1}{4}$ L℔ $7\frac{1}{6}$ ℔ zu ℔? facit $3443\frac{7}{9}$ ℔.

16) $37\frac{1}{9}$ Ballen $9\frac{1}{7}$ Rieß $10\frac{3}{4}$ Buch $7\frac{1}{8}$ Bog. zu Bog. facit $182787\frac{5}{168}$ Bog.

17) $57\frac{1}{8}$ Last ÷ $19\frac{3}{5}$ T. zu Tonnen? facit $665\frac{9}{10}$ T.

18) $5\frac{7}{8}$ Jahr ÷ $19\frac{4}{7}$ Wochen zu Wochen? facit $285\frac{13}{14}$ Wochen.

19) $6\frac{1}{9}$ Ziml. $3\frac{3}{4}$ Dechl. $6\frac{7}{8}$ Stl. zu Stl. facit $288\frac{59}{72}$ Stück.

20) $4\frac{1}{9}$ Stein ÷ $12\frac{3}{7}$ ℔ $2\frac{1}{2}$ Vl. zu Vl. fac. $128\frac{85}{126}$ Vl.

21) $16\frac{1}{3}$ S℔ $4\frac{1}{8}$ ℭ $9\frac{1}{2}$ Stein $6\frac{3}{4}$ L℔ ÷ $4\frac{1}{7}$ ℔ zu ℔? facit $5238\frac{37}{84}$ ℔.

22) $27\frac{1}{4}$ ℥ $13\frac{2}{3}$ Lt. ÷ $2\frac{1}{7}$ Q. $1\frac{1}{8}$ ℔ Gew. $1\frac{1}{9}$ Hlgew. zu Hlgew? facitf $14368\frac{209}{252}$. Hell.

CAPUT II.

Von der benahmten Brüche Reduction.

Was diese Reduction sey.

§. 1. Oben in der Regula detri von gantzen Zahlen ist erinnert, daß es offt einen Vortheil zeige, wen man die kleinere Benennungen zu einen Bruche des grössern Nahmens reducire; wie aber solches geschehe, davon soll gegenwärtig gehandelt werden. Wir verstehen aber durch diese Reduction nichts anders, als die Erfindung einer Zahl, so in einer grössern Benennung die Zahl des kleinern Nahmens in einem Bruche vorstellet, und sind hier viererley Fälle zu beobachten. 1) Reductio der gantzen Zahlen. 2) Reductio der Brüche. 3) Reductio gantzer Zahlen und Brüche. 4) Reductio mehrer kleinern Benennungen zu einer grössern.

Erster Fall.

§. 2. Geschiehet die Reduction der geringern Benennung zu einer grössern durch die Division des Werths der grössern Benennung in die Zahl der kleinern, so resolviret man den Werth einer kleinern Benennung in gantzen Zahlen zu einer grössern, wen man die Zahl der kleinern Benennung den Zähler und den Werth der grössern Benennung den Nenner seyn läßt, als: z. E. Man soll 24 gl zu thlr. reduciren, so nimt man 24 zum Zähler, und 36 zum Nenner. Stehet also:

(12
24 | 2
——— | ——— thlr. = 24 gl.
36 | 3

Folgen mehr Exempla zur Ubung.

1) 6 ℔ zu ℌ, f. $\frac{3}{4}$ ℌ.
2) 16 ℌ zu thlr, f. $\frac{4}{10}$ rhlr.
3) 12 ℌ zu ℔, f. $\frac{3}{5}$ ℔.
4) 18 ggr. zu thlr, f. $\frac{3}{4}$ thlr.
5) 14 ℔ zu Ctr, f. $\frac{7}{55}$ Ctr.
6) 10 Lt. zu ℔, f. $\frac{5}{16}$ ℔.
7) 25 Gran zu Drachm. f. $\frac{5}{12}$ Drachm.
8) 15 Ellen zu Stiege, f. $\frac{3}{4}$ Stiege.
9) 38 ℔ zu Ctr, f. $\frac{1}{3}$ Ctr.
10) 216 ℔ zu thlr, f. $\frac{3}{4}$ thlr.
11) 210 ℔ zu Stb f. $\frac{3}{4}$ Stb.
12) 325 Bog. Papier zu Bal. f $\frac{13}{102}$ Bl.
13) 105 Vierf. zu Bl. f. $\frac{21}{32}$ Bl.
14) 256 Hellgew. zu ℔ f. $\frac{1}{2}$ ℔.

Anderer Fall.

§. 3. Ist die Zahl der geringern Benennungen ein Bruch, so multipliciret den Nenner mit dem Werth der grössern Benennung, und schreibet den Zähler darüber. Als: z. E. Machet $\frac{2}{3}$ ℔ zu ℌ; so multipliciret den Nenner 3 mit 8, ist 24, und schreibet darüber 2, ist $\frac{2}{24}$, oder: $\frac{1}{12}$ ℌ.

Folgen mehr Exempel.

1) $\frac{3}{4}$ ℔ zu ℌ? facit $\frac{3}{32}$ ℌ.
2) $\frac{3}{4}$ ℌ zu thlr. facit $\frac{1}{48}$ thlr.
3) $\frac{4}{5}$ ℌ zu ℔? facit $\frac{1}{25}$ ℔.
4) $\frac{8}{9}$ Lt. zu ℔? facit $\frac{1}{360}$ ℔
5) $\frac{3}{8}$ ggr. zu thlr? facit $\frac{1}{64}$ thlr.
6) $\frac{4}{5}$ Vierf. zu Hbt? facit $\frac{1}{5}$ Hbt.
7) $\frac{19}{21}$ ℔ zu Ctr? facit $\frac{1}{126}$ Ctr.
8) $\frac{14}{17}$ ℔ zu Stb? facit $\frac{1}{340}$ Stb.

Dritter Fall.

§. 4. Wen die Zahl der Benennung aus einer gantzen Zahl und Brüchen bestehet, so multipliciret die gantze Zahl mit des Bruches Nenner, und nehmet dazu den Zähler, was kommet setzet oben zum Zähler. Multipliciret auch mit dem Nenner den Werth der grössern Benennung, und solches setzet unten zum Nenner, so habet ihr die begehrte Zahl in einer grössern Benennung. Als: machet $4\frac{1}{2}$ ℔ zu thlr. Stehet also:

		(9
$4\frac{1}{2}$	9	1
		thlr. = $4\frac{1}{2}$ ℔.
36)	72	8

Folgen mehr Exempla.

1) $19\frac{1}{2}$ ℔ zu thlr? facit $\frac{13}{24}$ thlr.
2) $16\frac{1}{4}$ ℔ zu ß? facit $\frac{13}{16}$ ß.
3) $13\frac{1}{3}$ Lt. zu ℔? facit $\frac{5}{12}$ ℔.
4) $9\frac{3}{5}$ ggr. zu thlr. $\frac{2}{5}$ thlr.
5) $17\frac{7}{9}$ ℔ zu ℭ? $\frac{80}{513}$ ℭ.
6) $14\frac{2}{7}$ Ell zu Stl? facit $\frac{5}{7}$ Stl.
7) $38\frac{1}{3}$ Stübg. zu Ahm? facit $\frac{23}{24}$ Ahm.
8) $93\frac{1}{3}$ ℔ zu Stℓ? facit $\frac{1}{3}$ Stℓ.
9) $55\frac{1}{3}$ ℔. zu ℔? facit $\frac{83}{96}$ ℔.
10) $106\frac{2}{3}$ ℒ zu thlr? facit $\frac{10}{27}$.
11) $8362\frac{2}{3}$ Lt. zu Stℓ? facit $\frac{14}{15}$ Stℓ.
12) $2313\frac{3}{4}$ Bog. zu Ballen? fac. $\frac{617}{1280}$ Bl.

Vierdtre Fall.

§. 5. Wen mehrere Zahlen von geringerer Benennung zu einer grössern Benennung durch einen Bruch zu bringen; so muß man erst die Zahl der geringsten Benennung zu der andern reduciren, und solche mit der andern Benennung addiren, hernach die andere zu der

grös-

grössern reduciren. z. E. $21\frac{1}{2}$ ℔ $2\frac{2}{3}$ ℔ machet zu thlr. Machet zuforderst $2\frac{2}{3}$ ℔ zu ℔, ist $\frac{1}{3}$ ℔, addiret solches zu $21\frac{1}{2}$ ℔, ist $21\frac{5}{6}$ ℔. Solches zu thlr, sind $\frac{131}{216}$ thlr.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 13 ℔ 4 ℔ zu thlr. fac. $\frac{3}{8}$ thlr.
2) 17 ℔ 2 ℔ zu ß? fac. $\frac{69}{80}$. ß.
3) 9 ℔ 4 ℔ zu thlr? f. $\frac{19}{72}$ thlr.
4) 15 Lt. $2\frac{2}{5}$ ℔. zu ℔? fac. $\frac{39}{80}$ ℔.
5) $17\frac{1}{3}$ ℔ zu ß? fac. $\frac{13}{15}$ ß.
6) $28\frac{2}{3}$ ggr. $2\frac{1}{2}$ ℔ zu thlr? fac. $1\frac{13}{64}$ thlr.
7) $14\frac{1}{2}$ Stüb. 2 Quart. zu Ahm? fac. $\frac{3}{8}$ Ahm.
8) $12\frac{1}{2}$ Lt. $3\frac{1}{9}$ ℔. zu ℔? fac. $\frac{239}{288}$ ℔.
9) $1\frac{1}{5}$ ℞ $16\frac{3}{4}$ ℔ $2\frac{1}{2}$ Bl. zu ℞? fac. $1\frac{1607}{4560}$ ℞.
10) $4\frac{7}{8}$ S℔ $2\frac{1}{4}$ L℔ $6\frac{1}{2}$ ℔ zu S℔? fac. $5\frac{3}{280}$ S℔.
11) $19\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Lt. $3\frac{2}{5}$ q. zu ℔? fac. $19\frac{1871}{1920}$ ℔.
12) $7\frac{1}{3}$ Wl. $2\frac{1}{8}$ Schl. $3\frac{1}{9}$ Hbt. zu Wl? fac. $7\frac{1357}{1440}$. Wl.

CAPUT III.

Von den 4. Speciebus in benahmten Brüchen.

Vom Addiren.

§. 1. Das Addiren in benahmten Brüchen brauchet keine besondere Anweisung, wenn man nur mercket, daß man die Brüche einer jeden Benennung zu derselben Benennung rechnet, wobey sie stehen. Wir wollen Exempel zur Ubung beyfügen.

1)	$13\frac{1}{2}$ thlr.	$16\frac{1}{5}$ ℔	$4\frac{1}{3}$ ℔
	$14\frac{7}{8}$ —	$19\frac{3}{10}$ —	$5\frac{8}{9}$ ℔
	$15\frac{1}{6}$ —	$27\frac{1}{4}$ —	$7\frac{3}{4}$ ℔
	$16\frac{1}{12}$ —	$15\frac{2}{3}$ —	$4\frac{1}{2}$ ℔
Facit	$61\frac{5}{8}$ thlr.	$8\frac{5}{12}$ ℔	$6\frac{17}{36}$ ℔

2)	$97\frac{1}{2}$	thlr.	15	ggr.	$5\frac{1}{2}$	℔
	$29\frac{1}{4}$	—	$16\frac{1}{3}$	—	$5\frac{7}{8}$	℔
	$33\frac{2}{9}$	—	$8\frac{4}{5}$	—	$7\frac{1}{4}$	℔
	$44\frac{6}{7}$	—	$5\frac{6}{11}$	—	$9\frac{1}{3}$	℔
	$55\frac{1}{3}$	—	$12\frac{7}{10}$	—	$8\frac{3}{8}$	℔
	$67\frac{7}{12}$	—	$14\frac{3}{5}$	—	$4\frac{1}{6}$	℔
	$72\frac{5}{18}$	—	$17\frac{1}{2}$	—	$\frac{3}{4}$	℔
	$83\frac{3}{14}$	—	$14\frac{3}{10}$	—	$5\frac{1}{2}$	℔
	$487\frac{5}{21}$	thlr.	$11\frac{257}{330}$	ggr.	$10\frac{3}{4}$	℔ Fac.

3)	$9\frac{1}{4}$ ℔	$17\frac{1}{6}$ ℔	$3\frac{1}{3}$	Bl.
	$6\frac{1}{9}$ ℔	$112\frac{1}{8}$ ℔	$2\frac{2}{7}$	—
	$5\frac{1}{8}$ ℔	$76\frac{1}{3}$ ℔	$1\frac{1}{9}$	—
	$8\frac{3}{7}$ ℔	$25\frac{3}{5}$ ℔	$2\frac{1}{6}$	—
	$7\frac{1}{14}$ ℔	$18\frac{1}{10}$ ℔	$3\frac{1}{5}$	—
	$8\frac{9}{10}$ ℔	$17\frac{1}{7}$ ℔	$1\frac{1}{8}$	—
	$46\frac{319}{360}$ ℔	$41\frac{21}{40}$ ℔	$1\frac{559}{520}$	Bl.

4)	$6\frac{1}{2}$ Wl.	$3\frac{1}{3}$ Schl.	$7\frac{1}{8}$ Hbt.	
	$3\frac{2}{3}$ Wl.	$1\frac{1}{7}$ Schl.	$7\frac{2}{7}$ Hbt.	
	$8\frac{4}{5}$ Wl.	$2\frac{5}{6}$ Schl.	$3\frac{1}{9}$ Hbt.	
	$10\frac{7}{9}$ Wl.	$1\frac{3}{7}$ Schl.	$9\frac{1}{7}$ Hbt.	
	$4\frac{2}{15}$ Wl.	$1\frac{1}{2}$ Schl.	$7\frac{3}{8}$ Hbt.	
	$8\frac{2}{10}$ Wl.	$2\frac{3}{4}$ Schl.	$6\frac{11}{14}$ Hbt.	
	$7\frac{5}{6}$ Wl.	$1\frac{1}{8}$ Schl.	$7\frac{13}{28}$ Hbt.	
	$54\frac{11}{18}$ Wl.	$2\frac{143}{840}$ Schl.	$8\frac{73}{252}$ Hbt.	

Vom Subtrahiren.

§. 2. Bey dem Subtrahiren ist gleichfals nichts zu erinnern, als: daß man die Brüche, so bey jeder Benennung stehen, von derselben auch daselbst subtrahiret. Davon wir folgende Exempel setzen wollen.

1) 19½ thlr. 25⅙ gl 3½ Q
subt. 8⅝ thlr. 6⅐ gl 4⅕ Q

10 17/18 thlr. 8 1/42 gl 7 3/10 Q

2) 119⅑ ℔ 15⅔ ß 9⅛ Q
98½ ℔ 13⅚ ß 11 7/9 Q.

17 2/14 ℔ 0⅚ ß 9 25/72 Q

3) 127⅔ thlr. 15¼ ggr. 9⅛ Q
87 thlr. 19 ggr. 11 Q

39⅔ thlr. 19¼ ggr. 10⅛ Q

4) 1126⅕ ℔ – Lt. – Q
14¼ ℔ 13⅓ Lt. 3⅑ Q

1110 19/20 ℔ 17⅔ Lt. ⅘ Q.

5) 119 Wl. 3 Schl. 9 Hbt.
14⅐ Wl. 3⅕ Schl. 7⅐ Hbt.

103 8/9 Wl. 3⅘ Schl. 1⅗ Hbt.

6) 76⅑ Ballen 5 Rieß 2¼ Buch
18⅘ Ballen 3¼ Rieß 2⅐ Buch

57 14/45 Ballen –¾ Rieß 19 17/36 Buch

7) 57 3/10 ℭ 14⅐ ℔
16⅘ ℭ 38⅞ ℔

39½ ℭ 89 15/56 ℔

8) 139⅐ G℔ 14⅜ L℔ 6⅑ ℔
87⅝ —— 15⅘ L℔ 7 2/11 ℔

fac. 50 29/56 —— 17 23/40 — 12 29/99 ℔.

Von

Von Multipliciren in benahmten Brüchen.

§. 3. Beym multipliciren in benahmten Brüchen mercket, daß man zu erst den Bruch, und hernach die gantze Zahl mit der dazu gegebenen Zahl multipliciret; wo aber mehrere Benennungen zu multipliciren sind, so reduciret die Brüche der grössern Benennung in die kleinere Benennung, und multipliciret sie mit der dazu gegebenen Zahl. Oder: verfahret nach der Anweisung bey der Multiplication in benahmten Zahlen.

Folgen mehr Exempla.

1) $87\frac{3}{4}$ thlr. multipl. mit 16? fac. 1404 thlr.
2) $116\frac{5}{6}$ ℔ mit 28 ℔? fac. $3271\frac{1}{3}$ ℔.
3) $19\frac{5}{6}$ ℭ mit 32? fac. $634\frac{2}{3}$ ℭ.
4) $17\frac{1}{8}$ Wl. mit $\frac{5}{6}$ ß fac. $14\frac{13}{48}$ Wl.
5) $11\frac{1}{8}$ thlr. mit $\frac{5}{7}$? fac. $7\frac{53}{56}$ thlr.
6) $54\frac{7}{9}$ Stein mit $\frac{3}{11}$ fac. $14\frac{3}{33}$ Stein.
7) $154\frac{1}{3}$ ℔ mit $1\frac{1}{2}$? fac. $231\frac{1}{2}$ ℔.
8) $374\frac{7}{6}$ ℔ mit $6\frac{7}{9}$ ß fac. $2540\frac{13}{81}$ ℔.
9) $7\frac{1}{4}$ thlr. $15\frac{1}{3}$ ℊ mit 13? fac. 99 thlr. $28\frac{1}{3}$ ℊ.
10) $19\frac{2}{7}$ ℔ $6\frac{1}{9}$ ℊ $4\frac{1}{2}$ ℒ mit 17 ß fac. 335 ℔ 19 ℊ $1\frac{41}{126}$ ℒ.
11) $20\frac{7}{8}$ thlr. $15\frac{1}{9}$ ℊ $3\frac{3}{7}$ ℒ mit 23? fac. 490 thlr. 1 ℊ $7\frac{19}{63}$. ℒ.
12) $6\frac{4}{5}$ Wl. $1\frac{1}{9}$ Schl. $3\frac{3}{8}$ Hbt. mit 57? fac. 408 Wl. — Schl. $9\frac{17}{24}$ Hbt.
13) $14\frac{1}{7}$ Lt. $3\frac{3}{5}$ Q. $1\frac{1}{9}$ ℒ Gew. $1\frac{1}{2}$ Helgew. mit 119 ß fac. 56 ℔ 11 Lt. 3 Q. 3 ℒ Gl. $\frac{21}{630}\left|\frac{(7}{90}\right.$ Helgew.
14) $50\frac{3}{8}$ ℔ $5\frac{1}{9}$ ℊ $2\frac{1}{7}$ ℒ mit 221? fac. 11192 ℔ 6 ℊ $2\frac{1}{63}$ ℒ.
15) $6\frac{1}{7}$ Zim. $2\frac{1}{3}$ Dech. 5. St. mit 314? fac. 2169. Zim o Dech. $8\frac{2}{3}$ St.
16) $9\frac{1}{8}$ Ballen $3\frac{1}{3}$ Rieß $14\frac{3}{4}$ Buch mit 417 ß facit 3974 Buch 8 Rieß $15\frac{3}{4}$ Buch.

17)

17) $9\frac{1}{3}$ ℔ $3\frac{3}{5}$ ℔ $7\frac{1}{8}$ ℔ mit 538? fac. 5131 ℔ 17 ℔ $3\frac{47}{60}$ ℔.

Von der Division der benahmten Brüche.

§. 4. Dividiren in benahmten Brüchen geschiehet, wie die Division der unbenahmten Brüche. Wen aber die gegebene Zahl von mehr, als einer Benennung; so muß man die Brüche der grössern Benennung zu kleinern Nahmen reduciren, und darauf von der grössern zu dividiren anfahen, wie in gantzen benahmten Zahlen gelehret.

Folgen Exempla zur Ubung.

1) $5\frac{1}{2}$ thlr. in 16? fac. $\frac{11}{32}$ thlr.
2) $3\frac{7}{8}$ thlr. in $7\frac{1}{2}$? fac. $\frac{31}{60}$ thlr.
3) $19\frac{1}{3}$ ℔ in 24? fac. $\frac{29}{360}$ ℔.
4) $12\frac{4}{5}$ thlr. in 33? fac. $\frac{64}{165}$ thl.
5) 116 $\frac{1}{4}$ thlr. $16\frac{3}{5}$ ℊ in 16. fac. 7 thlr. $10\frac{3}{5}$ ℊ,
6) $214\frac{1}{7}$ thlr. $15\frac{1}{9}$ ℊ $3\frac{3}{8}$ ℚ in 21. f 10 thl. 7 ℊ $6\frac{77}{105}\frac{65}{84}$ ℚ.
7) $524\frac{5}{6}$ ℔ $12\frac{1}{5}$ ℊ $3\frac{1}{8}$ ℚ in 35? fac. 15 ℔ 0 ℊ $2\frac{487}{4200}$ ℚ.
8) $64\frac{1}{9}$ ℭ $17\frac{1}{4}$ ℔ in 67? fac. $109\frac{275}{804}$ ℔.
9) $54\frac{3}{8}$ Wl. $3\frac{3}{7}$ Schl. $4\frac{2}{5}$ Hbt. in 87? fac. 2 Schl. $5\frac{13}{30}\frac{54}{45}$. Hbt.

Ist der Divisor ein Bruch, so dividiret mit dem Nahmen seines Verhalts zum Gantzen die gegebene Zahl. Ist es eine gantze Zahl mit einem Bruche, so machet sie zu einen Bruche. Multipliciret mit dem Renner die gegebene Zahl, und dividiret sie in den Zähler.

10) $87\frac{1}{2}$ thlr. in $\frac{7}{9}$? fac. $112\frac{1}{2}$ thlr.
11) 45 ℔ $17\frac{1}{4}$ ℊ in $\frac{3}{4}$? fac. 61 ℔ 3 ℊ.
12) 18 ℭ $19\frac{1}{5}$ ℔ in $\frac{3}{7}$? fac. 42 ℭ $44\frac{4}{5}$ ℔.
13) 17 Wl. 3 Schl. $5\frac{1}{4}$ Hbt. in $\frac{7}{10}$? fac. 25 Wl. 2 Schl. $1\frac{11}{14}$ Hbt.

14) 18

14) $18\frac{1}{3}$ thlr. $12\frac{1}{9}$ ℔ $7\frac{1}{2}$ ℔ in $\frac{5}{12}$? fac. 7 thlr. 28 ℔ $3\frac{107}{216}$ ℔.

15) $15\frac{1}{3}$ ℥ $16\frac{4}{5}$ ℔ $3\frac{3}{8}$ ℔ in $\frac{7}{8}$: fac. 18 ℥ 9 ℔ $13\frac{34}{105}$. ℔.

16) $74\frac{3}{8}$ ℔ $15\frac{4}{5}$ Lt. $2\frac{1}{4}$ ql. in $\frac{3}{5}$? fac. 124 ℔ 25 Lt. $3\frac{3}{4}$ q.

17) $19\frac{1}{8}$ thlr. in $3\frac{1}{6}$? fac. $6\frac{3}{76}$ thlr.

18) 24 ℔ $15\frac{2}{3}$ ß in $4\frac{3}{5}$? fac. 5 ℔ $6\frac{61}{69}$ ßl.

19) $16\frac{1}{9}$ Zimmer 3 Decher 4 St. in $15\frac{2}{9}$? fac. 1 Zimmer — Decher $4\frac{78}{1137}$ St.

20) $112\frac{4}{5}$ ℔ $13\frac{1}{7}$ Lt. $3\frac{1}{2}$ ℔. in $29\frac{3}{4}$? fac. 3 ℔ 13 Lt. $0\frac{2278}{41165}$ ℔.

21) $176\frac{3}{8}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ ℔ $7\frac{5}{6}$ ℔ in $57\frac{2}{10}$ facit 3 ℔ 1 ℔ $1\frac{98}{193}$ ℔.

21) $68\frac{1}{7}$ Wl. $2\frac{1}{9}$ Schl. $3\frac{1}{5}$ Hbt. in $61\frac{11}{12}$: fac. 1 W. — Schl. $4\frac{32372}{78015}$. Hbt.

23) $154\frac{3}{8}$ Stiege $16\frac{5}{9}$ Ell in $73\frac{4}{7}$ facit 2 Stiege $3\frac{17710}{92700}$. Ell.

24) $207\frac{5}{7}$ Bund $13\frac{1}{9}$ Löpffe in $85\frac{3}{5}$? facit 2 Bund $8\frac{2229}{13482}$ Löpffe.

25) $18\frac{1}{9}$ Fuder $5\frac{3}{5}$ Ahm $36\frac{2}{3}$ Stüb. $1\frac{1}{8}$ Quart. in $115\frac{13}{18}$? facit 39 Stübg. $3\frac{1611}{58324}$ Quart.

CAPUT IV.

Von Verhalt der benahmten Brüche in der Regula detri.

Was bey der Bruch-Regul sonderlichs zu mercken.

§. 1. Es beruhet die Regula detri in gebrochenen Zahlen auf eben den Gründen, als die Regula detri in gantzen Zahlen, und es ist nur wegen der Brüche zu mercken. 1) Daß der Brüche Nenner Theile eines Gan-

Gantzen sind, die Zähler aber anzeigen die Zahl, welche dividiret werden sollen, daher folget:

2) Daß die Nenner der Zahlen, so multipliciret werden sollen, zum Divisore, und derer Zähler zum Multiplicatore; und der Nenner der Zahl, so man dividiren soll, zum Multiplicatore, und deren Zähler zum Divisore gehören.

3) Daß eine gantze Zahl in einen Bruch gebracht werde, wen man sie mit dem Nenner multipliciret, den Zähler dazu nimt, und den Nenner darunter setzet, und daraus fliesset folgende Regul.

1) Machet forne, mitten und hinten eine Benennung.

2) Wo Brüche bey gantzen stehen, da multiplicirt die gantze Zahl mit des Bruches Nenner, und thut dazu den Zähler.

3) Wen keine gantze Zahl vorhanden, so setzet den Zähler herunter.

4) Multipliciret die forderste Zahl mit des mittelsten und hintersten Bruches Nenner.

5) Die mittelste, oder: hinterste mit des forderstен Bruches Nenner, ferner verfertiget das Exempel nach der Regula detri in gantzen Zahlen. z.E. $\frac{1}{8}$ ℔ Macis Blumen kosten $19\frac{1}{2}$ ℊ $7\frac{1}{2}$ ℔, was kosten $13\frac{1}{9}$ ℔. Stehet also:

$\frac{1}{8}$ ℔	—	$19\frac{1}{3}$ ℳ $7\frac{1}{2}$ ♌	—	— $13\frac{1}{9}$ ℔
		8		
1 ℔				118 ℔
6		$159\frac{1}{2}$ ♌		8
		$2\frac{2}{3}$ ♌		
6 ℔				944 ℔
9		$162\frac{1}{6}$ ♌		973
54 ℔		973 ♌		2832
				6608
				8496
				918512

$\frac{3}{7}$ (26 | $\frac{7}{7}\frac{7}{4}$ (1 | $\frac{3}{2}$ (2

$\frac{9}{7}\frac{7}{8}\frac{5}{4}\frac{7}{2}$ ♌ | $\frac{7}{7}\frac{7}{8}\frac{9}{9}$ ♌ | $\frac{2}{7}\frac{7}{2}\frac{6}{9}$ ℳ | 59 thl.

$\frac{5}{4}\frac{4}{4}\frac{4}{4}\frac{4}{4}$ | $\frac{8}{8}\frac{8}{8}$ | $\frac{3}{6}\frac{6}{6}$

$\frac{5}{5}\frac{5}{5}\frac{5}{5}$ | | $\frac{3}{3}$

26	13
——	—— ♌
54	27

Erster Vortheil hiebey.

§. 2. Weil der Nenner der mittelsten und hintersten Zahl zum Divisore; der Nenner aber der forderstен Zahl zum Multiplicatore gehöret, so folget, daß man den Nenner der hintersten und mittelsten Zahl forne, und den Nenner der forderstен Zahl hinten: oder mitten nicht einführen dürffe, wen forne und hinten, oder: mitten einerley Nenner sind. z. E.

$\frac{1}{2}$ ℔

$\frac{1}{8}$ ℔ — $162\frac{1}{6}$ ℔ — $13\frac{1}{8}$ ℔

1 ℔ 973 ℔ 105 ℔
6 105

6 ℔ 4865
9730

102165

4 4(3℔ ɣɣ6(3℔ ȝ(4ℜ
ɣɸ2ɣ65 | ɣɳɸ2ɳ | 2ɣ28 | 59 thlr.
66666 8888 ȝ66
ȝ

(3

3	1
—	—℔
6	2

Hier ist der forderste und hinterste Nenner gleich; darum ist der forderste Nenner nicht hinten, noch der hinterste forn eingeführet.

Anderer Vortheil.

§. 3. Aus eben dem Grunde folget, daß nicht nöhtig sey, irgend wo einen Nenner einzuführen, wen der mittelste und hinterste Nenner mit einander multiplicirt, den forderſten gleich sind.

$1\frac{1}{2}$ ℔ — $16\frac{1}{3}$ ℜ $2\frac{1}{2}$ ℔ — $13\frac{1}{2}$ ℔
8

1 ℔ 27 ℔

$130\frac{1}{2}$ ℔
$2\frac{2}{3}$ ℔

$133\frac{1}{6}$ ℔

799 ℔

℔ 799

799
27

5593
1598

21573

(3 ℜ
ℌℌ(2
2666 | 74 thlr.
366
3

Hier ist der mittelste und hinterste Nenner mit einander multipliciret gleich den forderſten; darum ist nirgendwo ein Nenner eingeführet.

Dritter Fall.

§. 4. Ferner folget hieraus, wen der forderſte commenſurabilis mit dem mittelſten, oder: der mittelſte und hinterſte multipliciret, mit dem forderſten commenſurabilis, man nur das Quotum eines jeglichen Nenners einführet. z. E.

$\frac{1}{8}$ ℔ — $162\frac{1}{6}$ ℔ — $13\frac{1}{9}$ ℔

1 ℔
3

3 ℔
9

27 ℔

973 ℔

118 ℔
4

472 ℔
973

1416
3304
4248

459256

78

℔8 (13 ℔ | 124(1 ℔ | ʒ(2 ℜ | 59 thlr.
45ϕ756 | 17ϕϕϕ | 2176 |
2nnnnn | 8888 | ʒϕϕ |
22222 | | ʒ |

13
——℔
27

Hier gehet der forderste und mittelste Nenner auf in 2, forne kömmt 4, mitten 3; darum ist forne 3, und hinten 4 eingeführet. Oder:

$\frac{1}{8}$ ℔ — $162\frac{1}{6}$ ℔ — $13\frac{1}{12}$ ℔

1 | 973 | 8 | 8–72
——(9 | 4865 | 27 | ——
9 ℔ | 6811 | 13 | 1—9

152761 157

ϕ 8 ϕ ʒ(4 ℔ | 1 1(5 ℔ | ʒ(3 3 ℜ | 58 thlr.
1 5 2 n ϕ 1 | 1 ϕ ϕ n ʒ | 2 1 2 1 |
ϕ ϕ ϕ ϕ ϕ | 8 8 8 8 | ʒ ϕ ϕ |
ʒ

4
——℔
9

Hier war der mittelste und hinterste Nenner mit einander multipliciret 72, der forderste aber ist 8, gehen beyde auf in 8.

An statt 8 kommt die 1, und ist also hinten nicht eingeführet, forne aber ist 9 eingeführet, weil von 72: 8 das Quotum 9.

§. 5. Wen in den Exempeln der Bruch-Regul in allen drey Stätten Brüche gemacht, so sind Divisores, des forderſten Bruchs Zähler, nebst des andern und

dritten Bruchs Nennern, und Multiplicatores aber sind des forderſten Bruches Nenner, und, des mittelſten und hinterſten Bruchs Zähler. Wen man dieſemnach die forderſte, mittelſte und hinterſte Zahl zu einer gleichen Benennung macher, ſo ſetzet alle und jede ganze Zahlen in einen Bruch, und multipliciret, ſodann die Diviſores unter einander, desgleichen die Multiplicatores. Dividiret durch das Product der Diviſorum. das Product der Multiplicatorum, und gebet dem Quoto den Nahmen von dem mittelſten. Was übrig bleibt, hat desgleichen von dem mittelſten den Nahmen, und wird in einen Bruch geſetzt, oder: zu einer kleinern Benennung gemacht. Als z. E.

$\frac{1}{8}$ ℔ — $19\frac{1}{3}$ ℜ $7\frac{1}{2}$ ℒ — $13\frac{1}{9}$ ℔

sind 973 — 118

6 ℒ — 9

Hier ſind Diviſores von der forderſten $\frac{1}{8}$, 1; die von der mittelſten $97\frac{3}{6}$, 6; darum ſprechet: 1 mal 6 iſt 6. $118\frac{8}{9}$, iſt der Diviſor 9; darum ſprechet: 6 mal 9, iſt 54, iſt das Product der Diviſorum. Die Multiplicatores ſind von der forderſten Zahl 8, von der mittelſten 973; darum ſprechet: 8 mal 973, iſt 7784. Von der hinterſten iſt der Multiplicator 118; darum ſprechet: 7784 mal 118, iſt: 918512. Dieſes Product theilet man in das Product der Diviſorum, nemlich in 54, kommet 17009, hat den Nahmen von mittelſten, und 26 bleiben übrig, werden mit dem Diviſore in einen Bruch geſetzt, welcher iſt: $\frac{26}{54}$, oder: $\frac{13}{27}$.

Hieraus flieſſet folgende Regul.

1) Richtet die vermiſchten Zahlen ein.
2) Setzet den Zähler der forderſten Zahl nebſt den

Nen

Nennern der mitlern und hintern Zahlen zu den Diviſoribus.

3) Setzet den Nenner der forderſten Zahl nebſt den Zählern der mittlern und hintern Zahlen zu den Multiplicatoribus.

4) Hebet die commenſurablen Zahlen gegen einander auf.

5) Multipliciret die Quota der Diviſorum, wie auch der Multiplicatorum.

6) Dividiret die Facta der Multiplicatorum in die Facta der Diviſorum, ſo kommet das begehrte Facit. So ſind in vorigen Exempel.

Diviſores	Multiplicatores
1	8 (4
3) ℔	973
9	118
27 Factum der Diviſorum.	459256 Factum der Multiplicatorum.
3)	
9 — —	$153085\frac{1}{3}$
9)	
1 — —	$17009\frac{13}{27}$ ℒ.

Oder: ſo $1\frac{5}{9}$ ℔ koſten $\frac{21}{24}$ thlr, was $\frac{16}{49}$ ℔. Stehet alſo:

$1\frac{5}{9}$ ℔ — $\frac{21}{24}$ thlr. — $\frac{16}{49}$ ℔

14 ℔

9

Sind die Diviſores	Die Multiplicatores
2) ℔	9
8) ℔	℔ (℔
49	℔ (8

49 Factum der Divisorum	9 Factum der Multiplicatorum
49)	
I — — —	$\frac{2}{49}$ thlr. das Facit.

Wie die Welsche Practica bey dergleichen Exempeln zu gebraucheu.

§. 6. Die welsche Practica kann auch bey diesen Exempeln statt finden. Dazu einige Anweisung zu geben wollen wir die Exempel wieder eintheilen, in Multiplications, Divisions und Proportions-Exempla.

Von Multiplications-Exempeln.

§. 7. Was Multiplications-Exempla sind, ist bey der Regula detri in gantzen Zahlen §. 8. erinnert, und gezeiget, daß dabey zweyerley Fälle sich begeben. Der erste Fall ist, wenn die forderste Zahl kleiner, oder: eben so klein, als die kleineste Benennung der hintersten Zahl. Solche Exempla kann man nach allen den Arten und Veränderungen machen, wie die Multiplications-Exempla in gantzen Zahlen. Wegen der Brüche aber sind folgende Reguln in acht zu nehmen.

1) Wen mitten ein Bruch stehet, so multipliciret erst mit den gantzen Zahlen, hernach mit dem Bruche.

2) Wen die mittelste Zahl mehr als einer Benennung, und bey der grössern, oder: andern Benennung ein Bruch stehet; so resolviret man solche zu der kleinesten Benennung, und addiret was kommt zu den Zahlen der kleinesten Benennung. Oder: es kann auch bisweilen mit Vortheil geschehen, wen man die Zahl der kleinesten Benennung zu der gröβten reduciret.

3) Den Bruch der hintersten Zahl, so von des mittelsten gröβten Benennung den Nahmen bekömmt, reputiret zu der kleinesten Benennung. Als z. E. Die

Untze

Untze kostet $14\frac{1}{8}$ thlr. $7\frac{1}{9}$ ℔ $2\frac{2}{3}$ ß, was kostet $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{5}$ Untze. Stehet also:

1 Untz — $14\frac{1}{8}$ thlr. $7\frac{1}{9}$ ℔ $2\frac{2}{3}$ ß — $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{5}$ Untz.

(16

4 ℔ 4 ß — 38 thlr. 12 ℔

$\frac{8}{9}$ ß

14 thlr. 11 ℔ $7\frac{5}{9}$ ß

1 Untz — 14 thlr. 11 ℔ $7\frac{5}{9}$ ß — 38 thlr. 12 ℔

(7

7 thlr. — — — 268 : 12 :

(2

14 thlr. — — — 536 : 24 :

$\frac{1}{4}$ — 9 ℔ — — 9 : 21 :

$\frac{1}{9}$) — 1 ℔ — — 1 : 2 : $2\frac{2}{3}$

$\frac{1}{1}$ — 1 — — 1 : 2 : $2\frac{2}{3}$

($\frac{1}{2}$) 4 ß — : 19 : $1\frac{1}{3}$

($\frac{1}{2}$) 2 ß — : 9 : $4\frac{2}{3}$

$\frac{1}{2}$ 1 : — : 4 : $6\frac{1}{3}$

($\frac{1}{9}$) $\frac{4}{9}$ — : 2 : $1\frac{1}{27}$

$\frac{1}{4}$) $\frac{1}{9}$ — : — : $4\frac{7}{27}$

14 thlr. 11 ℔ $7\frac{5}{9}$ ß — 549 thlr. 13 ℔ $6\frac{26}{27}$ ß

Hier hat man in der mittelsten die Brüche der grössern Benennung resolviret, und hinten eine der forderssten gleiche Benennung gemacht. Den hintersten Bruch, so von der mittelsten Zahl den Nahmen thlr. führet, hat man in ℔ resolviret. Wollte man aber den mittlern kleinern Nahmen durch einen Bruch zu der grössern Benennung reduciren, so stünde das Exempel also:

1 Unze – $14\frac{1}{8}$ thlr. $7\frac{1}{9}$ ℔, $2\frac{2}{3}$ ℒ – $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Unze

$\frac{1}{3}$

8)——————(16

$38\frac{1}{3}$ thlr. 12 ℔

$7\frac{4}{9}$ ℔

36)————

$\frac{67}{324}$ thlr.

$14\frac{1}{8}$ thlr.

$14\frac{215}{6488}$ thlr.

7 thl.	268 thlr. 12 ℔
14 thlr.	536 thlr. 24 ℔ – ℒ
$\frac{1}{4}$ $\frac{162}{648}$	9 – 21 — ℒ
$\frac{1}{6}$ $\frac{27}{648}$	1 – 21 ℔ 4 ℒ
$\frac{1}{9}$ $\frac{18}{648}$	1 – 2 ℔ $2\frac{2}{3}$ ℒ
$\frac{1}{3}$ $\frac{6}{648}$	0 – 12 ℔ $6\frac{2}{9}$ ℒ
$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{648}$	0 – 4 ℔ $2\frac{2}{27}$ –
$14\frac{215}{648}$ thlr.	549 thlr. 13 ℔ $6\frac{26}{27}$ ℒ

Hier hat man in der mitten die Zahlen der kleinern Benennungen $7\frac{1}{9}$ ℔ $2\frac{2}{3}$ ℒ zu der grössern Benennung reduciret, ist: $\frac{215}{648}$ thlr. und nachdem man die gantze Zahl der 14 thlr. in die hinterste eingeführet, den Bruch in seine partes aliquantas zerstreuet, wie sie aus den Gantzen zu nehmen, nach ihren Nahmen in einfachen Zahlen aus den hintern genommen, so præsentiret die Summa aller Theile des begehrten Facit.

§. 7. **Oder man kann auch dergleichen Exempla von hinten zu machen nach folgender Regul.**

1. Machet die Brüche der mittlern grösten Benennung zur kleinern Benennung.

2) Machet die hinterste Zahl zu einer kleinesten Benennung, welche der forderſten gleich.

3) Zer-

3) Zerfället, oder: zerstreuet die hinterste Zahl.
4) Und führet sie in die mittelste ein, so stehet das Exempel also:

1 Untz – $14\frac{1}{8}$ thl. $7\frac{1}{9}$ ℊ $2\frac{2}{3}$ ℔ – $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Untz.
4 ℊ $4\frac{5}{9}$ ℔ – ——— (16
14 thlr. 11 ℊ $7\frac{5}{9}$ ℔ – $38\frac{1}{3}$ Untz
57 thlr. 11 ℊ $6\frac{2}{9}$ ℔ – 4 Untz (4
515 thlr. 34 ℊ – – 36 Untz (9
28 thlr. 23 ℊ $7\frac{1}{9}$ ℔ 2 ″
4 thlr. 27 ℊ $7\frac{23}{27}$ ″ $\frac{1}{3}$ ″ (6
549 thlr. 13 ℊ $6\frac{26}{27}$ ℔ – $38\frac{1}{3}$ Untz.

Hier hat man zu erst 38 Untzen, hernach $\frac{1}{3}$ Untzen als die hinterste Zahl in die mittelste 14 thlr. 11 ℊ $7\frac{5}{9}$ ℔ eingeführet, und das Facit gefunden.

Folgen Exempla zur Ubung.

1) 1 ℔ Oehl zu 32 ℊ 4 ℔, was $7\frac{1}{2}$ ℭ $6\frac{3}{5}$ ℔? fac. 777 thlr. 30 ℊ -- ℔.

2) 1 Ell Schlesische Leinewand zu 11 ℊ 7 ℔, was $19\frac{1}{8}$ Stiege $17\frac{1}{6}$ Ellen? fac. 131 thlr. 30 ℊ $-\frac{1}{3}$ ℔.

3) 1 Hbt. Rocken 19 ℊ 4 ℔, was $7\frac{3}{5}$ Wl. $2\frac{1}{4}$ Schl. ÷ $6\frac{1}{8}$ Hbt. fac. 173 thlr. 19 ℊ $2\frac{1}{2}$ ℔.

4) 1 Lt. Macis-Blumen 4 ℊ 6 ℔, was $9\frac{1}{3}$ ℔ $6\frac{1}{2}$ Lt. facit 40 thlr. 9 ℊ $4\frac{1}{3}$ ℔.

5) 1 ℔ Wachs zu $\frac{1}{2}$ thlr, was 9 ℭ 7 ℔? fac. 344 thl. 12 ℊ.

6) 1 ℔ Flachs zu $\frac{1}{8}$ thlr, was 2 Stein 7 ℔? fac. 5 thlr. 3 ℊ 4 ℔.

7) 1 Ell Catun zu $\frac{3}{8}$ thlr, was 75 Ell? fac. 28 thlr. 4 ℊ 4 ℔.

8) 1 ℔ Zucker $\frac{5}{18}$ thlr, was 1437 ℔? fac. 399. thl. 6 ℊ.

9) 1 Wl. Gersten $10\frac{4}{5}$ thlr. $16\frac{1}{2}$ ggr, was 37 Wl? f 425 thlr. -- ggr. $10\frac{4}{5}$ ℔.

10) 1 Lt. Gold $10\frac{1}{7}$ thlr. ÷ $15\frac{2}{3}$ ℌ $6\frac{1}{2}$ ℔, was 12 ℔ 14 Lt? fac. 1995 thlr. 4 ℌ $5\frac{16}{21}$ ℔.

11) 1 ℔ Federn $\frac{4}{27}$ thlr, was $\frac{3}{4}$ ℔? fac. 4 ℌ.

12) Das ℔ langen Canel zu $\frac{11}{12}$ thlr, was $\frac{5}{8}$ ℔? fac. 20 ℌ 5 ℔.

13) Um 1 thlr. bekömt man $3\frac{7}{8}$ ℅ Reiß, was $\frac{6}{7}$ thl. fac. 18 ℔.

14) Die Elle grob Tuch $\frac{7}{8}$ thlr, wie viel $\frac{3}{5}$ Ell? fac. 18 ℌ $7\frac{1}{5}$ ℔.

15) Der ℅ weisser Ingber zu $12\frac{1}{7}$ thlr. $13\frac{1}{2}$ ℌ $6\frac{1}{9}$ ℔. was $\frac{7}{12}$ ℅? fac. 7 thlr. 11 ℌ $2\frac{61}{108}$.

16) Das ℔ blaue Stärcke zu $8\frac{1}{3}$ ℌ $5\frac{1}{2}$ ℔, was $1\frac{1}{4}$ ℅ $16\frac{1}{3}$ ℔? fac. 39 thlr. 28 ℌ $6\frac{17}{36}$ ℔.

17) Gekauft $12\frac{1}{3}$ ℅ $43\frac{1}{4}$ ℔ $18\frac{1}{9}$ ℅ $6\frac{1}{5}$ ℔ $14\frac{1}{5}$ ℅ ÷ $29\frac{1}{9}$ ℔ Englisch Zinn $9\frac{1}{3}$ ℌ $6\frac{2}{5}$ ℔ das ℔ was bringts? fac 1438 thlr. 11 ℌ $2\frac{122}{135}$ ℔.

18) $2\frac{7}{8}$ ℔ $5\frac{1}{3}$ L℔ $7\frac{1}{2}$ ℔ $2\frac{1}{5}$ ℔ $14\frac{1}{2}$ L℔ $6\frac{1}{5}$ ℔, $2\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{8}$ L℔ $2\frac{2}{3}$ ℔, und $1\frac{1}{9}$ ℔ $16\frac{1}{2}$ L℔ $4\frac{1}{7}$ ℔ Kupfer, à $12\frac{1}{9}$ ℌ ÷ $3\frac{1}{2}$ ℔ das ℔: was machts? fac. 1024 thlr. 13 ℌ $2\frac{22307}{22680}$ ℔.

19) $3\frac{1}{2}$ Fuder $1\frac{1}{3}$ Ahm $16\frac{1}{5}$ Stübg. $4\frac{1}{3}$ Fud. $5\frac{1}{3}$ Ahm $24\frac{3}{7}$ St. $2\frac{1}{8}$ Fud. $1\frac{1}{4}$ Ahm $36\frac{1}{3}$ Stübg. $1\frac{1}{9}$ Fud $6\frac{4}{5}$ Ahm $12\frac{1}{4}$ Stübg. Reihn-Wein, à $1\frac{1}{8}$ thlr. $16\frac{2}{3}$ ℌ $4\frac{1}{9}$ ℔ das Stübg? fac. 5342 thlr. 26 ℌ $3\frac{14170}{37800}$ ℔.

20) Von $17\frac{1}{2}$ Ballen $3\frac{1}{8}$ Rieß Papier, sind verkaufft $8\frac{1}{4}$ Ball. $7\frac{1}{6}$ Rieß Papier $1\frac{1}{9}$ thlr. $16\frac{1}{3}$ ℌ $4\frac{1}{2}$ ℔ das Rieß, was belaufft das übrige? fac. 139 thlr. 28 ℌ $7\frac{41}{144}$ ℔.

Die andere Art der Multiplications Exempel.

§. 8. Wie in gantzen Zahlen, also mögen auch in Brüchen die Exempel zu den Multiplications-Exempeln gezählet werden, wo die Unitæt forne mit einen grössern Nahmen benennet ist; und verfertiget man die Exempel nach folgender Regul.

1) Man

1) Machet man die Brüche der größten Benennung von der mittelsten und hintersten zu kleineren Benennungen, und addiret sie zu den Zahlen der kleinern Benennung.

2) Führet man von der hintern Zahl, die Zahl der grössern Benennung, so der forderſten gleich, in die mittelste Zahl ein, hernach die Zahl der kleinern Benennung und den Bruch, wie in der Regula detri in ganzen Zahlen bey diesen Falle angewiesen. z. E. Wen das ℔ Orientalisch Bezuar Stein kostet, 229 thlr. $10\frac{7}{9}$ ℌ $2\frac{2}{3}$ ℚ, was den $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Unz. Stehet also:

1 ℔	–	229 thlr.	$10\frac{7}{9}$ ℌ	$2\frac{2}{3}$ ℚ	–	$1\frac{1}{2}$ ℔	$14\frac{1}{3}$ Unz
				$6\frac{2}{9}$ ℚ			8
		229 thlr.	11 ℌ	$0\frac{8}{9}$ ℚ		2 ℔	$6\frac{1}{3}$ Unz
		458 thlr.	22 ℌ	$1\frac{7}{9}$ ℚ	–	2 ℔	
		57 —	11 —	$6\frac{2}{9}$ ℚ	--	--	4 ℔
		28 —	23 —	$7\frac{1}{9}$ ℚ	--	--	2
		4 —	27 —	$7\frac{23}{27}$ ℚ	--	--	$\frac{1}{3}$
		549 thlr.	13 ℌ	$6\frac{26}{27}$ ℚ	--	2 ℔	$6\frac{1}{3}$ Unz.

Hier hat man mitten und hinten den Bruch der grössern Benennung zu einer kleinern Benennung gemacht, nemlich: $\frac{7}{9}$ ℌ zu ℚ, und $\frac{1}{2}$ ℔ zu Unzen, und solche zu der kleinern Benennung der ℚ und Unzen addiret, war 229 thlr. 11 ℌ $0\frac{8}{9}$ ℚ in der mitten, und 2 ℔ $6\frac{1}{3}$ Unze hinten. Darauf die hinterste Zahl in die mittelste eingeführet.

§. 9. Will man auch die hinterste kleineste Benennung zu einen Bruch in der grössern Benennung reduciren, so machet man mitten die Brüche der grössern Benennung zu den kleinern

Benennungen, und führet sodann die hinterste in die mittelste ein. z. E.

1 ℔ – 229 thlr. $10\frac{7}{9}$ gℓ $2\frac{2}{3}$ ♌ – $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{2}$ Untze
$6\frac{2}{9}$ ♌ 16)

$\frac{43}{48}$	$\frac{48}{43}$
$\frac{1}{2}$	24

229 thlr. 11 gℓ $0\frac{8}{9}$ ♌

458 thlr. 22 gℓ $1\frac{7}{9}$ ♌ -- 2 ℔ $2\frac{19}{48}$ ℔
76 thlr. 15 gℓ $5\frac{17}{27}$ — — $\frac{16}{48}$ ℔
9 thlr. 19 gℓ $7\frac{19}{27}$ — — $\frac{2}{48}$ ℔
4 thlr. 27 gℓ $7\frac{23}{27}$ — — $\frac{1}{48}$ ℔

549 thlr. 13 gℓ $6\frac{26}{27}$ ♌ -- $2\frac{19}{48}$ ℔.

Hier hat man $14\frac{1}{2}$ Untzen, als den kleinesten Nahmen, zu der grössern Benennung des ℔ reduciret sind $\frac{43}{48}$, dazu $\frac{1}{2}$ ℔ addiret, ist $2\frac{19}{48}$ ℔, solche sind in die mittelste Zahl eingeführet.

Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 1 Stiege fein Leinewand zu 10 thlr. 9 gℓ, was $13\frac{5}{7}$ Stiege $15\frac{1}{6}$ Elle? fac. 148 thlr. 12 gℓ $3\frac{6}{35}$ ♌.

2) $125\frac{5}{6}$ ℔ $7\frac{3}{4}$ Lt. Myrrhen zu $7\frac{1}{2}$ thlr. $14\frac{1}{6}$ gℓ das ℔? fac. 995 thlr. 6 gℓ $3\frac{197}{288}$ ♌.

3) $49\frac{1}{6}$ ℭ $15\frac{1}{3}$ ℔ Rübe-Oel, à $7\frac{1}{2}$ thlr. $14\frac{1}{6}$ gℓ der ℭ? fac. 389 thlr. 5 gℓ $5\frac{509}{513}$ ♌.

4) $\frac{1}{6}$ thlr. vor ein Buch Papier, was $19\frac{1}{4}$ Ballen $6\frac{1}{3}$ Rieß $15\frac{1}{2}$ Buch 6 Bogen? fac. 665 thl. 14 gℓ 4 ♌.

5) $\frac{18}{25}$ thlr. vor die Elle Indische Schisse, was kosten $45\frac{1}{3}$ Ell ÷ $2\frac{1}{9}$ Bl? fac. 32 thlr. 9 gℓ $2\frac{22}{25}$ ♌.

6) Die ℔ fein Silber $6\frac{5}{9}$ thl. $15\frac{2}{3}$ ggr. was $19\frac{1}{6}$ ℔ ÷ $12\frac{1}{3}$ Lt? fac. 132 thlr. 14 ggr. $5\frac{3}{4}$ ♌.

7) Das ℔ Gewürtz-Nelcken zu $3\frac{5}{7}$ thlr ÷ $6\frac{1}{2}$ gℓ $6\frac{1}{3}$ ♌ was $36\frac{7}{9}$ ℔ $14\frac{1}{6}$ Lt. fac. 130 thlr. 25 gℓ $4\frac{1097}{1296}$ ♌.

8) $7\frac{1}{4}$

8) $7\frac{1}{4}$ ℔ ÷ $3\frac{1}{3}$ Bl. Flachs um 1 thlr, wie viel vor $136\frac{1}{4}$ thl. $13\frac{1}{6}$ ßl $4\frac{1}{9}$ ℒ? fac. 876 ℔ $2\frac{6502}{7776}$ Vierl.

9) Der Decher Ziegen-Felle vor $9\frac{1}{5}$ thl. 14 ßl $6\frac{1}{5}$ ℒ, wie viel kosten $3\frac{3}{4}$ Zimmer, $2\frac{1}{4}$ Dech. 4 Stücke? facit 169 thlr. 22 ßl $2\frac{277}{800}$. ℒ.

10) 1 Schock Rad-Nagel vor $1\frac{4}{7}$ thlr. $13\frac{1}{3}$ ßl $2\frac{1}{7}$ ℒ, was $56\frac{1}{9}$ Schock 33 Stck? fac. 110 thlr. 16 ßl $0\frac{2533}{5400}$ ℒ.

11) $27\frac{1}{9}$ Last $10\frac{2}{3}$ Tonnen Hering, à $106\frac{1}{3}$ thlr. $14\frac{1}{8}$ ggr. $7\frac{2}{5}$ ℒ die Last? fac. 2994 thlr. 12 ggr. $9\frac{1}{5}$ ℒ.

12) Den ℔ Thran zu $3\frac{5}{6}$ thlr. $14\frac{1}{5}$ ßl $2\frac{1}{2}$ ℒ, was kosten $238\frac{1}{8}$ ℔ $46\frac{1}{9}$ ℔? fac. 1010 thlr. 18 ßl $5\frac{2251}{2736}$ ℒ.

13) das ℔ Rhabarbara $9\frac{1}{6}$ thlr. $24\frac{3}{5}$ ßl $7\frac{1}{2}$ ℒ, was $76\frac{1}{9}$ ℔ $11\frac{3}{8}$ Unzen $3\frac{1}{4}$ Drachmen? fac. 761 thlr. 13 ßl $3\frac{1091}{3840}$ ℒ.

14) $125\frac{1}{6}$ Ellen $1\frac{1}{8}$ Viertl Cammer-Tuch $2\frac{1}{5}$ thl. $16\frac{1}{3}$ ßl $7\frac{3}{4}$ ℒ die Ell? fac. 336 thl. 9 ßl $7\frac{50833}{57600}$ ℒ.

15) Den Wispel Weitzen zu $34\frac{7}{8}$ thlr. $5\frac{5}{6}$ ßl $7\frac{3}{4}$ ℒ, was $29\frac{1}{6}$ Wl. $3\frac{1}{5}$ Schl. $7\frac{2}{3}$ Hbt? fac. 1057 thlr. 16 ßl $7\frac{599}{1440}$ ℒ.

16) Das ℔ Eisen zu $10\frac{1}{5}$ thlr. $14\frac{2}{3}$ ßl $7\frac{4}{7}$ ℒ, was $15\frac{1}{5}$ ℔ $7\frac{1}{8}$ ℔ $4\frac{1}{4}$ ℔? fac. 165 thlr. 20 ßl $7\frac{4225}{7350}$ ℒ.

17) Das Bund Flächsen Garn zu $2\frac{7}{17}$ ß ÷ $2\frac{1}{3}$ ßl $6\frac{4}{5}$ ℒ, was $384\frac{7}{9}$ Bund $18\frac{1}{4}$ Lopf? fac. 868 ß 16 ßl $0\frac{7584}{91800}$ ℒ.

18) $6\frac{3}{4}$ Fuder $5\frac{1}{3}$ Ahm $19\frac{2}{5}$ Stübg. Frantz-Wein, à $39\frac{5}{12}$ thlr. $17\frac{1}{9}$ ßl $4\frac{1}{2}$ ℒ die Ahm? fac. 1848 thlr. 16 ßl $2\frac{6671}{10800}$ ℒ.

19) 1 Jahr Zinse $27\frac{1}{4}$ thlr. $16\frac{2}{3}$ ßl $4\frac{1}{7}$ ℒ, was $26\frac{2}{5}$ Jahr $7\frac{1}{3}$ Mon? fac. 748 thlr. 34 ßl $\frac{2221}{3780}$ ℒ.

20) 1 Klaffter Holtz zu $4\frac{5}{8}$ thlr. $13\frac{1}{3}$ ßl $4\frac{7}{9}$ ℒ, was $27\frac{1}{2}$ Klaffter $5\frac{1}{4}$ Stiege $12\frac{1}{2}$ Klüffte? fac. 141 thlr. 32 ßl $3\frac{25}{48}$ ℒ.

NB. Die Klaffter zu 6 Stiege, die Stiege zu 20 Klüffte.

Die dritte Art der Multiplications - Exempel.

§. 10. Zu den Multiplications-Exempeln können mitgezählet werden, deren forderste Zahl ein blosser mo-

na-

nadischer Bruch ist. Denn weil der Zähler solcher Zahlen zu den Divisoribus, und der Nenner zu den Multiplicatoribus gehöret, so operiret man dergleichen Exempel in der welchen Practica nach folgender Regul.

1) Setzet die 1 als den Zähler des forderſten Bruches unter eine, unter den Bruch gezogene Linie.

2) Multipliciret mit dem Nenner die mittelste, oder: hinterste Zahl, und verfahret mit dem Exempel wie vorhin. z. E. $\frac{1}{6}$ ℔ Orientalisch Bezoar Stein kostet 38 thlr. 7 ß $6\frac{22}{27}$ ₰, was kosten $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Unze. Stehet also:

$\frac{1}{6}$ ℔ — 38 thlr. 7 ß $6\frac{22}{27}$ ₰ — $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Unz

(6

14 ℔ 6 U

(7

267 thlr. 18 ß $7\frac{19}{27}$ ₰ — 7 ℔

(2

535 thlr. 1 ß $7\frac{11}{27}$ ₰ — 14 ℔
9 thlr. 19 ß $7\frac{10}{27}$ ₰ — 4 U.
4 thlr. 27 ß $7\frac{23}{27}$ ₰ — 2 U.

549 thlr. 13 ß $6\frac{26}{27}$ ₰ — 14 ℔ 6 U.

Hier hat man forn die 1 herunter gesetzet, und die 6 hinten eingeführet. Darnach ist man mit den Exempel umgangen, wie mit andern Multiplications - Exempeln.

§. 11. Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) $\frac{1}{8}$ Ell Sammet kosten $21\frac{5}{6}$ ß $7\frac{1}{2}$ ₰, was $16\frac{5}{9}$ Ell? fac. 83 thlr. 27 ß $6\frac{26}{27}$ ₰.

2) $\frac{1}{5}$ ℔ Rübe-Oel $1\frac{3}{7}$ thlr. $4\frac{1}{3}$ ß $4\frac{1}{4}$ ₰, was $47\frac{1}{8}$ ℔? fac. 368 thlr. 16 ß $\frac{401}{672}$ ₰.

3) $\frac{1}{12}$ ℔ Gold zu $12\frac{3}{5}$ thlr. $7\frac{1}{4}$ ß $6\frac{1}{3}$ ₰, was $17\frac{3}{4}$ ℔? fac. 2731 thlr. 13 ß $5\frac{2}{5}$ ₰.

4) $\frac{1}{4}$

4) $\frac{1}{4}$ Wispel Weitzen $3\frac{1}{4}$ thlr. ÷ $16\frac{2}{3}$ ß $4\frac{1}{7}$ ℔, was $129\frac{5}{6}$ Wl? fac. 1439 thlr. 33 ß $4\frac{2}{63}$ ℔.

5) $\frac{1}{16}$ ℔ Zinn $3\frac{2}{3}$ thl. $14\frac{1}{6}$ ß $5\frac{3}{4}$ ℔, was $197\frac{3}{8}$ ℔? fac. 12885 thlr. 4 ß $1\frac{1}{6}$ ℔.

6) $\frac{1}{24}$ Decher Ochsen-Häute zu $1\frac{7}{8}$ thlr. $14\frac{1}{3}$ ß $2\frac{1}{4}$ ℔, was $7\frac{3}{5}$ Zim. $3\frac{1}{8}$ Dech? fac. 1835 thlr. 9 ß $3\frac{3}{20}$ ℔.

7) $\frac{1}{15}$ Stiege Leinewand $1\frac{1}{3}$ ß $7\frac{1}{4}$ ß $6\frac{1}{2}$ ℔, was $225\frac{4}{25}$ Stiege? fac. 8469 ß 8 ß $0\frac{3}{10}$ ℔.

8) $\frac{1}{16}$ Ahm Frantz-Wein zu $1\frac{5}{7}$ thlr. $16\frac{1}{4}$ ß $2\frac{1}{14}$ ℔, was $5\frac{1}{2}$ Fuder $4\frac{7}{9}$ Ahm? fac. 896 thlr. 6 ß $5\frac{53}{63}$ ℔.

9) $\frac{1}{45}$ ℔ Rhabarbara zu $2\frac{5}{9}$ thlr. $27\frac{3}{4}$ ß $6\frac{2}{5}$ ℔, was $126\frac{17}{36}$ ℔ fac. 19057 thlr. 28 ß $1\frac{1}{2}$ ℔.

10) $\frac{1}{52}$ Last Hering zu $1\frac{1}{5}$ thlr $26\frac{2}{3}$ ß $4\frac{1}{4}$ ℔, was $29\frac{5}{14}$ Last? fac. 2561 thlr. 5 ß $5\frac{61}{70}$ ℔.

Von Divisions-Exempeln.

§. 12. Wenn die Divisions-Exempel in Brüchen durch die welsche Practica sollen verfertiget werden, so hat man dabey unterschiedliche Fälle zu bemercken.

Erster Fall.

§ 13. Der erste Fall ist, wenn die kleineste Benennung der forndersten Zahl der hintersten gleich ist, und forn kein Bruch vorhanden. Alsdenn machet man die Brüche der grösern Benennung in der mitte zur kleinern Benennung, und thut dieselbe zu der Zahl der kleinern Benennung. Hierauf dividiret man die mittelste Zahl durch die forderste. z.E. 14 ℔ 6 Untzen kosten $549\frac{1}{8}$ thlr. $9\frac{1}{9}$ ß $2\frac{2}{27}$ ℔, was 1 Untze. Stehet also.

14 ℔ 6 U. -- $549\frac{1}{8}$ thlr. $9\frac{1}{9}$ ß $2\frac{2}{27}$ ℔ -- 1 Untze.

112 U. (8 — 4 ß — 4 ℔ $\frac{8}{9}$

230 U. (2

54(9 thlr. 13 ß $6\frac{26}{27}$ ℔
(8 — 32 (7 ß 18 ℔ $2\frac{26}{27}$
9(2 — (21
(2

230) 2 thlr. 13 ß $7\frac{25}{27}$ ℔.

Hier

Hier ist forne eine Benennung gemacht, so der hintern gleich; darauf die Brüche der grössern Benennung in der mitten zur kleinern Benennung gemacht, und die mittelste Zahl durch die forderste dividiret.

Folgen mehr Exempla zur Ubung.

1) 16 ℔ Craconisch Bley kosten $64\frac{1}{3}$ thlr. $14\frac{5}{6}$ ℊ $4\frac{1}{2}$ ℒ, was 1 ℔? fac. 4 thlr. 1 ℊ $5\frac{67}{96}$ ℒ.

2) 100 ℔ lange Mandeln zu $7\frac{3}{4}$ thlr. $16\frac{1}{3}$ ℊ $5\frac{1}{4}$ ℒ, was 1 ℔? fac. 2 ℊ $7\frac{163}{240}$ ℒ.

3) 180 Stück Rad-Nagel kosten $1\frac{7}{8}$ thlr. ÷ $24\frac{1}{3}$ ℊ $2\frac{1}{5}$ ℒ, was das Stücke? fac. 0 thlr. 0 ℊ $1\frac{2447}{27000}$ ℒ.

4) 121 ℔ Ungarische Zwetschen zu $3\frac{1}{3}$ thlr. $4\frac{1}{6}$ ℊ $3\frac{1}{5}$ ℒ, was 1 ℔? fac. -- thl. 1 ℊ $0\frac{428}{1815}$ ℒ.

5) 17 Ballen 3 Rieß Papier zu $165\frac{1}{3}$ thlr. $14\frac{3}{5}$ ℊ $4\frac{1}{2}$ ℒ, was das Rieß? fac. 0 thlr. 34 ℊ $3\frac{1543}{17300}$ ℒ.

Anderer Fall.

§. 15. Der andere Fall ist, wenn die kleineste Benennung der forderſten Zahl der hinterſten Benennung gleich; aber mit einen Bruche begleitet wird, den alsdan so machet man die forderſte Zahl zu der kleineſten Benennung, die die der hinterſten gleich, und richtet die gemiſchte Zahl forne ein.

2) Mit der mittelſten Zahl multipliciret des forderſten Bruches Nenner.

3) Das Product dividiret durch die fordere Zahl. z. E. $1\frac{1}{2}$ ℔ $4\frac{1}{3}$ Untzen kosten $549\frac{1}{8}$ thlr. $9\frac{1}{9}$ ℊ $2\frac{2}{27}$ ℒ, was 1 Untze. Stehet also:

$1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ ℧. -- 549$\frac{1}{8}$ thlr. $9\frac{1}{9}$ ℛ $2\frac{2}{7}$ ♎ -- 1 ℧.
(16 4 ℛ 4 ♎
$38\frac{1}{3}$ $\frac{8}{9}$ ♎

115 ——— 549 thlr. 13 ℛ $6\frac{26}{27}$ ♎
(3

1648 thlr. 5 ℛ $4\frac{8}{9}$ ♎ in 115
5)

$329\frac{7}{9}$ thlr. 22 ℛ $5\frac{7}{9}$ ♎ in 23
$9\frac{7}{9}$ $3\frac{74}{115}$ ℛ $1\frac{7}{115}$ $\frac{7}{9}$ ♎
$4\frac{1}{23}$ $\frac{12}{23}$
$\frac{2}{23}$

23)

14 thlr. 11 ℛ $7\frac{5}{9}$ ♎

Hier ist forn eine Benennung gemacht, so der hintern gleich; der Nenner des forderſten Bruches $\frac{1}{3}$ mit der gantzen Zahl 38 multipliciret, und der Zähler hinzu genommen. Darauf sind in der mitten die Brüche der grössern Benennungen zu kleinern gemacht, und mit solcher Zahl ist des forderſten Bruches Nenner 3 multipliciret, und das Product 1648 thlr. 5 ℛ $4\frac{8}{9}$ ♎ in die forderſte Zahl 115 dividiret.

§. 16. Folgen mehr Exempel zur Ubung.

1) 3 Zimmer 2 Decher $7\frac{1}{2}$ Stück Ziegen-Felle vor $181\frac{1}{4}$ thlr. $12\frac{1}{3}$ ℛ $3\frac{3}{4}$ ♎, was das Stücke? fac. 1 thlr. 8 ℛ $2\frac{1042}{1770}$ ♎.

2) $35\frac{7}{8}$ ℔ $14\frac{3}{4}$ Lt langen Zimet zu $36\frac{1}{5}$ thl. $6\frac{1}{4}$ ℛ $2\frac{1}{2}$ ♎, was kostet das ℔? fac. 1 thl.–ℛ $\frac{8544}{23255}$ ♎.

3) $12\frac{1}{8}$ Stein $7\frac{1}{5}$ ℔ Wolle zu $128\frac{1}{3}$ ß $14\frac{1}{2}$ ℛ $7\frac{1}{6}$ ♎, was 1 ℔? fac. 0 ß 18 ℛ $2\frac{5302}{56223}$ ♎.

4) 6 Tonnen Büchsen-Pulver, à $4\frac{1}{16}$ ☪ $19\frac{1}{5}$ ℔ eine jedwede kosten $406\frac{1}{5}$ thl. $17\frac{1}{9}$ ℛ $3\frac{8}{4}$ ♎, was 1 ℔? fac. 5 ℛ $0\frac{246283}{520911}$ ♎.

5) $17\frac{1}{4}$ Wl. $3\frac{1}{9}$ Schl. $6\frac{1}{2}$ Hbt. $5\frac{1}{8}$ Wl. $2\frac{1}{4}$ Schl. $3\frac{3}{7}$ Hbt. $12\frac{1}{6}$ Wl. $1\frac{1}{5}$ Schl. $5\frac{1}{8}$ Hbt. $16\frac{1}{7}$ Wl. $5\frac{1}{3}$ Hbt. $4\frac{1}{9}$ Wl. $3\frac{3}{5}$ Schl. $6\frac{1}{8}$ Hbt. Rocken, kosten mit einander $1613\frac{7}{10}$ thl. $14\frac{1}{7}$ ℔ $5\frac{3}{5}$ ℒ, was der Himbte? fac. 0 thlr. 25 ℔ $0\frac{766072}{2924815}$ ℒ.

Dritter Fall.

§. 17. Der dritte Fall ist, wenn die forderste kleineste Benennung der hintersten gleich, und die forderste Zahl ein blosser Bruch ist; so procediret man wie folget.

1) Setzet man den Zähler unter den Bruch vermittelst eines Strichleins herunter.

2) Multipliciret man mit des Bruches Nenner die mittlere Zahl.

3) Das Product dividiret durch den herunter gesetzten Zähler. z. E. $\frac{2}{3}$ Untzen kosten 9 thlr. 19 ℔ $7\frac{12}{27}$ ℒ, was 1 Untze. Stehet also:

$\frac{2}{3}$ Untze — 9 thlr. 19 ℔ $7\frac{12}{27}$ ℒ — 1 U.

2 U. — 28 thlr. 23 ℔ $7\frac{1}{9}$ ℒ (3

2) 1 U. — 14 thlr. 11 ℔ $7\frac{5}{9}$ ℒ

Hier hat man den Zähler 2 von den forderſten Bruche $\frac{2}{3}$ unter demselben herunter gesetzt. den Nenner mitten eingeführet, und die mittelste Zahl durch den herunter gesetzten Zähler dividiret.

§. 18. Folgen mehr Exempla zur Ubung.

1) $\frac{7}{8}$ ℭ Bley kosten $3\frac{5}{8}$ thlr. was 1 ℭ? fac. 4 thlr. 5 ℔ $1\frac{1}{7}$ ℒ.

2) $\frac{18}{25}$ ℔ langen Zimmet zu $\frac{47}{50}$ thlr, was 1 ℔ fac. 1 thlr. 11 ℔.

3) $\frac{32}{46}$ ℔ Gewürtz-Nelcken vor $\frac{2}{3}$ thlr, wie viel vor thlr? fac. 1 ℔ 8 Lt. $2\frac{18}{23}$ q.

4) $\frac{15}{16}$ Ballen Papier vor $9\frac{1}{5}$ thlr. $16\frac{1}{3}$ ℔ $4\frac{1}{2}$ ℒ, was 1 Ballen? fac. 10 thlr. 11 ℔ $2\frac{24}{225}$ ℒ.

5) $\frac{17}{18}$

5) $\frac{17}{18}$ Wl. Weitzen zu $32\frac{1}{3}$ thlr. $15\frac{1}{6}$ ℔ $4\frac{4}{5}$ ℒ, was der Wl? fac. 34 thlr. 25 ℔ $1\frac{27}{85}$ ℒ.

Vierdter Fall.

§. 19. Der vierdte Fall ist, wen die kleineste Benennung der forderſten Zahl kleiner, als die Benennung der hinterſten Zahl. Denn alsden so reduciret man die kleineste Benennung, so der hintern gleich, und verfähret mit dem Exempel nach seiner Beschaffenheit, wie in vorgewesenen Fällen erwiesen. z. E. Wen $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Untzen kommen $549\frac{1}{8}$ thlr. $9\frac{1}{9}$ ℔ $2\frac{2}{27}$ ℒ, was kommet, 1 ℔. Stehet wie folget:

$1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ U. – $549\frac{1}{8}$ thlr. $9\frac{1}{9}$ ℔ $2\frac{2}{27}$ ℒ – 1 ℔

16)

4: 4

$\frac{43}{48}$ $\frac{43}{48}$ $\frac{8}{9}$

$2\frac{19}{48}$ ℔ 549 thlr. 13 ℔ $6\frac{26}{27}$ ℒ

$2\frac{12}{48}$ ℔ – – 549 thlr. 13 ℔ $6\frac{26}{27}$ ℒ – 1 ℔

$14\frac{3}{8}$ ℔ – – 3296 thlr. 11 ℔ $1\frac{7}{9}$ ℒ (6

115 ℔ – 26370 thlr. 17 ℔ $6\frac{2}{9}$ ℒ (8

5)

23 ℔ – -- 5274 thlr. 17 ℔ $4\frac{4}{9}$ ℒ.

6ℒ(7 2ℒℒ ℔(20$\frac{4}{9}$

2ℒ (22

23)

1 ℔ – – 229 thlr. 11 ℔ $\frac{184}{207}|\frac{8}{9}$ ℒ.

Hier hat man forne $14\frac{1}{3}$ Untzen zu ℔ reduciret, war $\frac{43}{48}$ ℔. Dazu hat man $1\frac{1}{2}$ ℔ addiret, war $2\frac{19}{48}$ ℔; und weil forn eine gantze Zahl mit einem Bruche combiniret, heraus kam, hat man das Exempel nach dem §. 22. verfertiget.

§. 20. **Folgen mehr Exempla zur Ubung.**

1) $13\frac{1}{5}$ Stiege $15\frac{1}{6}$ Ell Leinewand zu $131\frac{1}{4}$ thlr. $16\frac{2}{3}$ ℊ, was die Stiege? fac. 9 thlr. 15 ℊ $5\frac{41}{67}$ ℔.

2) $19\frac{1}{6}$ ℔ $12\frac{1}{3}$ Lt. $2\frac{1}{2}$ q. fein Silber, zu $122\frac{1}{4}$ thlr. $16\frac{3}{5}$ ℊ 4 ℔, was die ℔? fac. 6 thlr. 5 ℊ $1\frac{4007}{12785}$ ℔.

3) $86\frac{1}{4}$ Stein $7\frac{1}{2}$ ℔ 3 Viertel Flachs vor $136\frac{1}{4}$ thlr. $13\frac{1}{6}$ ℊ $4\frac{1}{9}$ ℔, wie hoch der Stein? fac. 1. thlr. 20 ℊ $6\frac{3362}{62397}$ ℔.

4) $15\frac{1}{5}$ ℔℔ $7\frac{1}{8}$ ℒ℔ $4\frac{1}{4}$ ℔ Eisen zu $163\frac{1}{9}$ thlr. $12\frac{4}{5}$ ℊ $7\frac{1}{2}$ ℔. was das ℔℔? fac. 10 thlr. 17 ℊ $7\frac{243}{1090}$ ℔.

5) $384\frac{7}{9}$ Bund $18\frac{1}{4}$ Löpffe Garn zu $764\frac{5}{9}$ ℔ $14\frac{1}{2}$ ℊ $4\frac{4}{5}$ ℔, was ein Bund? fac. 1 ℔ 19 ℊ $5\frac{133827}{277697}$ ℔.

6) $\frac{7}{8}$ ℔ Zucker zu $5\frac{1}{2}$ ggr. $3\frac{1}{9}$ ℔, wie viel vor 1 thlr? fac. 3 ℔ 20 Lt. $2\frac{226}{311}$ ℔.

7) $\frac{13}{14}$ Ahm Frantz-Wein zu $6\frac{3}{8}$ thlr. $15\frac{1}{2}$ ℊ 6 ℔, was das Fuder? fac. 191 thlr. 5 ℊ—℔.

Fünffter Fall.

§. 21. Der fünffte Fall ist, wen die kleineste Benennung der fordersten Zahl grösser, als die kleineste Benennung der hintern Zahl. Denn alsdenn reduciret man die forderste Zahl zu derselben Benennung die der hintersten gleich, und operiret das Exempel nach Anweisung der vorigen Fälle. z. E. $\frac{5}{6}$ ℔ kosten 191 thlr. 3 ℊ $7\frac{2}{27}$ ℔, was 1 Unke. Stehet wie folget:

$\frac{5}{6}$ ℔ – 191 thlr. 3 ℊ $2\frac{2}{27}$ ℔ – 1 Unke

(16

$13\frac{1}{3}$ U.

(3

40 Unke – 573 thlr. 9 ℊ $6\frac{2}{9}$ ℔.

4)

10 Unke -- 143 thlr. 11 ℊ $3\frac{5}{9}$ ℔

10)

1 Unke -- 14 thlr. 11 ℊ $17\frac{5}{9}$ ℔.

Hier

Hier hat man $\frac{5}{6}$ ℔ zu Untzen gemacht, und gefunden, daß solches $13\frac{1}{3}$ Untzen sey, damit hat man nach dem §. 22. verfahren.

§. 22. **Folgen mehr Exempla zur Ubung.**

1) 16 ℭ Bley kosten $64\frac{1}{3}$ thlr. $14\frac{5}{6}$ ℌ $4\frac{1}{2}$ ℒ, was das ℔? fac. 1 ℌ $2\frac{2467}{10944}$ ℒ.

2) $2\frac{1}{2}$ Schock Rad-Nagel $1\frac{1}{9}$ thlr. $7\frac{1}{2}$ ℌ $3\frac{1}{2}$ ℒ, was das Stücke? fac. $2\frac{167}{300}$ ℒ.

3) $3\frac{1}{3}$ Zimmer $1\frac{1}{4}$ Decher Felle kosten $179\frac{3}{4}$ thl. $16\frac{1}{3}$ ℌ $4\frac{1}{2}$ ℒ, was das Stück? fac. 1 thl. 8 ℌ $3\frac{7945}{8}$ ℒ.

4) $\frac{15}{16}$ Ballen Papier $9\frac{1}{5}$ thlr. $14\frac{1}{6}$ ℌ $2\frac{1}{2}$ ℒ, was 1 Buch? fac.-- thlr. 1 ℌ $6\frac{42135}{6225}$ ℒ.

5) $1\frac{1}{5}$ Wl. $3\frac{1}{3}$ Schl. Gersten kosten $10\frac{1}{7}$ thlr. $16\frac{2}{3}$ ℌ 4 ℒ, was 1 Hbt. fac. 0 thlr. 4 ℌ $5\frac{258}{427}$ ℒ.

§. 23. **Will man die Exempel, wo mitten 1 ste-her, zu den Divisions-Exempeln zählen, so mache man:**

1) Die forderste mit der hintersten zu einer gleichen Benennung.

2) Setzet man bey die Hinter-Zahl den Nahmen von der mittlern Zahl und verfähret:

3) Mit der hintern Zahl wie vorhin mit der mittlern z. E. $\frac{648}{9287}$ Untzen kosten 1 thlr. was $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Untzen. Stehet wie folget:

$\frac{648}{9287}$ U. — 1 thlrl. — $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ U.

648 U. — (16

$38\frac{1}{3}$ Untz — (9287

356001 thlr. 24 ℌ.

648 U. — 1 thlr. — 356001 thlr. 24 ℌ

9)

72 — — — 39555 thlr. 26 ℌ $5\frac{1}{3}$ ℒ

9)

8 — — — 4395 thlr. 2 ℌ $7\frac{19}{27}$ ℒ

8)

8 — — — 549 thlr. 13 ℌ $6\frac{26}{27}$ ℒ

Hier hat man der hintersten Zahl Benennung mit der forderſten gleich gemacht. Die hinterſte Zahl mit dem Nahmen der mittelſten, nemlich der thlr. beleget; und weil forne ein bloſſer Bruch war, ſo iſt man mit den hinterſten nach dem §. 19 verfahren.

§. 24. Folgen mehr Exempla zur Ubung.

1) Vor $9\frac{1}{12}$ ℔ 1 ℔ Zucker, wie viel vor $102\frac{1}{3}$ thl. $16\frac{1}{2}$ ℔ $4\frac{1}{4}$ ß? fac. 407 ℔ 4 Lt. $1\frac{107}{109}$ ℔.

2) $20\frac{1}{8}$ ℔ Reiß um 1 thlr, wie viel koſten $3\frac{1}{4}$ ℭ $17\frac{1}{3}$ ℔? fac. 19 thl. 9 ℔ $6\frac{18}{161}$ ß.

3) $5\frac{1}{9}$ ℔ blaue Stärcke um 1 thlr. was $2\frac{1}{8}$ ℭ $14\frac{1}{5}$ ℔? fac. 50 thl. 6 ℔ $2\frac{2}{5}$ ß.

4) $9\frac{3}{7}$ ℔ Roſinen 1 thl. was $15\frac{1}{9}$ ℭ $13\frac{3}{4}$ ℔? fac. 184 thl. 5 ℔ $7\frac{7}{11}$ ß.

5) Vor $17\frac{1}{4}$ thl. $16\frac{2}{3}$ ℔ 4 ß 1 Wl. Rocken, wie viel vor $\frac{7}{8}$ thl. fac. $1\frac{533}{547}$ Hbt.

Von Proportions-Exempeln.

§. 25. Mit den Proportions-Exempeln verfähret man, was die gantze Zahlen betrifft alſo, wie in der Regula detri von gantzen Zahlen angewieſen. Mit den Brüchen aber, wie in Brüchen Anleitung gegeben. z. E. $1\frac{1}{6}$ ℔ koſtet 267 thlr. 18 ℔ $7\frac{12}{72}$ ß, was $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Untzen. Stehet wie folget:

$1\frac{1}{6}$ ℔ -- 267 thlr. 18 ℔ $7\frac{12}{27}$ ß -- $1\frac{1}{2}$ ℔ $14\frac{1}{3}$ Untz

(16 — (16

$18\frac{2}{3}$ Untz — $38\frac{1}{3}$ Untz

56 Untz — (3 — 115 Untz

535 thlr.	1 ℔ $7\frac{11}{27}$ ß	--	112 Untz
38 thlr.	7 ℔ $6\frac{22}{27}$ ß	--	8 Untz
9 thl.	19 ℔ $7\frac{12}{27}$ ß	--	2 Untz
4 thl.	27 ℔ $7\frac{23}{27}$ ß	--	1 Untz
549 thlr.	13 ℔ $6\frac{26}{27}$ ß	--	115 Untz

Nach-

Nachdem die Brüche hier ordentlich eingeführet, hat man das Exempel nach der Art der Exempel ausgearbeitet, da die forderste Zahl in einfache Zahlen theilbar ist, und wie sie mit der hintersten in Proportion stehet.

§. 26. Folgen mehr Exempla zur Ubung.

1) 100 ℔ Zucker $15\frac{1}{3}$ thl. $14\frac{5}{6}$ ß 4 ₰, was $3549\frac{2}{5}$ ℔? fac. 559 thl. 12 ß $7\frac{16}{37}\frac{3}{5}$ ₰.

2) 17 Ballen 3 Rieß Papier kosten 165 thl. $15\frac{3}{5}$ ß $4\frac{1}{2}$ ₰, was $6\frac{1}{4}$ Ballen $3\frac{1}{3}$ Rieß $6\frac{1}{3}$ Buch? fac. 63 thl. 14 ß $0\frac{12}{3}\frac{7}{4}\frac{12}{600}$ ₰.

3) $\frac{5}{8}$ ℔ Silber kostet $5\frac{5}{9}$ thl. was $17\frac{1}{3}$ ℔? fac. 154 thlr. 2 ß $5\frac{1}{3}$ ₰.

4) $\frac{3}{7}$ Ell Brocade zu $\frac{15}{16}$ thl, was $\frac{5}{7}$ Ell? fac. 1 thl. 20 ß 2 ₰.

5) $13\frac{1}{5}$ Stiege $15\frac{1}{6}$ Ell Leinewand zu $131\frac{1}{4}$ thl. $16\frac{2}{3}$ ß, was $6\frac{1}{8}$ Stiege $14\frac{1}{2}$ Ell? fac. 64 thl. 22 ß $7\frac{43}{67}$ ₰.

§. 32. Noch allerley vermischte Exempel.

1) Was kosten $\frac{15}{32}$ ℔ Stangen-Stahl, das ℔ zu 24 thl? fac. 11 thlr. 9 ß -- ₰.

2) 1 ℔ Saffran um $10\frac{5}{8}$ thl, was $126\frac{3}{4}$ ℔? facit 1346 thl. 25 ß 7 ₰.

3) $8\frac{3}{4}$ Last Hering, die Tonne zu $8\frac{3}{5}$ thl, was bringts? fac. 903 thl.

4) 1 ℔ Gewürtz-Nelcken zu 2 thl. 12 ggr, was $\frac{3}{4}$ ℭ $3\frac{1}{2}$ ℔? fac. 222 thl. 12 ggr.

5) Ein ℔ Cardemomen zu $\frac{7}{8}$ thl, was $\frac{3}{4}$ ℭ? fac. 74 thl. 29 gr. 2 ₰.

6) 1 ℔ Victriol zu $\frac{7}{8}$ ß, was 2343 ℔? fac. 56 thl. 34 ß 1 ₰.

7) 1 ℔ Muscaten $26\frac{1}{2}$ ß, was $293\frac{1}{8}$ ℔? fac. 215 thl. 27 ß $6\frac{1}{2}$ ₰.

8) 1 Loth Berg-Zinnober zu $1\frac{3}{4}$ ß, was $8\frac{1}{2}$ ℔ $19\frac{1}{9}$ ℔ $5\frac{1}{2}$ Lt? Fac. 1537 thlr. 11 ß $6\frac{7}{9}$ ₰.

9) 1 Ell Leinewand zu 9 ggr. $6\frac{1}{3}$ ₰, was $\frac{9}{16}$ Ell? fac. 5 ggr $4\frac{5}{16}$ ₰.

10) 1 ℔ Pfeffer 14 ß $5\frac{1}{8}$ ₰, was $428\frac{3}{4}$ ℔? facit 174 thl. 13 ß $1\frac{11}{32}$ ₰.

11) 1 Loth Silber zu 19 ß $7\frac{1}{5}$ ₰, was $5\frac{5}{6}$ ℔? fac. 51 thlr. 21 ß $2\frac{2}{3}$ ₰.

12) 1 ℔ Weyrauch 15 ß $3\frac{1}{2}$ ₰, was $3\frac{1}{8}$ ℔? fac. 152 thlr. 27 ß $4\frac{7}{8}$ ₰.

13) Die Elle Tuch zu 2 thl. 16 ß $4\frac{1}{2}$ ₰, was $\frac{5}{8}$ Ellen? fac. 1 thl. 19 ß $2\frac{13}{16}$ ₰.

14) Die Elle rothen Plüß 1 thl. 4 ß $3\frac{3}{7}$ ₰, was $133\frac{1}{3}$ Ell? fac. 149 thl. 26 ß $3\frac{17}{21}$ ₰.

15) Das ℔ Maces-Blumen zu 3 thl. 9 ß $6\frac{2}{5}$ ₰, was $2\frac{1}{8}$ ℔? fac. 792 thl. 25 ß $0\frac{2}{5}$ ₰.

16) 1 ℔ Indigo zu 2 thlr. 10 ß $7\frac{1}{2}$ ₰, was 3 ℔ $48\frac{15}{16}$ ℔? fac. 900. thl. 23 ß $3\frac{1}{32}$ ₰.

17) 3 Säcke Annies zu $238\frac{1}{2}$ ℔ $249\frac{1}{6}$ ℔ $267\frac{1}{3}$ ℔, à $2\frac{5}{8}$ ggr, was bringts? fac. 82 thl. 13 ggr. $10\frac{1}{2}$ ₰.

18) $6\frac{3}{4}$ Ell Sammet, à $2\frac{1}{2}$ thl. die Elle, $4\frac{1}{2}$ Elle Atlas à $2\frac{1}{4}$ thl, die Elle $9\frac{1}{2}$ Elle Tafft à $1\frac{1}{6}$ thl. $24\frac{3}{5}$ Elle Cattun à $\frac{10}{27}$ thl, was ists? fac. 47 thl. 7 ß.

19) Von 127 ℔ Ingiber werden $54\frac{3}{4}$ ℔ verkaufft, das ℔ vor $9\frac{1}{3}$ ß, und Rest vor $9\frac{3}{8}$ ß das ℔, was beträgts? fac. 33 thl. -- ß $2\frac{3}{4}$ ₰.

20) Von $48\frac{3}{4}$ Elle Plüeß wird verkaufft die Helffte, die Elle $31\frac{1}{5}$ ß $4\frac{1}{2}$ ₰, und den Rest vor $30\frac{1}{5}$ ß ÷ 2 ₰, was bringts? fac. 41 thlr. 31 ß $3\frac{15}{16}$ ₰.

21) 2 Stein 7 ℔ Flachs zu $5\frac{5}{6}$ ß $13\frac{1}{8}$ ß $2\frac{1}{4}$ ₰, was 1 ℔? fac. 0 ß 2 ß $6\frac{72}{5764}$ ₰. NB. den Stein zu 20 ℔.

22) $\frac{3}{4}$ ℔ Kupfer-Draht um $\frac{5}{16}$ thl, was 1 ℔? facit 15 ß.

23) $\frac{?}{16}$

23) $1\frac{2}{6}$ ℔ Roll Meßing zu 15 thl., was 1 ℔? fac. 26 thl. 24 ß.

24) 16 ℔ Wein-Stein zu $\frac{24}{25}$ thl. was 1 ℔? facit 2 ß $1\frac{7}{25}$ ℔.

25) $\frac{7}{8}$ Ctr Zinn um $55\frac{23}{32}$ thl. was 1 ℔? fac. 63 thl. 24 ß $3\frac{3}{7}$ ℔.

26) $40\frac{1}{2}$ Ell Seiden-Schnüre zu $\frac{15}{16}$ thl, was die Elle? Fac. $6\frac{2}{3}$ ℔.

27) $428\frac{3}{4}$ ℔ Ingiber 236 thl, was 1 ℔? fac. 19 ß. $6\frac{902}{17115}$ ℔.

28) 280 ℔ Kupffer zu $73\frac{5}{7}$ thl, was 1 ℔? fac. 9 ß $3\frac{201}{245}$ ℔.

29) $1097\frac{7}{9}$ ℔ Venedische Seiffe $321\frac{11}{24}$ thlr, was 1 ℔? fac. 10 ß $4\frac{165}{494}$ ℔.

30) $\frac{3}{4}$ ℔ Calmes 9 thlr, was 1 ℔? fac. 3 ß $6\frac{6}{19}$ ℔.

31) $36\frac{1}{2}$ ℔ $5\frac{1}{3}$ ℔ $11\frac{5}{7}$ Loth Nelcken zu $889\frac{5}{21}$ thlr, was 1 Loth? fac. $1\frac{161131}{175001}$ ℔.

32) Anderthalb sechs Theil alten Sammet um 1 thlr. 15 ß $6\frac{3}{4}$ ℔, was die Elle? fac. 5 thlr. 27 ß 3 ℔.

33) $428\frac{3}{4}$ ℔ Pfeffer zu 236 thlr. 14 ß $3\frac{5}{8}$ ℔, was 1 ℔? fac. 19 ß $6\frac{2729}{3430}$ ℔.

34) $2\frac{1}{8}$ ℔ Macis-Blumen zu 1074 thlr. 8 ggr. 11 ℔, was das ℔? fac. 4 thlr. 10 ggr. $5\frac{263}{969}$ ℔.

35) $2\frac{3}{5}$ ℔ ÷ $7\frac{1}{2}$ ℔ Cümmel zu 27 thlr. 16 ß $4\frac{1}{5}$ ℔, was das ℔? fac. 3 ß $3\frac{1079}{2889}$ ℔.

36) $\frac{1}{2}$ Ell grün Atlaß zu 1 thlr, was dritthalb acht theil Ell? fac. 22 ß 4 ℔.

37) $\frac{3}{5}$ thlr. kostet 1 Hbt. Rocken, wie viel vor 152 thlr. fac 6 W. 1 Schl. $3\frac{1}{3}$ Hbt.

38) Das Loth Nürnberger Silber kostet $\frac{7}{8}$ thlr, wie viel vor $54\frac{1}{5}$ thlr? fac. 3 ℔ 13 Lt. $3\frac{27}{35}$ ℔.

39) $\frac{3}{8}$ ℔ Macis-Blumen zu 1 thlr, was $17\frac{7}{9}$ ℔? fac. 47 thlr. 14 ßl $5\frac{1}{3}$ ₰.

40) $\frac{3}{16}$ Loth Seide 1 ggr, was 7 ℔ $15\frac{1}{3}$ Lt. fac. 53 thl. 4 ggr. $5\frac{1}{3}$ ₰.

41) 22 ℔ Reiß 1 thl, was $\frac{7}{9}$ ℔? fac. 0 thlr. 1 ßl $2\frac{2}{11}$ ₰.

42) 5 ℔ Leder 1 thl, was $3\frac{1}{3}$ ℭ $15\frac{1}{8}$ ℔? fac. 79 thl. 0 ßl $7\frac{1}{5}$ ₰.

43) $196\frac{7}{8}$ Ell Leinen Band zu 1 thl, was 5740 Ell, fac. 29 thl. 5 ßl $4\frac{4}{5}$ ₰.

44) Vor $15\frac{3}{4}$ thlr. $2\frac{1}{2}$ ßl $2\frac{1}{4}$ ₰ die Ahm Wein, wie viel $128\frac{1}{3}$ thlr. $3\frac{1}{2}$ ßl $2\frac{3}{8}$ ₰? facit 8 Ahm 4 Stübgen $2\frac{7406}{18233}$ Quart.

45) $\frac{3}{4}$ ℔ Cardemomen zu 58 thlr. was $\frac{7}{8}$ ℔? facit 26 ßl 2 ₰.

46) $\frac{7}{8}$ ℔ Arabischen Gummi zu $\frac{5}{16}$ thlr, wie viel um 48 thlr? fac. 134 ℔ $12\frac{4}{5}$ Lt.

47) $\frac{3}{4}$ ℔ Kupffer-Draht zu $\frac{7}{16}$ thlr, was $8\frac{5}{6}$ ℭ? fac. 587 thl. 15 ßl.

48) $\frac{3}{16}$ ℔ Canneel zu $\frac{13}{18}$ thlr, was $5\frac{1}{2}$ ℭ $18\frac{5}{8}$ ℔? fac. 2486 thlr. 20 ßl $5\frac{1}{3}$ ₰.

49) $\frac{5}{8}$ Ell güldenen Mohr zu 5 thlr, was $\frac{15}{16}$ Ell? fac. 7 thlr. 18 ßl.

50) $\frac{2}{16}$ ℔ Saffran um $8\frac{4}{7}$ thlr, was $\frac{3}{8}$ ℭ $17\frac{3}{4}$ ℔? 921 thlr. 32 ßl $4\frac{4}{7}$ ₰.

51) $23\frac{5}{6}$ Last Hering kosten 1656 thlr. ÷ 15 ggr. 6 ₰, was 7 Last 7 Tonnen? facit 526 thlr. 16 ggr. $10\frac{7}{11}$ ₰.

52) Der ℭ Wachs zu $27\frac{3}{4}$ thlr. was $7\frac{5}{8}$ ℭ ÷ $13\frac{2}{3}$ ℔? fac. 208 thlr. 9 ßl $4\frac{17}{19}$ ₰.

53) $39\frac{3}{5}$ Decher Lämmer-Felle, davon $13\frac{1}{2}$ Decher 7 thlr. ÷ 12 ggr. gelten, was bringts? fac. 19 thlr. 1 ggr. $7\frac{1}{5}$ ₰.

54) $3\frac{1}{4}$ ℭ Eisen 18 thlr. ÷ $9\frac{1}{3}$ ggr, was $139\frac{3}{4}$ ℭ? fac. 757 thlr. 6 ggr. 8 ₰.

55) Von

55) Von $25\frac{7}{9}$ Jahren an Zinse bekomen 125 thl. $6\frac{1}{9}$ ℌ, wie viel von $32\frac{3}{4}$ Jahren? fac. 159 thl. -- ℌ $7\frac{21}{116}$ ℒ.

56) $27\frac{5}{12}$ dutzend Knöpffe zu $85\frac{1}{2}$ ßℓ, was $85\frac{5}{6}$ dutzend? fac. 267 ßℓ 13 ℌ $3\frac{317}{329}$ ℒ.

57) $\frac{1}{2}$ ℔ Nelcken zu $3\frac{1}{2}$ Orth thlr, was 1 halb Vrl? fac. 7 ℌ 7 ℒ.

58) Vor $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{4}$ ℌ kauffet einer ein halb sechstheil und $\frac{1}{8}$ Loth Haber Köhm, was kosten $1\frac{1}{2}$ siebentheil ℔? fac. 12 ℌ $2\frac{26}{35}$ ℒ.

59) Vor $\frac{7}{8}$ Stück seiden Zeug wird geforder $67\frac{1}{2}$ thl, wenn nun um $\frac{2}{3}$ des Geldes 3 mahl der 4te Theil davon verkaufft wird, so ist die Frage, wie viel abgedungen sey? fac. $7\frac{1}{2}$ thlr.

60) Von $5\frac{5}{6}$ ℭ Meßing kostet der 7te Theil 19 thlr. ÷ 3 Ohrt, was beträgt das übrige? fac. 109 thlr. 18 ℌ.

61) 3 Tonnen Butter wägen netto $217\frac{1}{4}$ ℔ $209\frac{1}{8}$ ℔, $223\frac{1}{2}$ ℔, à 10 thlr. $1\frac{1}{2}$ Ohrt der ℭ, was beträgts? fac. 59 thlr. 5 ℌ $1\frac{43}{76}$ ℒ.

62) $1\frac{1}{2}$ Ballen Papier 14 thlr. $3\frac{1}{2}$ Ohrt ÷ 4 ℌ 6 ℒ, was 5 Ballen 9 Rieß 9 Buch? fac. 58 thlr. 15 ℌ $4\frac{47}{150}$ ℒ.

63) Drey zierl. verguldete Schalen wegen $3\frac{5}{6}$ ℔ ÷ $1\frac{1}{8}$ Lt. $4\frac{1}{8}$ ℔ $2\frac{1}{2}$ Loth, $5\frac{1}{4}$ ℔ ÷ $3\frac{3}{4}$ Loth, à 16 ggr. 5 ℒ das Loth, was kosten sie? fac. 139 thlr. 12 ggr. $3\frac{19}{24}$ ℒ.

64) Goßlarisches Bley kostet der ℭ $6\frac{1}{4}$ thlr. $6\frac{1}{2}$ ℌ, was $2\frac{1}{3}$ ℭ 15 ℔ $3\frac{5}{6}$ ℭ ÷ 9 ℔ $4\frac{1}{2}$ ℭ $23\frac{1}{8}$ ℔? fac. 70 thlr. 8 ℌ $3\frac{187}{228}$ ℒ.

65) Das Stb Kupfer kostet $53\frac{7}{8}$ ßℓ ÷ $6\frac{1}{4}$ ℌ, was $6\frac{1}{7}$ Stb 9 Ltb $13\frac{1}{2}$ ℔, $7\frac{9}{10}$ Stb $3\frac{1}{4}$ Ltb 4 ℔, $9\frac{1}{2}$ Stb $4\frac{1}{2}$ Ltb $5\frac{1}{4}$ ℔? fac. 1310 ßℓ 4 ℌ $3\frac{109}{112}$ ℒ.

66) $2\frac{3}{8}$ ℭ $6\frac{1}{2}$ ℔ betragen $9\frac{5}{9}$ thlr. $16\frac{1}{2}$ ℌ $2\frac{4}{5}$ ℒ, was $\frac{7}{10}$ Stb? fac. 66 thlr. 16 ℌ $7\frac{261}{5545}$ ℒ.

67) $21\frac{5}{9}$ thlr. $6\frac{5}{6}$ ggr. $1\frac{1}{8}$ ℒ, wird gegeben vor $\frac{6}{7}$ Ltb

Waa-

Waaren, was bekommt man vor $19\frac{5}{6}$ ℔ 12 Unz $1\frac{1}{4}$ q. facit 37 thlr. 11 ggr. $8\frac{21623}{147456}$ ₰.

68) $\frac{7}{9}$ ℔ weissen Ingiber zu $\frac{23}{144}$ thlr, was $\frac{5}{6}$ aus $\frac{8}{9}$ von $\frac{3}{11}$ ℔? fac. 1 ℊ $3\frac{73}{77}$ ₰.

69) $\frac{1}{8}$ mal $\frac{5}{6}$ mit $\frac{3}{4}$ Ell Dammast zu $\frac{245}{384}$ thlr, was $\frac{7}{9}$ in $\frac{16}{21}$ Ell? fac. 8 thlr. 12 ℊ 1 ₰.

70) $\frac{7}{8}$ in $\frac{8}{9}$ ℔ Indigo vor $\frac{181}{512}$ thlr, was kostet ein Quartelgen, so $3\frac{1}{4}$ mal $176\frac{1}{3}$ ℔ wieget? fac. 205 thlr. 29 gr. $1\frac{4}{21}$ ₰.

71) Ein Bauer fräget einen Schneider, wie viel Paar Hacken und Oesen er in sein Wammes gebrauche, der Schneider antwortet: wenn er für den 3ten Theil aus 1000 gebe 36 mal den 250sten Theil eines Groschens, so wäre es genug. Ist die Frage: wie viel er gebrauche? Fac. 48 Paar.

Verzeichniß

der in diesem Theile vorkommenden Sectionen und Capittel, auch deren Inhalts.

I. Vorbericht, von der Arithmetic, der Zahlen Natur und Eigenschafften, wie auch der daher entstehenden Theilung der Arithmetic, und von den 5. Speciebus insgemein. p. 1

II. Erste Eintheilung von der Arithmetica vulgari numerosa, in gantzen und unbenahmten Zahlen.

A. Erster Abschnit, von den 5. Speciebus, oder Algorithmis in unbenahmten Zahlen.

I. Caput von Numeriren. p. 28

II. Caput von Addiren in unbenahmten gantzen Zahlen. p. 49

III. Caput von Subtrahiren in unbenahmten gantzen Zahlen. p. 72

IV. Caput von Multipliciren in unbenahmten gantzen Zahlen. p. 87

V. Caput von Dividiren in unbenahmten gantzen Zahlen. p. 153

B. Ander Abschnit, von der durch die 4. Species entstandenen Zahlen Eintheilung und besondern Eigenschafften.

I. Caput von dieser Eintheilung insmein. p. 223

II. Cap.

II. Caput von etlichen gemeinen Eigenschafften, so von den Zahlen durch die 4 Rechnungs-Arten können ausgesprochen werden. p. 228
III. Caput von ungeraden und geraden Zahlen insonderheit. p. 262
IV. Caput von den Prim- und zusamen gesetzten Zahlen. p. 277
V. Caput von vollkommenen überflüßigen und abgängigen Zahlen. p. 322
VI. Caput von den Zahlen, so mit einer, oder: mehr andern zusamen gehalten, von der dritten unterschieden. p. 329

C. Dritter Abschnitt, von Vergleichung der gantzen unbenahmten Zahlen unter einander.

I. Caput von Vergleichung der Zahlen unter einander insgemein. p. 357
II. Caput von der Zahlen gleichen Gehalt gegen einander insgemein. p. 359
III. Cap. von der Differents und Verhältniß der Zahlen insgemein. p. 362
IV. Caput von des Verhältnis insonderheit. p. 377
V. Caput von der Proportion insgemein. p. 393
VI. Caput von der Proportione arithmetica. p. 400
VII. Caput von der Proportione geometrica. p. 420

VIII.

VIII. Caput von der Proportione secundaria. p. 449

III. Andere Eintheilung von der Arithmetica vulgari numerosa in gantzen und benahmten Zahlen, oder: der Numeratione simplici in benahmten Zahlen.

A. Erster Abschnit.

I. Caput von Numeriren, oder: Erkäntniß und Gehalt der Nahmen, so den Zahlen beygeleget werden. p. 462

II. Caput von Addiren in benahmten Zahlen. p. 473

III. Caput von Subtrahiren in benahmten Zahlen. p. 482

IV. Caput von Multipliciren in benahmten Zahlen. p. 450

V. Caput von Dividiren in benahmten Zahlen. p. 507

VI. Caput von den Werth der Zahlen grösserer Benennung in deren kleinern Benennung, oder: von dem Verhalte der Zahlen kleinerer Benennung zu der grössern. p. 517

B. Zweyter Abschnitt, von Erfindung einer Zahl nach der Geometrischen Proportion, oder: von der benahmten Zahlen Numeratione composita.

I. Caput von der Numeratione composita insgemein. p. 531

II. Cap. von der Regula detri simplici directa. p. 533

III. Cap. von Multiplications-Exempeln in der Regula detri directa simplici. p. 541

IV.

IV. Cap. von Divisions-Exempeln in der Regula detri simplici directa. p. 565
V. Cap. von Proportions-Exempeln in der Regula detri simplici directa. p. 570
VI. Cap. von Probation der regulæ detri. p. 595

IV. Dritte Eintheilung, von der Arithmetica vulgari in gantzen und gebrochenen Zahlen.
A. Erster Abschnitt, von Verhalt der Zahlen gegen einander in unbenahmten Brüchen.
I. Cap. Von der Brüche Uhrsprung und Beschaffenheit insgemein. p. 598
II. Cap. von Numeriren in Brüchen. p. 602.
III. Cap. von der Reduction unbenahmter Brüche. p. 610
IV. Cap. von den 4. Speciebus in unbenahmten Brüchen. p. 626
B. Ander Abschnit von benahmten Brüchen.
I. Cap. Von den benahmten Brüchen. p. 639
II. Cap. von der benahmten Brüche reduction. p. 646
III. Cap. von den 4 Speciebus in benahmten Brüchen. p. 649
IV. Cap. von den Verhalt der benahmten Brüche in der Regula detri. p. 654

IN-

INDEX

Der Autorum deren Schrifften man sich bey Ausarbeitung dieses Wercks bedienet.

Beutel (Tobias)
Boëthius.
Brunet.
Clavius.
Clausberg.
de Graff (Abraham)
Habelius.
Jordanus.
Journal des Sçavans,
Leibniz.
Ludolph (Jacobus)
Marsilius Ficinus.
Metius (Adrianus)
Monier de Claire combe.
Nepperus (Johannes)
Pœtius (Michaël)
Strauch (Michaël)
Tarragon.
A. St. Vincentio (Gregorius)
Weigel (Erhard)
Wolf (Christian)
Stiezel.

Register
Der in diesen Theile vorkommenden unbekannten Wörter.

A.

ABbreviatio tractionum. p. 613. §. 8. seq.
Additio. §. 25. §. 74. p. 49. §. 1.
- - durch Rechen-Pfennige. p. 71. §. 23.
- - in benahmten Brüchen. p. 649. §. 1. seq.
- - in benahmten Zahlen. p. 473. §. 1. seqq.
- - in Brüchen. p. 626. §. 1. seq.
- - rationem per continuationem. p. 384. §. 19.
- . simplex rationum. p. 384. §. 19.
Æqualitas, quid? p. 359. §. 2.
Æqui differentes. p. 361. §. 8. p. 400. §. 2.
Aggregatum. p. 50. §. 3.
Antecedens. p. 357. §. 2. p. 366. §. 12. p. 395. §. 5.
Arithmetica algebraica, quid. p. 4. §. 7.
- - binaria Leibnitii, p. 24. §. 8.
. - coſſica, quid. p. 4. §. 7.
- - figurata, quid. p. 5. §. 9.
- - numeroſa, quid. p. 4. §. 7.
- - practica, p. 4. §. 6.
- - rationalium, quid. p. 4. §. 8.
- - ſpecioſa, quid. p. 4. §. 7.
- - ſurdorum, quid. p. 4. §. 8.
- - tetractica Weigelii, p. 24. §. 8.
- - theoretica, p. 4. §. 6.
- - vulgaris, quid. p. 5. §. 9.
- - was ſie ſey, p. 1. §. 1.

Arithmetice proportionales, p. 405. §. 2.
- - - - alternando, p. 405. §. 11.
- - - - convertendo, p. 404. §. 10.

B.

Bier, von desselben Maaße, p. 471. §. 32.
Billio, p. 38. §. 11.
Bruch, p. 37. §. 10. p. 598. §. 1. seq.
- - derselben Abbreviation, p. 613. §. 8. seq.
- - derselben Reduction, p. 610. §. 1. seq.
- - derselben Resolution, p. 639. §. 1. seq.
- - ein monadischer, p. 37. §. 10.
Brüche von Brüchen, p. 601. §. 11. p. 621. §. 21. seq.
- - von reduction der benahmten, p. 646. §. 1. seq.
Butter, wie sie verkaufft wird, p. 469. §. 25.

C.

Centuria, p. 37. §. 10.
Character ordinans, p. 36. §. 10.
Characteres numerorum, p. 36 §. 10.
Chilias, p. 37. §. 10.
Complementum, was es sey? p. 15. §. 42. p. 154. §. 3.
Consequens, p. 357. §. 2. p. 366. §. 12. p. 395. §. 5.
Cribrum Eratosthenis, p. 288. §. 24.

D.

Decas, p. 37. §. 10.
Denominator, p. 600. §. 7.
- - des Maaßes einer Zahl, p. 10. §. 21.
- - rationis, p. 365. §. 12.
Differentia, p. 72. §. 3. p. 361. §. 9. p. 362. §. 1.
Digitus, p. 36. §. 10.
Discerptio, (in numeros) p. 118. §. 31.
- - rationalis, p. 119. §. 32.
Dispergiren (in factores) was es sey? p. 113. §. 27.

Disproportio, p. 393 §. 1.
Dividendus, p. 154. §. 2.
Dividuus, p. 154. §. 3.
- - communis, p. 350. §. 62.
- - - - minimus, p. 351. §. 63.
Divisio, p. 25. §. 74. p. 153. §. 1.
- - rationem per continuationem, p. 392. §. 37.
- - simplex rationum, p. 390. §. 33.
- - in benahmten Brüchen, p. 653. §. 4.
- - in benahmten Zahlen, p. 507. §. 1. seq.
- - in Brüchen, p. 634. §. 14.
- - mit Rechen-Pfenningen, p. 218. §. 42.
Divisor, p. 154. §. 2.

E.

Einführen, was es sey? p. 87. §. 1.
Eins, quid. p. 223. §. 2.
Elementa numerorum compositorum, p. 296. §. 42.
Ellen Waaren, vid. 470. §. 30.
Exponens rationis, p. 239. §. 36. p. 365. §. 12.

F.

Faciendus, p. 87. §. 3.
Factor, p. 88. §. 3.
Factum, p. 88. §. 3.
Figuræ numerales, p. 36. §. 10.
- - ordinantes, p. 37. §. 10.
- - significantes, p. 37. §. 10.
Fractio, p. 595. §. 1. seq.
- - derivata, p. 601. §. 11.
- - hæteronyma, p. 601. §. 9.
- - heterogenea, p. 601. §. 12.
- - homogenea, p. 601. §. 12.
- - mixta, p. 601. §. 10.
- - monadica, p. 600. §. 8.
- - spuria, p. 601. §. 10.
- - synonima, p. 601. §. 9.

G.

Garn, p. 469. §. 27.
Geld-Sorten, hiesige, p. 466. §. 13.
- - - werth derselben. p. 466. §. 15.
Gewicht, hiesig Kauffmanns, p. 466. §. 16.
- - - werth desselben, p. 467. §. 18.
- - Apothecker, p. 468. §. 22.
- - zu Federn, Flachs, Wolle, p. 468. §. 21.
- - Gold, p. 167. §. 20.
- - Silber, p. 467. §. 19.
Geometrice proportionales, p. 421. §. 2.

.H

Hering, wie er verkaufft wird, p. 469. §. 24.
Himmels Zeichen, p. 471. §. 36.
Homogeneum, quid. p. 224. §. 4.

I.

Inæqualitas, p. 360. §. 4.
- - major, p. 360. §. 4.
- - minor, p. 360. §. 4.

K.

Korn, wie es verkaufft werde, p. 470. §. 28.

L.

Land, wornach es gemessen wird, p. 470. §. 31.
Latera s. (factores) p. 88. §. 3.
Legio, p. 39. §. 12.

M.

Major, (sc. numerus) p. 72. §. 3.
Mandel, p. 469. §. 26.
Mensura communis numerorum maxima p. 340. §. 36.
- - numeri, p. 8. §. 20.
- - numerorum communis, p. 340. §. 35.
Millio, p. 38. §. 11.
Millior, p. 39. §. 12.
Minor (sc. numerus) p. 72. §. 3.
Minuendus (sc. numerus) p. 72. §. 3.
Minutia, p. 598. §. 1. seq.
- - decimalis, p. 37. §. 10.
- - centesimalis, p. 37. §. 10.
- - millesimalis, p. 37. §. 10.
- - myrimasimalis, p. 37. §. 10.
Monas, p. 37. §. 10.
Multiplicandus, p. 87. §. 3.
Multiplicans oder Multiplicator, p. 87. §. 3.
Multiplicatio, p. 25. §. 74. p. 87. §. 1. seq.
- - - - in benahmten Brüchen, p. 652.
- - - - in benahmten Zahlen, p. 490. §. 1. seq.
- - - - in Brüchen, p. 631. §. 9.
- - - - mit Rechen-Pfennigen, p. 151. §. 57.
- - - - rationum per continuationem, p. 390. §. 32.
- - - - simplex rationum, p. 389. §. 31.
Myrias, p. 37. §. 10.

N.

Nenner, p. 600. §. 7.
- - general, p. 350. §. 62.
Nenner, kleinste general, p. 351. §. 63.

Notæ numericæ, p. 36. §. 10.
Nulla, p. 36. §. 10.
Numeratio oder Numeriren, p. 24. §. 73.
- - - analytica, p. 532. §. 2. seq.
- - - composita, p. 531. §. 1.
- - - fractionum, p. 662. §. 1. seq.
- - - mit Rechen-Pfennigen, p. 46. §. 17.
- - - synthetica, p. 532. §. 2. seq.
Numerator, p. 600. §. 7.
Numeri aggregandi, p. 50. §. 3.
- - amicabiles, p. 329. §. 1. p. 356. §. 74.
- - amicabiles, p. 227. §. 13.
- - cognomines, p. 446. §. 3.
- - commensurabiles, p. 329. §. 1. seqq.
- - communicantes, p. 329. §. 4.
- - compositi inter se, p. 227. §. 12.
- - concreti, p. 462. §. 1.
- - homogenei, non-cognomines, p. 446. §. 4.
- - incommensurabiles, p. 329. §. 1. seqq.
- - non-amicabiles, p. 227. §. 13.
- - non-cognomines, p. 446. §. 3.
- - numerati, p. 462. §. 1.
- - partes compositæ, p. 312. §. 62.
- - partes primæ aliquotæ, p. 311. §. 61.
- - primi inter se, p. 227. §. 12.
- - proportionales, p. 392. §. 1.
- - sumandi, p. 50. §. 3.
Numerorum substitutio, p. 228. §. 4.
Numerus, was er sey? p. 2. §. 4. & seq.
- - absolutus, p. 5. §. 9.
- - abundans, p. 318. §. 18.
- - æque multiplex, p. 18. §. 52.
- - commensurabilis, p. 10. §. 24.
- - compositus, p. 225. §. 9. p. 278. §. 3.

Numerus determinatus, p. 4. §. 7.
- - diminutus, p. 328. §. 19.
- - dissimilis, p. 7. §. 14.
- - figuratus, p. 5. §. 9.
- - geometricus, p. 278. §. 3.
- - heterogeneus, p. 24. §. 72.
- - homogeneus, p. 24. §. 72.
- - incommensurabilis, p. 10. §. 24.
- - impar, p. 262. §. 2.
- - imperfectus, p. 226. §. 10.
- - indeterminatus, p. 4. §. 7.
- - initialis, p. 36. §. 10.
- - linearis, p. 277. §. 2.
- - multiplex, p. 17. §. 51.
- - par, p. 262. §. 1.
- - pariter impar, p. 274. §. 32.
- - pariter par, p. 271. §. 23.
- - pariter impariterque par, p. 276. §. 35.
- - perfectus, p. 322. §. 2. & seqq. p. 226. §. 10.
- - planus, p. 278. §. 3.
- - primus, p. 225. §. 9. p. 277. §. 2.
- - parus, p. 4. §. 6.
- - rationalis. p. 4. §. 8.
- - similis, p. 7. §. 14.
- - simplex, p. 226. §. 11.
- - surdus, p. 4. §. 8.
- - unitarius, p. 36. §. 10.
- - vulgaris, p. 5. §. 9.

O.

Oel, Maaß desselben, p. 471. §. 34.
Operatio composita, p. 27. §. 76.

Operatio primaria, p. 27. §. 76.
- - secundaria, p. 27. §. 76.
- - simplex, p. 27. §. 76.

P.

Pachter-Rechnung, p. 468. §. 23.
Pars, p. 14. §. 39.
- aliquanta, p. 15. §. 43. & seqq. p. 19. §. 58. & seqq.
- aliquota, p. 15. §. 43. & seqq.
Partes aliquantæ similes, p. 244. §. 51.
- - aliquotæ, p. 88. §. 3.
- - aliquota cognomines, p. 244. §. 51.
- - aliquotæ primæ numeri, p. 311. §. 61.
- - cognomines, p. 118. §. 53. & seqq.
- - compositæ numeri, p. 312. §. 62.
- - similes, p. 22. §. 64. & seqq.
Periodus in numeratione, quid? p. 37. §. 10. p. 38. §. 11.
Practica Italica (in multipliciren) p. 112. §. 26. p. 499. §. 16.
- - - - (in dividiren) p. 172. §. 11. seqq.
Productum, p. 88. §. 3.
Progressio, p. 399. §. 15.
- - - ascendens, p. 399. §. 16.
- - - crescens, p. 399. §. 16. p. 408. §. 22.
- - - decrescens, p. 399. §. 16. p. 408. §. 22.
- - - descendens, p. 399. §. 16.
- - - continuæ harmonica, p. 455. §. 18.
Progressio arithmetica composita, p. 414. §. 37.
- - - - - - crescens, p. 408. §. 22.
- - - - - - decrescens, p. 408. §. 22.
- - - - - - naturalis, p. 408. §. 23.

Progreſſio arithmetica ſecundi gradus, p. 414. §. 37.
- - - - - - tertii gradus, p. 415. §. 38.
- - - - - - quarti gradus, p. 416. §. 39.
Progreſſio geometrica, p. 259. §. 80. p. 436. §. 47.
- - - - - - creſcens, p. 436. §. 48.
- - - - - - decreſcens, p. 436. §. 48.
Probe der Adition, p. 65. §. 17. & ſeq.
- - Addition in benahmten Zahlen, p. 481. §. 9.
- - Diviſion, p. 211. §. 33. ſeqq.
- - Multiplication, p. 146. §. 51.
- - - - - - - in benahmten Zahlen, p. 507. §. 24.
- - Subtraction, p. 82. §. 12. ſeqq.
- - - - - - in benahmten Zahlen, p. 489. §. 4.
- - der Regulæ de tri, p. 595. §. 1. ſeq.
Proportio, p. 393. §. 1.
- - - arithmetica, p. 399. §. 17. p. 400. §. 1.
- - - coniuncta, p. 399. §. 14.
- - - continua, p. 398. §. 14.
- - - - - - multiplex, p. 399. §. 15. p. 407. §. 22.
- - - - - - ſimplex, p. 399. §. 15.
- - - contra-harmonica, p. 457. §. 21.
- - - contrariæ geometricæ prior, p. 459. §. 26.
- - - - - - - - - - posterior, p. 460. §. 27.
- - - discontigua, p. 399. §. 14.
- - - discontinua, p. 399. §. 14.
- - - diſcreta, p. 398. §. 14.
- - - geometrica, p. 399. §. 17. p. 420. §. 1.

Proportio geometrica continua, p. 421. §. 5.
- - - - - - disiuncta, p. 421. §. 5.
- - - - - - per compoſitionem, p. 426. §. 23.
- - - - - - per dialepſin, p. 430. §. 33.
- - - - - - per ſyllepſin, p. 426. §. 26.
- - harmonica, p. 449. §. 2.
- - ordinata, p. 397. §. 12.
- - perturbata, p. 397. §. 12.
- - primaria, p. 394. §. 4.
- - ſecundaria, p. 394. §. 4. p. 449. §. 1.
- - ſimplex, p. 394. §. 4.
Proportionales continue medie, p. 442. §. 66.
Proportionis æquatio, p. 397. §. 11.
- - - alternatio, p. 396. §. 9.
- - - continuatio, p. 432. §. 43.
- - - continuator, p. 433. §. 44.
- - - inverſio, p. 396. §. 8.
- - - termini, p. 395. §. 5.

Q.

Quadratum magicum, p. 417. §. 41.
Quadrillio, p. 39. §. 12.
Quantitas heteregonea, p. 24. §. 71.
- - homogenea, p. 24. §. 71. p. 228. §. 2.
Quantitates æquales, p. 228. §. 3.
Quinquillio, p. 39. §. 12.
Quotiens, Quotiente, Quotum, p. 154. §. 2.

R.

Ratio, p. 358. §. 5. p. 365. §. 9.
- - æqualitatis, p. 358. §. 4. p. 359. §. 1.
- - arithmetica, p. 358. §. 4.

Ratio compoſita, p. 367. §. 19. p. 369. §. 27.
- - Differentiæ, p. 358. §. 4.
- - Diverſa, p. 375. §. 50.
- - eadem, p. 375. §. 50.
- - geometrica. p. 358. §. 4.
- - inæqualitatis, p. 358. §. 4.
- - irrationalis, p. 376. §. 55.
- - major, p. 366. §. 16,
- - majoris inæqualitatis, p. 367. §. 17.
- - minor, p. 366 §. 16.
- - minoris inæqualitatis, p. 367. §. 17. p. 371. §. 35.
- - multiplex, p. 367. §. 20.
- - multiplex ſuperparticularis, p. 370. §. 28.
- - multiplex ſuperpartiens, p. 370. §. 31.
- - multiplicata, p. 376. §. 54.
- - quoti, p. 358. §. 4.
- - rationalis, p. 376. §. 55.
- - ſimilis, p. 376. §. 52.
- - ſimplex, p. 367. §. 19.
- - ſub-multiplex, p. 372. §. 36.
- - ſub-multiplex ſub-ſuper-particularis, p. 373. §. 43.
- - ſub-multiplex ſub-ſuper-partiens, p. 374. §. 46.
- - ſub-ſuper particularis, p. 372. §. 38.
- - ſub-ſuper-partiens, p. 373. §. 4.
- - ſuper-particularis, p. 368. §. 22.
- - ſuper-partiens, p. 368. §. 24.
Rationis denominator, p. 365. §. 12.
- - exponens, p. 365. §. 12.
Rationum additio ſimplex, p. 384. §. 19.
- - - per continuationem, p. 384. §. 19.
- - æſtimatio, p. 382. §. 14.

Rationum algorithmus, p. 383. §. 18.
- - divisio simplex, p. 390. §. 33.
- - - per continuationem, p. 392. §. 37.
- - multiplicatio simplex, p. 389. §. 30. & 31.
- - - - per continuationem, p. 390. §. 32.
- - radices, p. 379. §. 6.
- - reductio, p. 377. §. 2.
- - subtractio simplex, p. 366. §. 25.
- - subtractio per continuationem, p. 387. §. 26.
- - termini primi inter se, p. 378. §. 5.
Rauchwerck, von Verkauff desselben, p. 471 §. 37.
Reductio, p. 490. §. 2.
- - der benahmten Brüche, p. 646. §. 1. seq.
- - der Brüche, p. 610. §. 1. seq.
Regula alligationis, p. 533. §. 4.
- - coecis, p. 533. §. 4.
Regula detri, p. 532. §. 3. seq.
- - composita, p. 533. §. 4.
- - directa, p. 533. §. 4.
- - divisions-exempel derselben, p. 565. §. 1. seq.
- - in Brüchen, p. 654. §. 1.
- - indirecta, p. 533. §. 4.
- - multiplications-exempel derselben, p. 541. §. 1. seq.
- - proportions exempel derselben, p. 570. §. 1.
- - simplex, p. 533. §. 4.
- - - directa, p. 533. §. 1.
- - proportionum, p. 532. §. 3. seq.
- - societatis, p. 533. §. 4.
Relict, p. 154. §. 3.
Residuum, p. 72. §. 3.

Re-

Resolutio, p. 508. §. 3. seq.
- - der Brüche, p. 639. §. 1. seq.
Rest, p. 154. §. 3.

S.

Schock, p. 469. §. 26.
Signum additionis, p. 50. §. 4.
- - multiplicationis, p. 88. §. 3.
- - subtractionis, p. 73. §. 3.
Species arithmeticæ, p. 25. §. 74.
Stiege, p. 469. §. 26.
Subtractio, p. 25. §. 74. p. 72. §. 1. seqq.
- - in benahmten Zahlen, p. 482. §. 1.
- - in Brüchen, p. 628. §. 3. seq.
- - in benahmten Brüchen, p. 650. §. 2.
- - mit Rechen-Pfenningen, p. 85. §. 16.
- - rationum per continuationem, p. 387. §. 26.
- - simplex rationum, p. 386. §. 25.
Summa der Zahlen, p. 49. §. 2.

T.

Tarif, p. 199. §. 29.
Terminus, p. 357. §. 2.
Termini heterologi, p. 395. §. 6.
- - homologi, p. 395. §. 6.
Toni musici,, von denselben. vid. p. 471. §. 38.
Totum, p. 14. §. 38.
Trillio, p. 39. §. 12.

U.

Uberschuß, p. 154. §. 3.
Unitas diversa heteronyma & heterogenea, p. 2. §. 3.

Unitas eadem ſ. homonima, ſ. homogenea, p. 2. §. 3.
Unitates elementares, p. 36. §. 10.
- - progreſſionales, p. 36. §. 10.
Verhältniß, p. 365. §. 9.

W.

Welſche Practica, p. 112. §. 26. & ſeqq.
Wein, deſſelben Maaß, p. 471. §. 33.

Z.

Zahl, was ſie ſey? p. 2. §. 4. & ſeqq. p. 223. §. 2. ſeqq.
- - ähnliche, p. 7. §. 14.
- - benahmte und unbenahmte, was ſie ſeyn? p. 4. §. 6.
- - Benennung derſelben, p. 29. §. 3.
- - Gleichheit derſelben, p. 228. §. 1.
- - Kennzeichen der größern und kleinern. p. 6. §. 13.
- - unähnliche, p. 7. §. 14.
- - wen dieſelben kleiner, p. 6. §. 12. p. 224. §. 3.
- - - - - gleich, p. 6. §. 12.
- - - - - gröſſer, p. 6. §. 12. p. 224. §. 3.
Zahlen, p. 28. §. 1. & ſeqq.
- - abgängige, p. 328. §. 11.
- - angewachſene, p. 328. §. 11.
- - Aufheber derſelben, p. 8. §. 20.
- - aus bedeutlichen Ziffern beſtehende, p. 226. §. 11.
- - benahmte, p. 462. §. 1. ſeqq.
- - derſelben Eigenſchafften, p. 224. §. 6.
- - gerade, p. 262. §. 1. p. 225. §. 8.
- - Maaß derſelben, p. 8. §. 20.

Zahlen, Prim- und zusammen gesetzte, p. 225. §. 9.
- - theilbar, p. 8. §. 17.
- - überflüßige, p. 328. §. 18,
- - ungerade, p: 262. §. 2.
- - untheilbar, p. 8. §. 17.
- - unvollkommene, p. 226. §. 10.
- - vollkommene, p. 322. §. 2. p. 226. §. 10.
Zähler derselben, p. 29. §. 3.
- - p. 600. §. 7.
Zeichen der Addition, p. 50. §. 4.
- - der Multiplication, p. 88. §. 3.
- - der Subtraction, p. 73. §. 3.
- - der ähnlichen Grössen, oder: Zahlen, p. 8. §. 14.
Zeit, Eintheilung derselben, p. 471. §. 35.
Zerfällen, was es sey? p. 118. §. 31.
Zero, p. 36. §. 10.
Zerstreuen, was es sey? p. 113. §. 27.
Ziefern, p. 29. §. 4. & sqq.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Remer, Christian Stephan

Arithmetica theoretico-practica Das ist: Anweisung zu der arithmetique, fü
r diejenigen, so in derselben den rechten Grund legen wollen

Braunschweig 1737

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.113
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739887-7